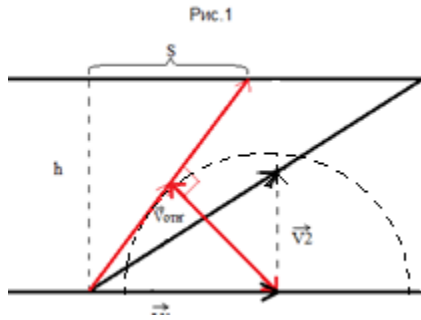


Задача 1. (15 баллов)

Пловец, много раз переплывая реку шириной 80 м, заметил, что минимальный «снос» за счет течения, которого он может добиться, равен 60 м. Во сколько раз скорость течения реки больше скорости пловца в озере? Ответ округлить до двух десятичных знаков.

Решение:



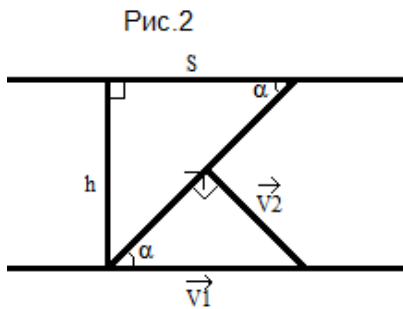
\vec{v}_1 - Скорость реки

\vec{v}_2 - Скорость пловца относительно реки

$$\vec{V}_{Отн_3} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

Из рис.1 будет понятно, что минимальный снос будет, если

$$\vec{V}_2 \perp \vec{V}_{Отн_3}$$



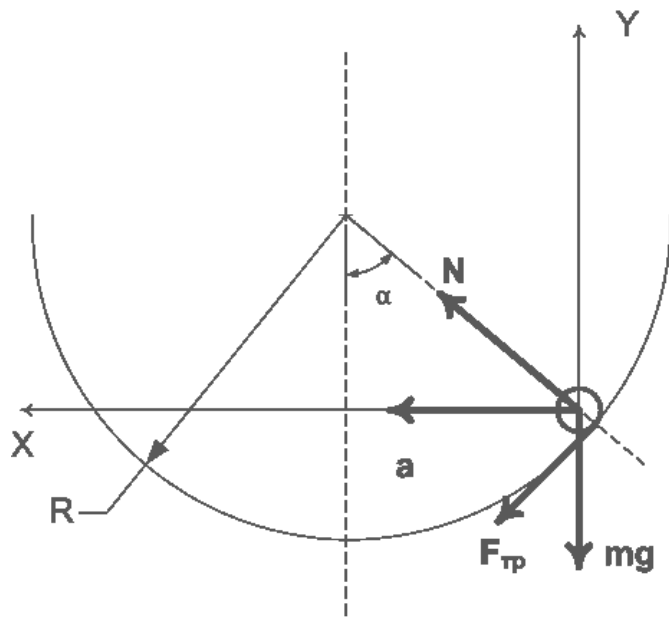
Из подобия треугольников (Рис.2) : $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{h^2 + S^2}}{h} = 1,25$

Задача 2. (25 баллов)

Полусферическая чаша радиусом R вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Песчинка находится на внутренней поверхности сферы. Коэффициент трения песчинки о поверхность равен μ . Радиус вектор, проведенный к песчинке из центра сферы, образует угол α с вертикалью. С какой угловой скоростью должна вращаться сфера, чтобы песчинка начала подниматься вверх по поверхности чаши?

Решение:

Песчинка движется по окружности радиуса $R' = R \sin \alpha$ в горизонтальной плоскости с ускорением \mathbf{a} , направленным к центру этой окружности.



В начале движения песчинка движется вверх по чаше :

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_{\text{тр}}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$\text{по оси } x: ma_n = N \sin \alpha + F_{\text{тр}} \cos \alpha$$

$$\text{по оси } y: 0 = N \cos \alpha - mg - F_{\text{тр}} \sin \alpha$$

$$a_n = \omega^2 R' = \omega^2 R \sin \alpha$$

$$m\omega^2 R \sin \alpha = N (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$N (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = mg \Rightarrow N = mg / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$$

$$\omega^2 R \sin \alpha = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$$

Чтобы песчинка двигалась вверх по поверхности чаши необходимо, чтобы

$$N \cos \alpha > mg - F_{\text{тр}} \sin \alpha \Rightarrow N > mg / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$$

Ответ:

$$\omega > \sqrt{\frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{R \sin \alpha (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}}$$

Задача 3. (15 баллов)

В сосуде объемом 1 м³ под подвижным поршнем находится насыщенный водяной пар и 12 г воды. При данной температуре плотность пара равна 8 г/м³, а давление 1,2 кПа. Какое давление установится в сосуде, если объем изотермически увеличить в 5 раз? Ответ округлить до одного десятичного знака.

