

Очный тур 2015

ФИЗИКА-11 класс

Решения задач

Задача 1

К небольшому ящику массой 10кг, лежащему на горизонтальной поверхности, привязана легкая нерастяжимая веревка. Коэффициент трения между ящиком и поверхностью равен $\frac{1}{\sqrt{3}}$. С какой минимальной силой нужно тянуть за веревку, чтобы ящик двигался равномерно? Под каким углом к горизонту должна быть направлена эта сила?

Решение:

Для того, чтобы ящик двигался равномерно, сумма всех сил, действующих на него должна быть равна 0. На ящик действуют:

\vec{mg} – сила тяжести, направленная вертикально вниз,

\vec{F} -сила, с которой нужно тянуть ящик,

\vec{N} - сила реакции опоры, направленная вертикально вверх,

$\vec{F}_{\text{тр}}$ - сила трения, направленная вдоль поверхности против движения.

Заменяем силу реакции опоры и силу трения одной силой $\vec{R} = \vec{F} + \vec{N}$.

Так как ящик скользит по поверхности, $F_{\text{тр}} = \mu N$. Угол наклона силы \vec{R} к вертикали будет определяться соотношением $\tan \alpha = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \mu$.

$$\vec{mg} + \vec{R} + \vec{F} = 0$$

Сила тяжести направлена вертикально вниз, сила \vec{R} -под углом α к силе тяжести. Из рисунка очевидно, что сила \vec{F} будет минимальна, если будет направлена перпендикулярно к силе \vec{R} , то есть будет образовывать угол α с горизонтом. При этом $F = mg \sin \alpha$.

Ответ: $\alpha = \arctg \mu = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$ $F = mg \sin \alpha = 50\text{Н}$

Задача 2

На границе раздела двух жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 плавает цилиндр высотой h и делится границей раздела в соотношении 1:3. Определите период малых вертикальных колебаний цилиндра.

Решение:

Запишем сначала условие равновесия цилиндра в проекции на ось x , направленную вертикально вниз:

$mg - F_{A1} - F_{A2} = 0$, где F_{A1}, F_{A2} -силы Архимеда, действующие на верхнюю и нижнюю часть цилиндра.

Объем цилиндра $V = Sh$, S -площадь сечения цилиндра, h – высота цилиндра.

$$m = \frac{Sh\rho_1}{4} + \frac{3Sh\rho_2}{4}, \quad m = \rho Sh, \quad \text{где } \rho - \text{плотность цилиндра}$$

$$\rho = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$$

Теперь слегка опустим цилиндр вниз на величину x и запишем второй закон Ньютона в проекции на ось x :

$$mg - \rho_1 g S \left(\frac{h}{4} + x \right) - \rho_2 g S \left(\frac{3h}{4} - x \right) = ma_x$$

С учетом уравнений для положения равновесия, получим:

$$-(\rho_1 + \rho_2) S g x = ma_x$$

Учитывая, что $a_x = \ddot{x}$, получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$:

$$\ddot{x} + \frac{4(\rho_1 + \rho_2)g}{(\rho_1 + 3\rho_2)h} x = 0$$

Собственная частота колебаний данной системы:

$$\omega^2 = \frac{4(\rho_1 + \rho_2)g}{(\rho_1 + 3\rho_2)h}$$

Период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Ответ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\rho_1 + 3\rho_2)h}{4(\rho_1 + \rho_2)g}}$$

Задача 3

В цилиндре под поршнем находится воздух при температуре 10 С с относительной влажностью 60%. Поршень опускают, уменьшая объем газа в 2 раза. Считая, что плотность насыщенного водяного пара в интервале температур от 10С до 20С увеличивается линейно с ростом температуры, определите точку росы. Плотность насыщенных водяных паров при 10С равна $9,4 \cdot 10^{-3}$ кг/м³, а при температуре 20С $17,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м³.

Решение:

Точка росы -температура, при которой начнется конденсация пара.

ρ_1 и ρ_2 -плотность насыщенного пара при T_1 и T_2

ρ -плотность насыщенного пара при температуре T (точка росы). Так как по условию плотность насыщенного пара увеличивается линейно с ростом температуры, получаем уравнение:

$$\frac{\rho - \rho_1}{T - T_1} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{T_2 - T_1}$$

Преобразуя это уравнение, получаем:

Плотность пара при T_1 равна $\rho_0 = \varphi \rho_1$, где φ -влажность воздуха в начальном состоянии.

Плотность насыщенного пара при температуре T (точка росы) равна $\rho = 2\varphi \rho_1$

Окончательно получаем:

$$T = T_1 - (T_2 - T_1) \frac{\rho_1(2\varphi - 1)}{\rho_2 - \rho_1}$$

Ответ: $T=285,4\text{К}$ ($12,4\text{С}$)

Задача 4

Определите коэффициент полезного действия солнечной батареи, если на нее падает световой поток мощностью 1 мкВт , а батарея вырабатывает $2 \cdot 10^5 \text{ В}$ на каждый Вт этой мощности. Известно, что при работе батареи во внешней цепи выделяется максимальная полезная мощность. Внутреннее сопротивление батареи 25 кОм .

Решение:

P_0 -мощность падающего на батарею светового потока,

$$\varepsilon_0 = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{В}}{\text{Вт}}$$

Максимальная полезная мощность выделяется во внешней цепи батареи в случае, когда ее внутреннее сопротивление равно сопротивлению внешней цепи (нагрузки), поэтому

$r=R$, где r -внутреннее сопротивление батареи, R -сопротивление нагрузки.

Сила тока в нагрузке: $I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon}{4r}$, а полезная мощность P равна: $P = \frac{\varepsilon^2}{4r}$.

По условию $\varepsilon = \varepsilon_0 P_0$

Коэффициент полезного действия батареи:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{P_0 \varepsilon_0^2}{4r}$$

Ответ: $\eta = 0,4 = 40\%$

Задача 5

Оцените оптическую силу линзы, склеенной из двух стекол очков дальнозоркого человека, если расстояние наилучшего зрения для одного его глаза 50см, а для другого 100см. Расстояние наилучшего зрения для здорового глаза равно 25см.

Решение:

Расстояние наилучшего зрения- расстояние от предмета до хрусталика, при котором получается максимально четкое изображение на сетчатке глаза. Будем считать хрусталик тонкой линзой.

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, где d –расстояние наилучшего зрения для невооруженного глаза, f –расстояние от хрусталика до сетчатки. При использовании очков оптические силы хрусталика и очков складываются (считаем, что очки вплотную прилегают к глазу) и расстояние наилучшего зрения становится таким же, как у здорового глаза.

$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F_l}$, d_0 –расстояние наилучшего зрения для здорового глаза, F_l –фокусное расстояние линзы.

Из этих двух уравнений получаем:

$$\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F_l}$$

Оптическая сила первой линзы: $D_1 = \frac{1}{F_{л1}} = \frac{d_1 - d_0}{d_1 d_0}$

Оптическая сила второй линзы: $D_2 = \frac{1}{F_{л2}} = \frac{d_2 - d_0}{d_2 d_0}$

Оптическая сила склеенной линзы: $D = D_1 + D_2$

$$D = \frac{d_1 - d_0}{d_1 d_0} + \frac{d_2 - d_0}{d_2 d_0}$$

Ответ: 5дптр