



**Высшая
проба**
ВСЕРОССИЙСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика» для 9 класса

2023/2024 уч. г.



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Вопрос 1

Балл: 9,00

Карлсону на день рождения подарили большую банку малинового варенья. В течение 99 дней он ел варенье по следующему правилу: для всех $k = 1, 2, \dots, 99$ в k -й день Карлсон ел $\frac{1}{k+1}$ от текущего остатка (в первый день он съел половину всего варенья, во второй — $\frac{1}{3}$ от остатка, и т.д.). Какая часть от изначального объёма варенья осталась у Карлсона через 99 дней?

Ответ:

Правильный ответ: 0,01

Вопрос 2

Балл: 10,00

Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, у которого разность между любыми двумя соседними цифрами не меньше 3.

Ответ:

Правильный ответ: 9638527140

Вопрос 3

Балл: 11,00

Назовём дробь $\frac{a}{b}$ красивой, если a и b — натуральные числа, сумма которых равна 15 (дробь может быть сократимой). Сколько существует натуральных чисел, представимых в виде суммы двух (не обязательно различных) красивых дробей?

Ответ:

Правильный ответ: 11

Вопрос 4

Балл: 12,00

Дан квадрат $ABCD$. На плоскости отметили такую точку X , что $AX = AB$ и $\angle ADX = 13^\circ$. Сколько градусов может составлять угол BXA ? Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания. Например, если ответами являются 30 и $\frac{45}{2}$, то нужно указать 22,5;30.

Ответ:

Правильный ответ: 32;58

Вопрос 5

Балл: 13,00

На футбольной трибуне кресла стоят в виде прямоугольника, всего мест меньше 2022. После матча некоторые кресла сломались, причём всего сломанными оказались $\frac{1}{99}$ всех кресел. При этом не менее чем в 44% горизонтальных рядов и не менее чем в 44% вертикальных рядов что-то сломалось. Сколько всего кресел на трибуне?

Ответ:

Правильный ответ: 1980

Вопрос 6

Балл: 14,00

В множестве X содержится $1 \leq n \leq 20$ различных действительных чисел, все они отличны от 0 или 1. Известно, что если $x \in X$, то $\frac{1}{x} \in X$ и $1 - x \in X$. Чему может быть равно n ? Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания. Например, если ответами являются все числа от 1 до 5, то нужно указать 1;2;3;4;5.

Ответ:

Правильный ответ: 3;6;9;12;15;18

Вопрос 7

Балл: 15,00

Математика 9 класс ДЕМО

Петя разделил большой прямоугольник 99 вертикальными и 99 горизонтальными прямыми на 10 000 прямоугольников, площади которых неизвестны. За один вопрос можно узнать у Пети значение площади любого из этих 10 000 прямоугольников. За какое наименьшее количество вопросов получится гарантированно узнать площадь большого прямоугольника?

Ответ:

Правильный ответ: 199

Вопрос 8

Балл: 16,00

Дан треугольник ABC , в котором $\angle C = 20^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. Точки D и E на сторонах BC и AC соответственно таковы, что $AC = CD$, $CE = BD$. Сколько градусов составляет угол BEC ?

Ответ:

Правильный ответ: 150