

## Олимпиада для студентов и выпускников вузов – 2011 г.

### Профиль «Экономика»

## Условия заданий и критерии оценивания

### Памятка по подготовке заявления о проведении апелляции

1. Перед тем, как писать апелляцию внимательно изучите решение задачи и схему оценивания, приведенные ниже.
2. Единственным основанием для подачи апелляции является несоответствие Вашей оценки за задачу (раздел задачи) представленной схеме оценивания.
3. При каких обоснованиях Ваше заявление на апелляцию, вероятно, будет отклонено:
  - Вас не устраивает полученная оценка;
  - Вы считаете, что критерии оценки являются несправедливыми;
  - Вы считаете, что задача сформулирована некорректно, поэтому ничего не решили (даже если задача действительно сформулировано некорректно, Вам нужно найти наилучшее решение для этой задачи);
  - Вы считаете, что проверяющий снял слишком много баллов за допущенные ошибки;
  - Вы считаете, что в условии задачи не были оговорены какие-то общепринятые условия, например, не сказано «при прочих равных», «все рынки находятся в равновесии», и т.д.
4. Что должно быть указано в апелляции?  
В обосновании должно быть указано конкретное место в Вашем решении, где на Ваш взгляд допущено расхождение со схемой оценивания.

### Пример содержательной части заявления на апелляцию

*Прошу перепроверить раздел 3с задачи 4.*

*В критериях оценки в п. 3.1 указано, что за расчет темпов роста экономики до шока ставится 2 балла, а в п. 3.6 указано, что за расчет темпов роста экономике в долгосрочном периоде после шока ставится 1 балл. Я указал, что «до шока и в долгосрочном периоде после шока темпы экономического роста составят 4% в год», за что должен был получить в сумме 3 балла, а получил только 2.*

## Микроэкономика

**Задание 1. (20 баллов)** Монополист сталкивается с линейным спросом на производимую им продукцию,  $p(q) = a - q$ , и продает ее по цене, равной 12 рублей. При входе в отрасль второго производителя они конкурируют по Курно и продают продукцию по цене, равной 10 рублей. При этом доля продаж первого производителя (бывшего монополиста) составляет 60%. Какова максимальная сумма денег, которую готов заплатить монополист, чтобы предотвратить вход в отрасль своего конкурента в предположении, что у обоих производителей средние издержки производства постоянны?

**Общие комментарии.** Решение заключается в нахождении равновесия на рынке в случае монополии и в случае конкуренции по Курно, определении параметров модели, и вычислении разницы в прибыли монополиста.

### 1. Решение задачи монополиста

Средние издержки монополиста постоянны, обозначим их за  $c_1$ . Прибыль монополиста равна

$$\pi_M = (a - q_M)q_M - c_1q_M.$$

Условие максимизации прибыли монополиста:

$$\pi'_M = a - 2q_M - c_1 = 0.$$

Выпуск монополиста

$$q_M = \frac{a - c_1}{2}.$$

Соответственно

$$a - \frac{a - c_1}{2} = 12,$$

$$a + c_1 = 24.$$

**Решение задачи монополиста и нахождение соотношения  $a + c_1 = 24$ . 3 балла.**

**Комментарии.** В некоторых решениях ошибочно считали постоянными не средние издержки, а общие издержки, соответственно, выбор монополиста тогда не зависел от средних издержек. При таком решении ставилось 0 баллов.

### 2. Нахождение равновесия по Курно

Пусть бывший монополист будет фирмой 1, а конкурент фирмой 2, тогда

$$\pi_1 = (a - q_1 - q_2)q_1 - c_1q_1,$$

$$\pi_2 = (a - q_1 - q_2)q_2 - c_2q_2.$$

Из условий первого порядка найдем функции реакции

$$q_1 = \frac{(a - c_1 - q_2)}{2},$$

$$q_2 = \frac{(a - c_2 - q_1)}{2}.$$

**Нахождение функций реакции (2 балла).**

Решения, в которых в готовую формулу  $q_1 = \frac{(a - c_1 - q_2)}{2b}$  подставлялось значение  $b = -1$ , не оценивались, так как это отражает непонимание вывода данной формулы.

Из функций реакций находим

$$q_1 = \frac{(a - 2c_1 + c_2)}{3},$$

$$q_2 = \frac{(a - 2c_2 + c_1)}{3}.$$

**Нахождение выпусков при конкуренции по Курно (3 балла).**

*Можно было найти все параметры, и только после этого найти объемы производства.*

**3. Определение значений параметров**

Так как  $q_1 = 0,6(a - 10)$ ,  $q_2 = 0,4(a - 10)$ , то

$$c_1 = a - 1,2(a - 10) - 0,4(a - 10),$$

$$c_2 = a - 0,8(a - 10) - 0,6(a - 10).$$

**Соотношение (3 балла).**

*В некоторых решениях ошибочно предполагалось равенство средних издержек двух фирм.*

$$p = \frac{(a + c_2 + c_1)}{3} = \frac{24 + c_2}{3} = 10.$$

$$c_2 = 6.$$

**Нахождение средних издержек второй фирмы (3 балла)**

$$6 = a - 0,8a + 8 - 0,6a + 6,$$

$$8 = 0,4a$$

$$a = 20,$$

$$c_1 = 4.$$

**Нахождение  $a$ ,  $c_1$  (4 балла)**

Максимальная сумма денег, которую монополист готов заплатить, чтобы предотвратить вход конкурента в отрасль, равна разнице в прибылях

$$\pi_M = 12 \cdot \frac{12 - 4}{2} - 4 \cdot \frac{12 - 4}{2} = 64$$

и

$$\pi_1 = (20 - 6 - 4)6 - 4 \cdot 6 = 36,$$

$$\Delta\pi = 64 - 36 = 28.$$

**Нахождение  $\Delta\pi$  (2 балла).**

*Если в решение задачи пропущено какое-нибудь соотношение и не найден один из параметров, то за запись*

$\Delta\pi$  давался 1 балл.

