



Высшая  
проба

ВСЕРОССИЙСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА**

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»  
по профилю «Математика» для 11 класса

2023/2024 уч. г.



**ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ**  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

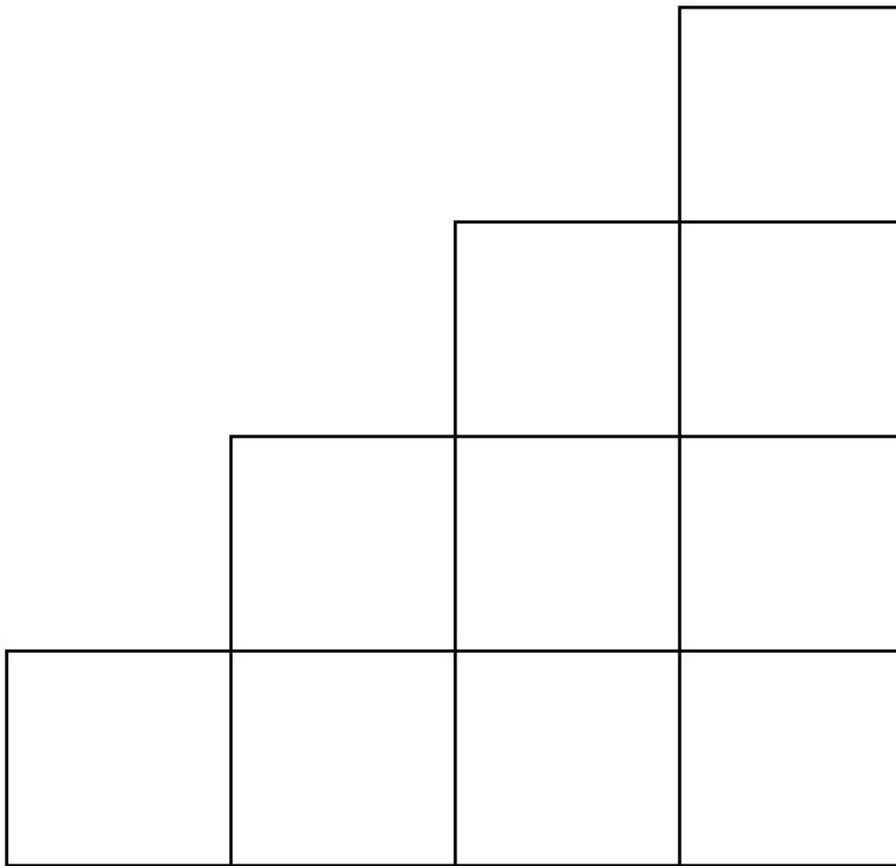
Вопрос 1

Балл: 9,00

На доске нарисована «лесенка» (см. рисунок). Сколько существует способов расставить в её клетки числа

9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 22, 23, 45

так, чтобы во всех четырёх столбцах суммы чисел были одинаковы?



Ответ:

Правильный ответ: 288

Вопрос 2

Балл: 10,00

В десятичной записи числа  $\frac{1}{97}$  вычеркнули первую ненулевую цифру после запятой.

Получилась десятичная запись несократимой дроби  $\frac{p}{q}$  (где  $p$  и  $q$  – натуральные числа).  
Найдите  $p + q$ .

Ответ: 

Правильный ответ: 973

Вопрос 3

Балл: 11,00

По кругу стоят 33 коровы. Некоторые из них чёрные, а остальные – коричневые. Известно, что:

- нет двух соседних чёрных коров;
- нет двух чёрных коров, между которыми ровно 15 других коров.

Какое наибольшее количество чёрных коров может быть?

Ответ: 

Правильный ответ: 11

Вопрос 4

Балл: 12,00

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^2 - ax + 2a$  имеет два различных целых корня. Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания. Например, если ответами являются числа  $-2$  и  $\frac{1}{2}$ , то нужно указать  $-2;0,5$ .

Ответ: 

Правильный ответ: -1;9

Вопрос 5

Балл: 13,00

Дана окружность  $\omega$  с диаметром  $PQ$ . Точки  $A$  и  $B$  выбраны на  $\omega$  по разные стороны от прямой  $PQ$  так, что  $\angle APB = 60^\circ$ . Отрезки  $AB$  и  $PQ$  пересекаются в точке  $X$ . Найдите площадь четырёхугольника  $PAQB$ , если  $AX = 1$  и  $BX = 2$ .

Ответ: 

Правильный ответ: 4,5

Вопрос 6

Балл: 14,00

Числа 1, 2, 3, ..., 18 разбили на три непустые группы, и в каждой группе посчитали сумму всех чисел. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее общее кратное этих трёх сумм?

Ответ:

$$55 \cdot 57 \cdot 59 = 184965.$$

Правильный ответ: 184965

Вопрос 7

Балл: 15,00

В стране 45 городов. Любые два города соединены не более, чем одной дорогой. Известно, что если из двух городов выходит одинаковое количество дорог, то между собой они дорогой не соединены. Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?

Ответ:

Правильный ответ: 870

Вопрос 8

Балл: 16,00

Дан куб с ребром, равным 4. Точка  $A$  находится в его вершине, а точки  $B$  и  $C$  — на его рёбрах. Известно, что  $AB = 5$  и  $AC = 6$ . Чему может быть равно  $BC^2$ ? Укажите все возможные варианты.

Если вариантов несколько, укажите их через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания. Например, если ответами являются числа 2 и  $\frac{1}{2}$ , то нужно указать 0,5;2.

Ответ:

Правильный ответ: 5;17;21