

# Олимпиада для студентов и выпускников вузов – 2012 г.

## Методические рекомендации по направлению «Математические методы в экономике»

### 1. Линейная алгебра.

- 1.1. Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
- 1.2. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
- 1.3. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матрицы.
- 1.4. Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
- 1.5. Собственные числа и собственные векторы матрицы.
- 1.6. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

### 2. Математический анализ.

- 2.1. Функции одной переменной. Предел функции. Производные. Разложение функции в ряд Тейлора. Исследование и построение графика функции.
- 2.2. Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.
- 2.3. Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Примеры экономических приложений. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Максимизация полезности и бюджетное ограничение. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка.

### 3. Дифференциальные уравнения.

- 3.1. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Уравнение Бернулли.
- 3.2. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной.
- 3.3. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения.
- 3.4. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.

### 4. Теория вероятностей.

- 4.1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- 4.2. Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания, дисперсии и ковариации. Условное математическое ожидание.
- 4.3. Нормальное распределение и связанные с ним хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Фишера, и их основные свойства. Статистические таблицы и их использование.

## 5. Математическая статистика.

- 5.1. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции). Корреляционная связь.
- 5.2. Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал.
- 5.3. Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия, уровень значимости, мощность критерия и P-value теста. Проверка значимости.
- 5.4. Линейная регрессионная модель для случая одной и нескольких объясняющих переменных. Теоретическая и выборочная регрессии. Природа случайной составляющей. Линейность по переменным и параметрам.
- 5.5. Оценивание параметров. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок параметров, полученных по МНК. Разложение суммы квадратов отклонений. Дисперсионный анализ. Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным. Коэффициент детерминации и его свойства.
- 5.6. Классическая линейная регрессия. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров. Теорема Гаусса-Маркова.
- 5.7. Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Доверительные интервалы оценок параметров и проверка гипотез об их значимости. Проверка адекватности регрессии. Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.

### Литература (разделы из учебников, соответствующие программе)

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. / Том 1. М.: Юнити-Дана, 2001.
2. Айвазян С.А. (2001). Прикладная статистика. Основы эконометрики. Том 2. – М.: Юнити-Дана, 2001.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнения по математическому анализу. М.: ООО «Издательство АСТ», 2003
4. Ильин В.А., Ким Г.Д., Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М.: Проспект, 2008.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит, 2006.
6. Катышев П., Магнус Я., Пересецкий А., Головань С. Сборник задач к начальному курсу эконометрики. 4-е дополненное и переработанное издание. Москва, Дело. 2007.
7. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, тт.1,2,3.М.:Дрофа, 2003.
8. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А. Эконометрика. Начальный курс. 8-е исправленное издание. Москва, Дело, 2007.
9. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р. Теория вероятностей и статистика - 2-е изд., перераб. М.: МЦНМО, 2008.
10. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2004.
11. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, тт.1-3. М.: Физматлит, 2006.
12. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа, тт.1,2. М.: Физматлит, 2002.
13. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Издательский дом ГУ-ВШЭ, 2005.
14. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика-2 (промежуточный уровень) Москва: Издательский дом ГУ-ВШЭ, 2007.
15. Chiang A.C. Fundamental methods of mathematical economics. McGraw Hill, 1984.
16. Simon C.P., Blum L. Mathematics for Economists. WW Norton & Company. NY–London, 1994.