**Задание 2. (30 баллов)** Рассмотрите экономику обмена с двумя потребителями (А и В) и двумя товарами. Предпочтения потребителей представимы функциями полезности  $u_A(x_A, y_A) = (x_A + 1)(y_A + 2)$  и  $u_B(x_B, y_B) = 2x_B + y_B$ , соответственно. У каждого потребителя имеется по 4 единицы каждого товара.

- 1) (8 баллов) Найдите все Парето оптимальные распределения для данной экономики.
- 2) (8 баллов) Будем называть распределение справедливым, если оно является Парето оптимальным, и при этом корзина каждого потребителя с точки зрения его предпочтений не хуже, чем корзина любого другого участника. Найдите все справедливые распределения для данной экономики.
- 3) (6 баллов) Найдите равновесие в этой экономике обмена и покажите, что оно является справедливым.
- 4) (8 баллов) Докажите следующее обобщение полученного Вами в пункте (3) результата:

«Если в экономике обмена все потребители имеют одинаковые первоначальные запасы, а функция полезности каждого потребителя возрастает хотя бы по одному товару, то равновесное по Вальрасу распределение в этой экономике всегда будет справедливым распределением (где справедливость понимается согласно определению, данному в пункте (2))» (Здесь в экономике может быть любое конечное число потребителей и товаров).

**Общие комментарии.** Во многих работах было приведено решение без указания пункта задачи, к которому оно относится. Если при этом в тексте решения или в формулировке ответа не было четко сказано, что искал автор (равновесие, ПО или справедливые распределения), то решение всегда оценивалось как решение 1-го пункта. Подобный подход говорит о том, что писавший сам не осознает, к какому пункту может относиться приведенное решение (например, не различает равновесие и ПО). Поэтому никакие пояснения от авторов после написания олимпиады по этому поводу не принимаются.

Указанные ниже баллы соответствуют случаю абсолютно верного решения с подробным объяснением. При наличии ошибок баллы снижались. При наличии ответа без объяснения ставили ноль баллов.

1) Заметим, что предпочтения обоих агентов выпуклы (у агента В функция полезности линейна, а у агента А в результате монотонного преобразования предпочтения можно представить возрастающей вогнутой функцией полезности  $\ln(1 + x_A) + \ln(1 + y_A)$ ). Это означает, что условия первого порядка в задаче на поиск ПО будут необходимыми и достаточными.

**Поиск внутренних Парето оптимальных (далее ПО) распределений (4 балла).**

Найдем внутренние ПО распределения. Такие распределения должны удовлетворять условиям

$$\begin{cases} x_A + x_B = 8 \\ y_A + y_B = 8 \\ MRS_A(x_A, y_A) = MRS_B(x_B, y_B) \end{cases}$$

$$\frac{y_A + 2}{x_A + 1} = 2, \text{ откуда } y_A = 2x_A \text{ при } 0 < x_A < 4, x_B = 8 - x_A, y_B = 8 - y_A.$$

#### Поиск граничных ПО распределений (4 балла).

В силу возрастания обеих функций полезности ситуации, где у одного агента все блага (по 8 единиц каждого блага), а другого - ничего, является ПО (в силу возрастания функций полезности обоих агентов, забирая что-то у одного мы заведомо ухудшаем его положение, но без этого нельзя улучшить положение другого).

Рассмотрим теперь другие всевозможные ситуации, представимые возможными точками на границе ящика Эджуорта.

$$(a) \quad x_A = 0, \quad y_A > 0 \quad \text{тогда} \quad MRS_A(x_A, y_A) = y_A + 2 > 2 = MRS_B(x_B, y_B).$$

Тогда возможно Парето улучшение путем перераспределения товара  $x$  в пользу А, а товара  $y$  - в пользу В.

$$(б) \quad y_A = 0, \quad x_A > 0, \quad \text{тогда} \quad MRS_A(x_A, y_A) = \frac{2}{x_A + 1} < 2 = MRS_B(x_B, y_B). \quad \text{При этом возможно Парето}$$

улучшение путем перераспределения товара  $x$  в пользу В, а товара  $y$  - в пользу А.

$$(в) \quad x_B = 0, \quad y_B > 0, \quad \text{тогда} \quad MRS_A(x_A, y_A) = \frac{y_A + 2}{9}. \quad \text{ПО требует}$$

$$MRS_A(x_A, y_A) = \frac{y_A + 2}{9} \geq MRS_B(x_B, y_B) = 2, \quad \text{что невозможно, поскольку } y_A \leq 8.$$

$$(г) \quad y_B = 0, \quad x_B > 0, \quad \text{тогда} \quad MRS_A(x_A, y_A) = \frac{10}{x_A + 1}. \quad \text{Распределение будет ПО, если}$$

$$MRS_A(x_A, y_A) = \frac{10}{x_A + 1} \leq MRS_B(x_B, y_B) = 2, \quad \text{откуда } x_A \geq 4.$$

Таким образом, ПО являются следующие распределения:  $y_A = 2x_A, x_B = 8 - x_A, y_B = 8 - y_A$  при  $0 \leq x_A \leq 4$  и  $y_A = 8, y_B = 0, x_B = 8 - x_A$  при  $4 \leq x_A \leq 8$ .