Решение:

Пренебрегаем объемом воды по сравнению с объемом пара.

$$\text{Для пара: } P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{P_1}{5}$$

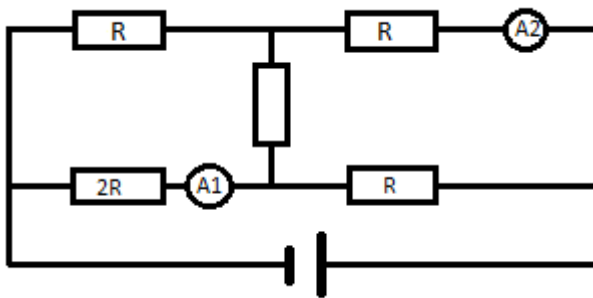
$$\text{Вода испарилась: } 5PV = \frac{m}{\mu} RT$$

По плотности пара определим T:

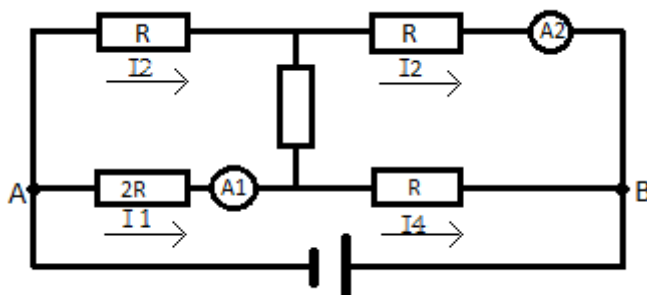
$$\rho = \frac{P_1 \mu}{RT} \Rightarrow T = \frac{P_1 \mu}{\rho R} \Rightarrow P = \frac{m P_1}{5V \rho} \Rightarrow P = \frac{P_1}{5} + \frac{m P_1}{5V \rho} = 0,6 \text{ кПа}$$

Задача 4 (20 баллов)

Два идеальных амперметра включены в цепь, как показано на рисунке. Первый амперметр показывает 0,2А. Что показывает второй амперметр? Ответ округлить до одного десятичного знака.



Решение:



$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4$$

$$I_4 = I_1 + I_3 + I_2$$

$$I_3 R + I_2 R = I_1 2R + I_4 R$$

$$I_3 + I_2 = 2I_1 + (I_1 + I_3 + I_2)$$

$$I_2 = 2I_1 + I_1 - I_2$$

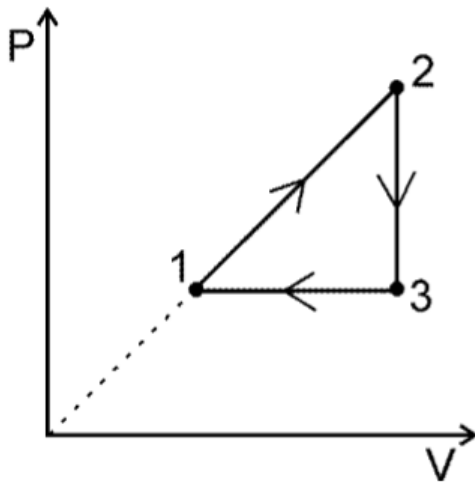
$$2I_2 = 3I_1$$

$$I_2 = \frac{3}{2}I_1$$

Задача 5. (25 баллов)

Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, показанный на рисунке, при котором зависимость давления от объема имеет вид: (1-2)-прямая, выходящая из начала координат, (2-3)-изохора, (3-1)-изобара. К.П.Д. цикла равен 20%. Температура в состоянии 1 равна 324К, температура в состоянии 2 равна 625К. Какое количество теплоты получает газ за цикл? Ответ округлить до целых.

Решение:



$$\eta = 0,2$$

$$T_1 = 324K$$

$$T_2 = 625K$$

$$A = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \eta Q$$

Прямая 1-2 проходит через начало координат $\Rightarrow P_2 = aP_1, V_2 = aV_1 \Rightarrow T_2 = a^2T_1$

$$Q = \frac{P_2V_2 + P_1V_1 - P_1V_2 - P_2V_1}{2\eta} = \frac{P_1V_1(a^2 + 1 - 2a)}{2\eta} = \frac{\nu RT_1 \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right)^2}{2\eta} = \frac{\nu R (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})}{2\eta}$$

Если $\nu = 1$ моль, то

$$Q = \frac{8,3(25-18)^2}{2 \cdot 0,2} \text{ Дж} = \frac{8,3 \cdot 49}{0,4} \text{ Дж} \approx 1 \text{ кДж}$$

Другое решение:

Газ получает тепло только в процессе 1-3, в котором давление P пропорционально объему V . Следовательно, $PV^{-1} = a$, где a – некоторая константа, и этот процесс является политропическим и происходит при постоянной теплоемкости C . Поэтому тепло Q , полученное газом, равно

$$Q = C(T_2 - T_1)$$

Теплоемкость процесса определяется из первого закона термодинамики:

$$\begin{aligned} \Delta U = Q - A &\Rightarrow C_V \Delta T = C \Delta T - P \Delta V \\ P \Delta V = aV \Delta V &= \frac{1}{2} \Delta(aV^2) = \frac{1}{2} \Delta(PV) = \frac{1}{2} R \Delta T \\ C_V \Delta T = C \Delta T - \frac{1}{2} R \Delta T &\Rightarrow C = C_V + \frac{1}{2} R \end{aligned}$$

Для одноатомного газа $C_V = \frac{3}{2}R \Rightarrow C = 2R$

Ответ: $Q = 2R(T_2 - T_1) = 5 \text{ кДж}$