



**Высшая
проба**
ВСЕРОССИЙСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика» для 7 класса

2022/2023 уч. г.



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Балл за верное решение каждой задачи, то есть полное обоснование ответа (или доказательство), указан после номера каждой задачи в скобках. Частичные продвижения в решении задач могут оцениваться промежуточными баллами.

Задача 7.1. (15 баллов) В таблице 4×4 в каждой клетке стоит число 0. Вера за один ход может выбрать любую клетку и увеличить стоящее в ней число на 1, одновременно с этим увеличиваются на 1 и числа во всех клетках, соседних с выбранной по стороне. Может ли Вера несколькими такими операциями получить во всех клетках таблицы число 2022?

Задача 7.2. (15 баллов) На стороне AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$ отмечена точка E так, что $\angle AED = 90^\circ$. Оказалось, что DE — биссектриса угла ADC . Докажите, что $AE > EB$.

Задача 7.3. (15 баллов) У Маши и Пети есть по 5 карточек, на которых записано по одной цифре. На карточках Маши написаны только двойки и тройки, на карточках Пети — только тройки и четвёрки.

Маша и Петя составляют из своих карточек по пятизначному числу. Может ли произведение этих пятизначных чисел записываться одними двойками?

Задача 7.4. (15 баллов) Друзья Андрей, Борис и Денис учатся в одном классе. Им всем нравится сидеть за первой партой центрального ряда. Каждый учебный день происходит следующее:

1. в начале дня двое из друзей занимают первую парту центрального ряда, и в течение дня много болтают друг с другом;
2. к концу дня классный руководитель запрещает одному из этих двоих оставаться за первой партой центрального ряда на весь следующий день.

Спустя несколько учебных дней оказалось, что Борис сидел за первой партой центрального ряда ровно 31 день, а Денис — ровно 15 дней. Сколько дней сидел за первой партой центрального ряда Андрей?

Задача 7.5. (20 баллов) Различные простые числа a, b, c, d таковы, что

$$\begin{cases} ab + cd = 121, \\ bc + ad = 89. \end{cases}$$

Чему может быть равно $a + b + c + d$?

Задача 7.6. (20 баллов) Столбцы белой клетчатой таблицы 11×11 пронумерованы слева направо числами от 1 до 11. Найдите количество способов закрасить в этой таблице 66 клеток так, чтобы выполнялись следующие условия:

- в одном столбце закрашена 1 нижняя клетка, ещё в одном — 2 нижние клетки, ещё в одном — 3 нижние клетки, ..., ещё в одном — 11 нижних клеток;
- ровно в одном столбце закрашенных клеток больше, чем его номер.