#### Комментарии к пункту 1)

- Многие забывали рассмотреть граничные ПО распределения или вписывали их в ответ без объяснений (в обоих случаях участники лишались 4 баллов, предусмотренных за АНАЛИЗ граничных распределений). Заметим, что важно не только показать, почему указанные выше граничные распределения являются ПО, но и почему другие граничные распределения не являются ПО.
- Анализ граничных распределений базировался на схематично нарисованном графике, где не были обоснованы изображенные наклоны кривых. По внешнему виду приведенных функций (без расчетов) нельзя сделать вывод о том, как соотносятся наклоны кривых безразличия в граничных точках.
- Неверно выписывали условия допустимости, суммируя разные товары ( $x$  и  $y$ ) или вовсе игнорировали условия допустимости.
- При поиске ПО распределений приравнивали MRS к отношению цен и в некоторых работах были также выписаны бюджетные ограничения. Это свидетельствует о том, что автор работы не различает равновесие по Вальрасу и ПО.
- В некоторых работах авторы изменили условия задачи, например, введя предположение о целочисленности благ, что свело решение к простому перебору. Подобные изменения существенно

меняют суть задания, а потому оценивается лишь решение приведенной постановки, где не было условия о целочисленности объемов потребления (совсем странным выглядит использование дифференцирования и приравнивание MRS, которым многие пользовались, введя условие целочисленности).

**2)** Согласно определению нам нужно найти подмножество ПО распределений, каждый элемент которого будет удовлетворять условиям:

$$\begin{cases} (x_A + 1)(y_A + 2) \geq (x_B + 1)(y_B + 2) = (9 - x_A)(10 - y_A) \\ 2x_B + y_B = 24 - 2x_A - y_A \geq 2x_A + y_A \end{cases}, \text{ откуда } \begin{cases} 10y_A + 12x_A \geq 88 \\ 12 \geq 2x_A + y_A \end{cases} (*).$$

**Поиск справедливых распределений среди внутренних ПО распределений ( $y_A = 2x_A$ )- 4 балла.**

В этом случае система (\*) примет вид  $\begin{cases} 32x_A \geq 88 \\ 12 \geq 4x_A \end{cases}$ , откуда  $\frac{11}{4} \leq x_A \leq 3$ .

**Поиск справедливых распределений среди граничных ПО распределений ( $y_A = 8$ ). - 4 балла.**

В этом случае система (\*) примет вид  $\begin{cases} 12x_A \geq 8 \\ 4 \geq 2x_A \end{cases}$ , откуда  $\frac{3}{2} \leq x_A \leq 2$ , но эти распределения не являются ПО, так

как нарушается условие  $x_A \geq 4$ .

Таким образом, справедливыми являются распределения, где  $y_A = 2x_A$  при  $\frac{11}{4} \leq x_A \leq 3$ ,

$$x_B = 8 - x_A, y_B = 8 - y_A.$$

#### Комментарии

- Основная проблема была связана с переводом вербального определения справедливости распределения на формальный язык. Многие делали неверный вывод о том, что справедливость требует равенства значений полезности потребителей.
- Многие, рассмотрев внутренние ПО распределения, забывали провести поиск справедливых распределений среди граничных ПО.

#### **3) Поиск равновесия – 4 балла.**

Поскольку функции агентов полезности являются возрастающими, то справедлива первая теорема благосостояния, то есть равновесное по Вальрасу распределение будет ПО. Это позволяет найти это распределение на основе работы, проделанной в пункте 1).

Заметим, что граничные распределения, где наклоны кривых безразличия не равны (т.е. при  $x_A > 4$  и  $y_A = 8$ ) не могут давать равновесие, так как не будут доступны по бюджету агенту А ни при каких ценах, так как содержат большее, чем в первоначальном запасе количество обоих товаров. По той же причине не дает равновесие набор  $x_B = y_B = 8$ .

В остальных ПО имеет место равенство MRS. Внутреннее равновесное распределение требует касания кривых безразличия с бюджетными линиями, то есть отношение цен будет равно MRS каждого потребителя, откуда находим  $p_x / p_y = MRS_{xy}^B = 2$

В силу возрастания функций полезности каждый агент будет тратить бюджет полностью (иначе он мог бы на оставшиеся деньги купить какое-то благо, улучшив свое положение), что позволяет найти потребительские наборы из бюджетных ограничений:  $p_x x^A + p_y y^A = 4(p_x + p_y)$ , откуда при  $p_x = 2p_y$  и  $y_A = 2x_A$  (в силу ПО) находим  $x^A = 12/4 = 3$ ,  $y^A = 6$ ,  $x^B = 8 - 3 = 5$ ,  $y^B = 8 - 6 = 2$ .

