

9 класс

Задача 1. В комнате находятся рыцари и лжецы — всего 11 человек. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Первый человек говорит: «В этой комнате все лжецы». Второй говорит: «Тот, кто говорил передо мной, сказал неправду». Оставшиеся 9 человек по очереди повторили фразу второго. Сколько рыцарей в комнате? Ответ: 5

Задача 2. Вдоль кольцевой дорожки длиной 3600 метров через каждые 40 метров установлены скамейки, каждая из которых покрашена в какой-то цвет. Известно, что если от любой скамейки пройти 160 метров по часовой стрелке, то мы придём к скамейке того же цвета. Найдите максимально возможное число различных цветов скамеек. Ответ: 2

Задача 3. Неотрицательные числа a, b, c удовлетворяют неравенству $a + b + c = 12$. Найдите наибольшее возможное значение числа $abc + ab + bc + ac$. Ответ: 112

Задача 4. У князя Гвидона было пять сыновей. Из его потомков 2012 имели ровно троих сыновей и не имели дочерей, а остальные умерли бездетными. Сколько было потомков у князя Гвидона? Ответ: 6041

Задача 5. Поезда «Сапсан» и «Красная стрела» одновременно выехали навстречу друг другу, один из Москвы, другой из Санкт-Петербурга, и встретились ровно в 2:00. Если бы оба поезда шли со скоростью «Сапсана», они встретились бы в 1:30, а если бы оба шли со скоростью «Красной стрелы», то в 2:48. Найдите скорость «Красной стрелы» (в км/ч), если скорость «Сапсана» равна 200 км/ч. Ответ: 125

Задача 6. Пять чисел x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 равны числам 5, 26, 13, 10, 16, но, возможно, в другом порядке. Известно, что числа $(x_1 + x_2)/2$, $(x_1 + x_2 + x_3)/3$, $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)/4$ являются целыми. Найдите $x_3 + 2x_4 + 3x_5$. Ответ: 101

Задача 7. Дана неубывающая последовательность натуральных чисел b_1, b_2, \dots , такая, что $b_{n+2} = b_n + b_{n+1}$. Известно, что $b_7 = 120$. Найдите b_8 . Ответ: 194

Задача 8. Площадь треугольника ABC равна 12. Найти площадь треугольника, составленного из медиан треугольника ABC . Ответ: 9

Задача 9. На плоскости расположены пять различных точек. Рассмотрим середины всех отрезков с концами в этих точках. Какое наименьшее количество середин может при этом получиться? Ответ: 7

Задача 10. Найдите наименьшее натуральное число (не оканчивающееся на 0) со следующим свойством: если переставить его цифры в обратном порядке, то получится число, которое является делителем первоначального, причём частное больше единицы. Ответ: 8712