Итак, равновесие:  $\{p_x / p_y = 2, x_A = 3, y_A = 6, x_B = 5, y_B = 2\}$ .

#### Проверка справедливости- 2 балла.

Поскольку равновесное распределение является ПО и  $x_A = 3 \in [11/4, 3]$ , то равновесное распределение является справедливым.

#### Комментарии

- Многие искали равновесие, выводя функции спроса, то есть, следуя определению. Это более трудоемкий способ. Однако любой корректный способ поиска равновесия оценивался одинаково (в 4 балла).
- Справедливость распределения можно было также проверять непосредственным сравнением значений полезности (при упоминании о том, что равновесное распределение - ПО).
- Многие забывали проверить, что равновесное распределение является справедливым.

**4) Оценка за доказательство не дробилась. В единичных случаях поставлена оценка в 1-2 балла при отсутствии корректного доказательства за наличие неких разумных, но не реализованных идей. Оценки в 3-6 баллов не ставились. За корректное доказательство ставили 7-8 баллов в зависимости от степени обоснованности всех используемых автором логических построений.**

Поскольку все потребители имеют функции полезности, возрастающие хотя бы по одному товару, то согласно первой теореме благосостояния равновесное распределение является оптимальным по Парето.

Далее, поскольку первоначальные запасы всех агентов совпадают, то все агенты имеют одинаковые бюджетные множества. Выбор каждого агента лежит в его бюджетном множестве, а, значит, бюджетное множество каждого агента содержит также и равновесные наборы, выбранные другими агентами. Так как каждый агент, выбирая свой набор, мог выбрать и любой из наборов, выбранных другими агентами, то его собственный набор должен приносить полезность не меньшую, чем набор любого другого участника. Это означает, что равновесное распределение в такой экономике всегда будет справедливым.

#### Комментарии

- Утверждение можно также доказать методом «от противного». Однако у некоторых участников возникли сложности с формулировкой отрицания: вместо того, чтобы предположить, что найдется хотя бы один агент, который завидует другому (т.е. полезность от чужого набора у него выше, чем от своего), авторы предположили, что все агенты завидуют другим.

## Макроэкономика

**Задание 3. (20 баллов)** Рассмотрим малую открытую экономику с совершенной мобильностью капитала. Предположим, что центральный банк не осуществляет никаких интервенций на валютном рынке. Предельная склонность к потреблению равна 0,8. Функция спроса на реальные денежные остатки имеет вид:  $\left(\frac{M}{P}\right)^D = Y e^{-10R}$ , где  $Y$  – выпуск,  $R$  – ставка процента в экономике (в долях).

**1) (10 баллов)** Предположим, что правительство, несмотря на бездействие центрального банка, стремится поддерживать фиксированный обменный курс национальной валюты (тугрика). Тогда каким изменением в аккордных налогах необходимо сопроводить увеличение государственных закупок на 1 млрд. тугриков? Как при этом изменится выпуск?

**2) (10 баллов)** На сколько процентов изменится выпуск при увеличении мировой ставки процента с 10% до 10,1%, если правительство также не будет заботиться об обменном курсе? Что при этом произойдет с курсом тугрика (удорожание или обесценение тугрика)?

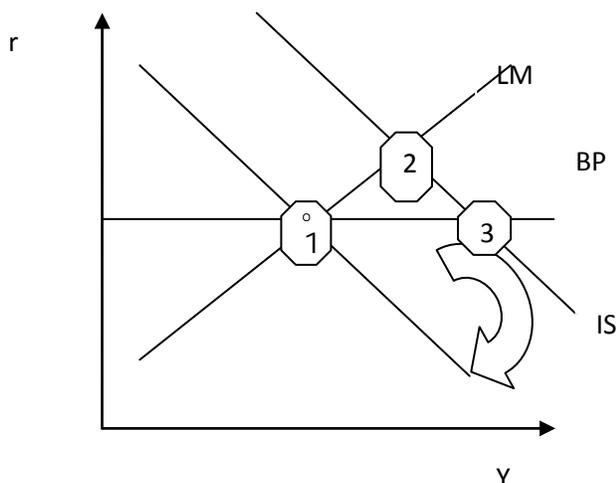
(Замечание: все ответы должны быть формально обоснованы).

Критерии оценивания:

*Правильные численные ответы без пояснений не оцениваются. За неполные объяснения ставится неполный балл.*

*В каждой работе есть таблица с латинскими буквами от (a) до (f) и баллами. Ниже представлена расшифровка проставления баллов.*

1. *Правильный ответ на вопрос пункта 1 про изменение в налогах с пояснениями в терминах модели IS-LM-BP – 7 баллов (включая (a) 4 балла за график и цепочку рассуждений и (b) 3 балла за расчеты изменения налогов, см. ниже)*



**(a) График+цепочка рассуждений - 4 балла**

Увеличение государственных закупок приведет к росту совокупных расходов в экономике, что вызовет сдвиг кривой IS вправо, что приведет к росту ставки процента внутри страны. Это вызовет дисбаланс на валютном рынке. Поскольку ЦБ бездействует, то равновесие на рынке денег останется без изменений, и кривая LM не изменит своего положения. Таким образом, для того, чтобы курс остался без изменений, правительство вынуждено повлиять на ставку процента внутри страны таким образом, чтобы она стала вновь равна мировой процентной ставке. Чтобы этого достичь, правительство должно повлиять на IS так, чтобы кривая вернулась на прежнее место в точку 1. Этого можно достичь путем увеличения налогов.

**(b) Расчет изменения в налогах - 3 балла**

Для того, чтобы рассчитать величину изменения налогов необходимо посчитать на какую величину сдвинулась кривая IS вправо. Это расстояние между точкой 1 и точкой 3. Изменение равно

$$\Delta = \frac{1}{1 - mpc} \Delta G_{млн} \frac{1}{1 - 0.8} = 5 ( \quad ).$$

Если мы запишем абсолютную величину сдвига IS в обратную сторону, вследствие роста налогов, то мы получим:

$$\Delta = \frac{mpc}{1 - mpc} \Delta T$$

Расчеты:  $5 = \frac{0.8}{0.2} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{5}{4} = 1.25$

**Типичные ошибки:**

*График изображен без кривой платежного баланса, но с особым видом кривой LM. В данном случае, особый вид должен быть к кривой IS, т.к. только правительство заботится о валютном курсе и оно не может воздействовать на LM.*

*График изображен в осях валютный курс- выпуск, но с неправильными наклонами кривых или без пояснений, какой курс отмечен по оси, прямой или обратный (от этого зависит положительный или отрицательный наклон будет у кривых). Кроме того, в данном случае, у кривой IS будет особый вид*

*Правительство НЕ может воздействовать на объем денежной массы, а следовательно на денежный рынок и кривую LM!*

*Рассуждения начинаются с утверждения о выполнении процентного паритета. Это неверно. Абсолютная мобильность капитала вовсе не предполагает его выполнения. Вполне может выполняться и закон единой цены.*

*При расчетах не объяснено, каким образом получается 1,25. Расчеты без выписанных формул не засчитываются.*

*При расчетах, появляется предельная склонность к потреблению импортных товаров. В случае абсолютной мобильности капитала нет зависимости торгового баланса от уровня выпуска внутри страны.*

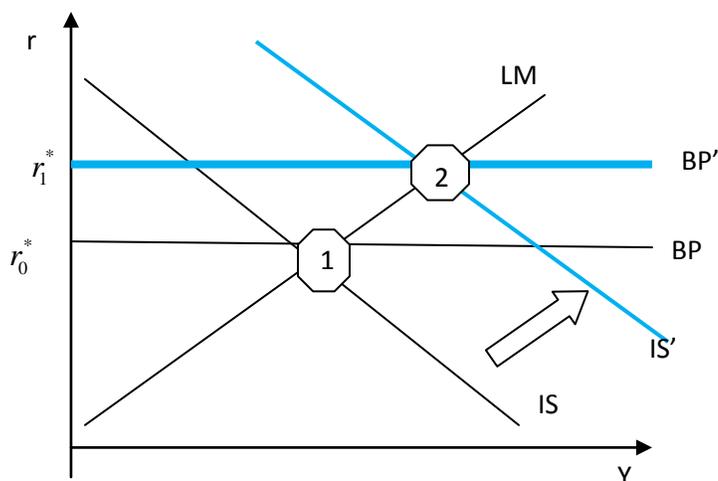
**(c) Правильный ответ на вопрос пункта 1 про изменение выпуска с пояснениями в терминах модели IS-LM-VP – 3 балла**

Поскольку иных способов, кроме фискальной политики, воздействия на валютный курс нет, и поскольку единственный способ удержания валютного курса – это сдвиг кривой IS на прежнее место, то изменение выпуска будет равно нулю

Типичные ошибки: нет рассуждений

2. **Правильный ответ на вопрос пункта 2 про изменение выпуска с пояснениями в терминах модели IS-LM-BP – 7 баллов (включая (d) 4 балла за график и рассуждения и (e) 3 балла за расчеты изменений выпуска, см. ниже)**

**(d) График+цепочка рассуждений - 4 балла**



После увеличения мировой ставки процента, ставка процента внутри страны становится ниже мировой, начинается отток капитала, спрос на иностранную валюту растет, обратный курс растет, прямой падает. Экспорт становится относительно дешевле, импорт относительно дороже, чистый экспорт растет, общий уровень расходов увеличивается, IS сдвигается вправо.

Типичные ошибки:

*Пропущено звено рассуждений (балл ставится не полностью)*

*Неверный график: не показан сдвиг BP*

**(e) Математические расчеты изменения выпуска - 3 балла**

Нетрудно заметить, что в точке 2 LM остается без изменений (денежная масса не изменялась), сдвигается только IS. Таким образом, для того, чтобы посчитать процентное изменение выпуска, его не надо считать в долях. Из кривой LM нетрудно получить соответствующее выражение для выпуска:

$$\left(\frac{M}{P}\right)^S = Ye^{\alpha R}, \quad \left(\frac{M}{P}\right)^S = const \quad Y \Rightarrow = \left(\frac{M}{P}\right)^S e^{10R}, \text{ далее подставляем значение процентной}$$

ставки и делим уровень выпуска в точке два, на уровень выпуска в точке 1.

Получаем, что  $\Delta Y = 1\%$ .

Ответ в виде  $e^{0.01}$  также засчитывался.

Более короткий и простой способ решения:

$$\frac{M^S}{P} = const \Rightarrow d(Ye^{-10R}) = 0 \Rightarrow \frac{dY}{Y} = 10dR \Rightarrow \Delta Y\% = 10 \cdot 0.1\% = 1\%$$

Типичные ошибки:

*Не объяснено, почему можно посчитать изменение выпуска через функцию спроса на деньги.*

*Денежный рынок и валютный рынок – это далеко не одно и то же. Это два различных рынка, которые могут влиять друг на друга.*

**(f)** *Правильный ответ на вопрос пункта 2 про изменение обменного курса с пояснениями в терминах модели IS-LM-BP – 3 балла*

После увеличения мировой ставки процента, ставка процента внутри страны становится ниже общемировой, начинается отток капитала, спрос на иностранную валюту растет, обратный курс растет, прямой падает. Т.е. национальная валюта обесценивается.

**Задание 4. (30 баллов)** Экономика описывается моделью Солоу с производственной функцией с постоянной отдачей от масштаба  $Y = F(K, AL)$  (выполняются все неоклассические предпосылки о производственной функции), постоянным темпом прироста населения  $L = L_0 e^{nt}$  и постоянным техническим прогрессом  $A = A_0 e^{gt}$ , где  $Y$  - реальный выпуск,  $K$  - капитал,  $L$  - труд,  $A$  - параметр эффективности труда,  $n$  и  $g$  - темпы прироста населения и параметра эффективности труда.

Государство финансирует государственные закупки товаров и услуг  $G$  за счет аккордных налогов  $T$ . Государственные закупки не влияют на производительность. Доля государственных закупок в выпуске предполагается постоянной и равной  $\phi$ . Население сберегает долю  $s$  от располагаемого дохода, таким образом, уравнение накопления капитала принимает вид  $\dot{K} = s(Y - T) - \delta K$ .

- 1) (6 баллов) Выведите основное уравнение динамики в модели Солоу с государственными закупками (т.е. уравнение динамики капиталовооруженности эффективного труда  $k$ ).
- 2) (12 баллов) Предположим, государство увеличило государственные закупки товаров и услуг.
  - a. (3 балла) Используя диаграмму Солоу, покажите, что произойдет с капиталовооруженностью эффективного труда  $k$ , производительностью эффективного труда  $y$  и потреблением в расчете на единицу эффективного труда  $c$  сразу после шока.
  - b. (3 балла) На диаграмме Солоу покажите, что произойдет с этими переменными в долгосрочном периоде.
  - c. (6 баллов) Может ли потребление увеличиться в долгосрочном периоде? Может ли сократиться? От чего зависит ответ на этот вопрос?
- 3) (12 баллов). Предположим, что производственная функция имеет форму Кобба-Дугласа:  $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$ , при этом, темп прироста населения составляет 2%, норма амортизации 5%, темп технического прогресса 2%, норма сбережений 0,25, доля государственных закупок в выпуске 36%. Предположим, что доля государственных закупок в выпуске возрастает до 46%.
  - a. (3 балла) Определите темпы экономического роста (т.е. темпы роста выпуска) до шока.
  - b. (8 баллов) Определите темпы экономического роста сразу после шока.
  - c. (1 балл) Определите темпы экономического роста в долгосрочном периоде после шока.

**Критерии оценивания**

**Вопрос 1.**

№	Решение	Оценка
1.1	Доля Государственных закупок в выпуске постоянна: $G = \phi Y$	1
1.2	Население делает сбережения только в форме физического капитала, следовательно, госдолга нет и бюджет сбалансирован: $G = T$	2
1.3	Откуда следует, что располагаемый доход задается выражением $Y^d = Y - T = Y - G = Y - \phi Y = (1 - \phi)Y$	1
1.4.	Получаем уравнение накопления капитала $\dot{K} = s(1 - \phi)Y - \delta K$	1

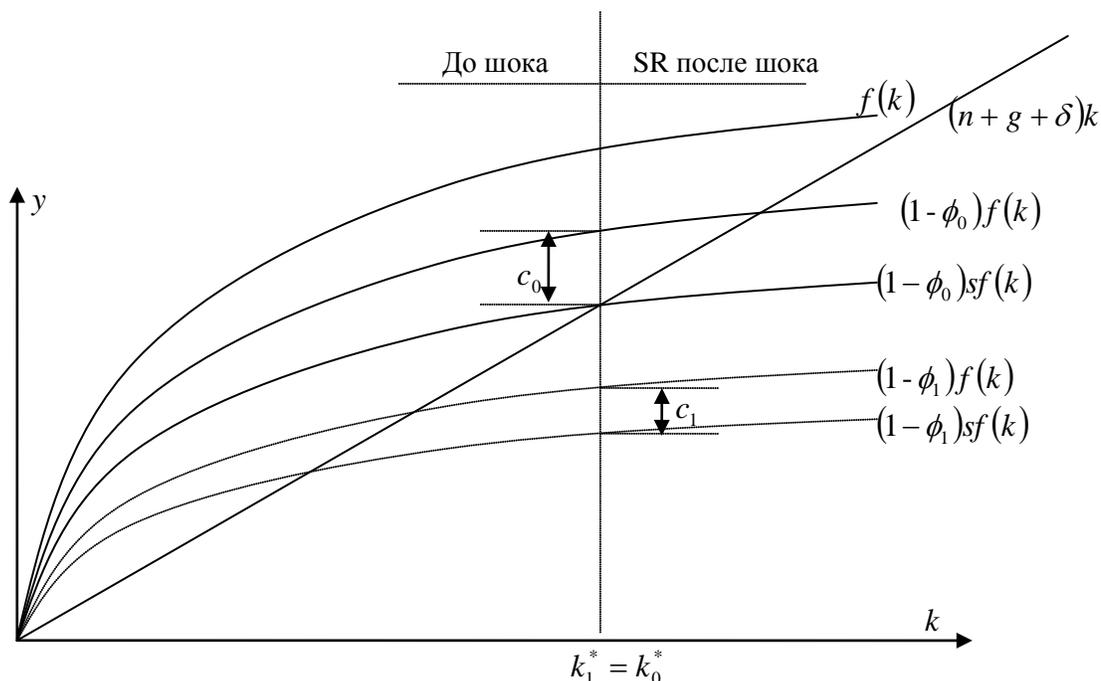
1.5.	Записываем уравнение накопления капитала в интенсивной форме: $\dot{k} = s(1-\phi)f(k) - (n+g+\delta)k$	1
------	--	---

**О критериях оценки:** Если уравнение в пункте 1.5. выписано верно, пункты 1.1., 1.3. и 1.4 могут быть пропущены. Если при этом пропущен пункт 1.2, снимается 1 балл (т.е. ставится оценка за данный вопрос 5 баллов из 6).

## Вопрос 2.

### Пункт а)

Диаграмма Солоу:



$$c_0 = (1-\phi_0)(1-s)f(k_0^*) < c_1 = (1-\phi_1)(1-s)f(k_0^*)$$

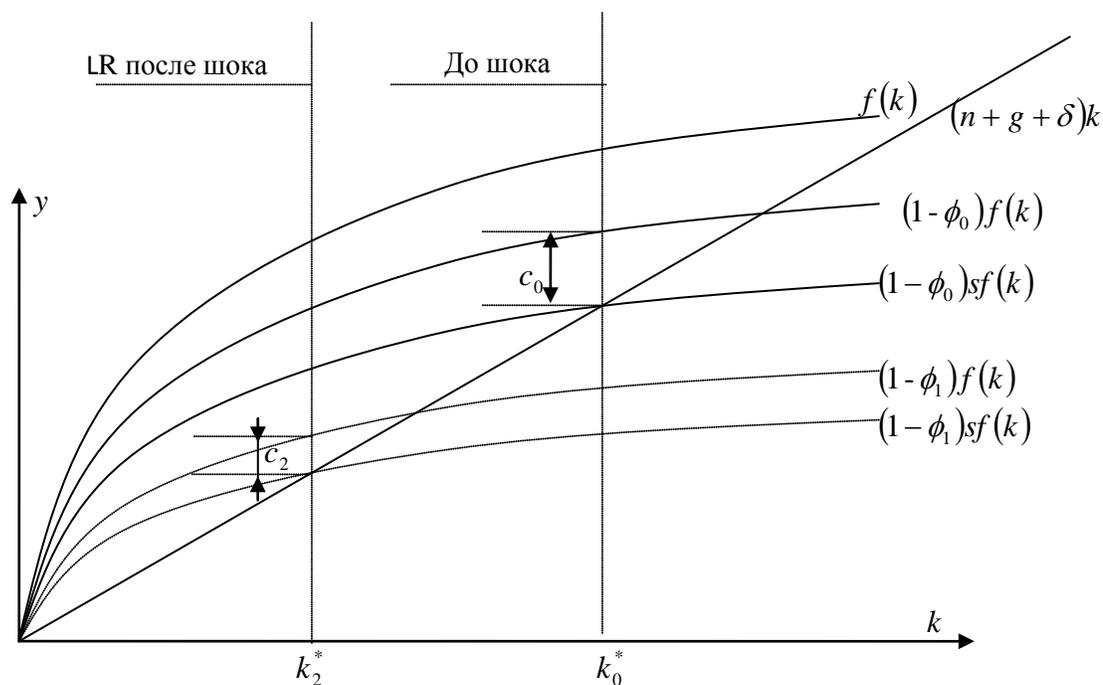
В момент шока потребление снизится, а капиталовооруженность эффективного труда и выпуск останутся неизменными

Критерии оценки:

№	Что сделано	Оценка
2.1.	Верно и аккуратно изображена диаграмма Солоу	1.5
2.2.	На диаграмме Солоу сделаны все необходимые пометки (выписаны уравнения линий (либо даны их названия), показано изменение потребления). Допускается, что изменения производительности эффективного труда и выпуска в расчете на единицу эффективного труда не показаны на диаграмме.	0.5
2.3.	Изменение 1 из трех переменных указано верно (капиталовооруженность эффективного труда, производительность эффективного труда, либо потребление в расчете на единицу эффективного труда), изменение остальных указано неверно, либо не указано.	0
2.4.	Изменение 2 из 3 переменных указано верно	0.5
2.5.	Изменение всех переменных указано верно.	1

### Пункт б)

Диаграмма Солоу:



$$c_2 = (1 - \phi_1)(1 - s)f(k_2^*) < c_1 = (1 - \phi_1)(1 - s)f(k_1^*) < c_0 = (1 - \phi_0)(1 - s)f(k_0^*)$$

В долгосрочном периоде производительность эффективного труда, капиталовооруженность эффективного труда и потребление в расчете на единицу эффективного труда сократятся.

Критерии оценки:

№	Что сделано	Оценка
2.6.	Верно и аккуратно изображена диаграмма Солоу	1.5
2.7.	На диаграмме Солоу сделаны все необходимые пометки (выписаны уравнения линий (либо даны их названия), показано изменение потребления на единицу эффективного труда).	0.5
2.8.	Изменение 1 из трех переменных указано верно (капиталовооруженность эффективного труда, производительность эффективного труда, либо потребление в расчете на единицу эффективного труда), изменение остальных указано неверно, либо не указано.	0
2.9.	Изменение 2 из 3 переменных указано верно	0.5
2.10.	Изменение всех переменных указано верно.	1

Пункт с)

№	Решение	Оценка
2.11	В долгосрочном периоде потребление на единицу эффективного труда определенно сократится.	3
2.12	Объяснение вариант 1: Рост государственных закупок приведет к снижению располагаемого дохода, что в краткосрочном периоде приведет к сокращению потребления и сбережений. В долгосрочном периоде потребление еще сократится за счет сокращения выпуска. Объяснение вариант 2: $c_2 = (1 - \phi_1)(1 - s)f(k_2^*) < c_1 = (1 - \phi_1)(1 - s)f(k_1^*) < c_0 = (1 - \phi_0)(1 - s)f(k_0^*)$	3

**Вопрос 3.**

№	Решение или что сделано	Оценка
<b>Пункт а)</b>		
3.1	В модели Солоу в долгосрочном периоде выпуск растет с темпом $n + g$ , следовательно, темпы экономического роста составляют 4% в год	2
3.2	Приведено какое-то обоснование того, что в долгосрочном периоде выпуск растет с темпом $n + g$	1
<b>Пункт б)</b>		
3.3.	<p>Из основного уравнения динамики в модели Солоу находим:</p> $\frac{\dot{k}}{k} = \frac{(1-\phi)sf(k)}{k} - (n + g + \delta)$ <p>Предположим, что доля государственных закупок в выпуске изменяется с <math>\phi_1</math> до <math>\phi_2</math>. До шока экономика находится на траектории сбалансированного роста, следовательно</p> $\frac{(1-\phi_1)sf(k)}{k} = (n + g + \delta)$ <p>В момент шока запас капитала не изменяется. Следовательно, темпы роста капиталовооруженности эффективного труда составят</p> $\begin{aligned} \frac{\dot{k}}{k} &= \frac{(1-\phi_2)sf(k)}{k} - (n + g + \delta) = \\ &= \left[ \frac{(1-\phi_2)sf(k)}{k} - (n + g + \delta) \right] - \left[ \frac{(1-\phi_1)sf(k)}{k} - (n + g + \delta) \right] = \\ &= \frac{-(\phi_2 - \phi_1)sf(k)}{k} = \frac{-(\phi_2 - \phi_1)(1-\phi_1)sf(k)}{(1-\phi_1)k} = \frac{-(\phi_2 - \phi_1)}{(1-\phi_1)}(n + g + \delta) \end{aligned}$ <p>Следовательно, сразу после шока</p> $\frac{\dot{k}}{k} = -\frac{\phi_2 - \phi_1}{1-\phi_1}(n + g + \delta) = -\frac{0.46 - 0.36}{1 - 0.36}(0.02 + 0.02 + 0.05) = -\frac{9}{640} = -1,40625\%$ <p>Примечания:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Возможны другие способы решения;</li> <li>• Округления допускаются;</li> <li>• За ошибки в решении снимаются баллы, но другие задания за это не аннулируются. (т.е. неправильно найдя <math>\frac{\dot{k}}{k}</math>, вы получите от 0 до 2 баллов за этот пункт, но оставшиеся пункты допускается решать с неверным значением).</li> </ul>	4
3.4.	<p>Из производственной функции Кобба-Дугласа в интенсивной форме <math>y = k^\alpha</math> находим</p> $\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} = -\alpha \frac{9}{640}$	2
3.5.	<p>По определению производительности эффективного труда <math>Y = ALy</math>, откуда</p> $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{y}}{y} + n + g = 0.04 - \alpha \frac{9}{640}.$	1

3.6	По эмпирическим оценкам, значение $\alpha$ составляет от $\frac{1}{4}$ до $\frac{1}{3}$ . Например, если $\alpha = \frac{1}{3}$ , то $\frac{\dot{Y}}{Y} = 3.53125\%$ в год (допускается округление до $3.5\%$ в год, либо использование другого значения параметра $\alpha$ )	1
<b>Пункт с)</b>		
3.7	В долгосрочном периоде экономика возвращается к траектории сбалансированного роста, на которой темпы роста составляют $4\%$ в год	1

Примечание: если пункт 3.3 не решен, но при этом выведена формула для капиталовооруженности эффективного

труда в долгосрочном периоде,  $k = \left( \frac{s(1-\phi)}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ , за попытку в правильном направлении добавляется 2 балла.