

**Демонстрационный вариант
по современным информационным технологиям
2 этап
. 11 класс**

1. В классе 24 ученика. Может ли быть так, что 6 из них имеют по трое друзей (в этом классе), 10 – по 4 друга и 8 – по пять друзей?

1) нет

2. Найдите все корни уравнения

$$3 \cos x = 3 \sin 2x + 4 \cos^2 x,$$

принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$.

1) $\frac{\pi}{2}$

3. Числа x, y удовлетворяют равенству

$$10x^2 + 6xy + 2y^2 = 9.$$

Найдите все значения, которые может принимать сумма $x^2 + y^2$.

1) $\left[\frac{9}{11}; 9 \right]$

4. При каких натуральных значениях n число $n^2 - 52$ делится на $9n + 62$?

1) 34

5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB = 2, AD = 1, AA_1 = 1$. Точка M лежит на AD_1 , точка N – на $B_1 D$ так, что прямая MN параллельна грани $AA_1 B_1 B$. Найдите, чему равна наименьшая возможная длина отрезка MN .

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. Найдите все значения a , при которых среди решений неравенства

$$\log_a (x - 2) > \log_a (10a - x) + 1$$

есть только одно целое число.

1) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1 + \sqrt{6}}{5} \right]$

7. Дана программа.

ПАСКАЛЬ	СИ	БЕЙСИК
<pre>function gcd(m, n: integer): integer; var modulo: integer; begin modulo := m mod n; if modulo = 0 then gcd := n else gcd := gcd (n, modulo) end; var a, b, answer: integer; begin readln(a, b); answer := gcd(a, b); writeln(answer); end.</pre>	<pre>int gcd(int m, int n) { int modulo; modulo = m % n; if (modulo == 0) return n; else return gcd(n, modulo); } void main() { int a, b, answer; scanf("%d%d", &a, &b); answer = gcd(a, b); printf("%d\n", answer); }</pre>	<pre>Function gcd(m As Integer,n _ As Integer) As Integer Dim modulo As Integer modulo = m Mod n If modulo = 0 Then gcd = n Else gcd = gcd(n, modulo) End If End Function Sub test() Dim a As Integer, b As Integer Dim answer As Integer Input a Input b answer = gcd(a, b) Print answer End Sub</pre>

Какое число выведет программа, если ей на вход поступят следующие пары чисел:

- a) 30 62
- b) 252 231
- c) 163 256 ?
- 1) a) 2 b) 21 c) 1

8. Один безумный ученый изобрел устройство и назвал его шифротрон. Вам предстоит разобраться в работе данного устройства. На вход шифротрона подается цепочка символов, на выходе получается другая цепочка. Алфавит машины состоит всего из пяти символов { @, #, %, \$, & }.

Известно два правила преобразования:

1. Если на входе шифротрона подаётся цепочка символов, начинающаяся с символа &, то на выходе будет получена та же цепочка без первого символа &. Запишем это в общем виде: на входе &X, тогда на выходе X (где X – это любая последовательность символов).

Например, после ввода цепочки &\$\$% шифротрон выдаст цепочку \$\$%.

2. Если известно, что при вводе цепочки символов X на выходе получается цепочка Y, то для цепочки #X шифротрон на выходе выдаст цепочку Y&Y.

Например, цепочка #&@ будет превращена шифротроном в цепочку @&@. Действительно, по правилу 1 цепочка &@ преобразуется шифротроном в @, соответственно по правилу 2 цепочка #&@ превратится на выходе шифротроном в цепочку @&@.

Аналогично, #&\$%@ преобразуется в устройстве в \$%@&\$%@.

Проанализируйте работу шифротрона и ответьте на вопросы:

- a) Что выдаст устройство, если ввести ##&@?
- b) Найдите цепочку X, для которой выполнено: #X преобразуется шифротроном в #X.
- c) Найдите цепочку X, которая преобразуется устройством сама в себя (т.е. X превратится в X).
- d) Является ли цепочка, найденная при ответе на предыдущий вопрос, единственной?

1) a) @&@&@&@ b) &# c) #&# d) да

9. На вход программы подаётся строка, содержащая математическое выражение. Оно содержит числа, буквы, знаки арифметических операций, открывающие и закрывающие скобки (круглые, квадратные, фигурные и угловые), а также пробелы. Выбросим из выражения все символы, кроме скобок. Полученный результат назовём «правильным скобочным выражением», если каждой открывающей скобке соответствует закрывающая скобка того же типа (круглой – круглая, квадратной – квадратная и т.д.). Если скобочные структуры вложены, то вложенная последовательность также должна быть «правильным скобочным выражением» Напишите программу, проверяющую правильность расстановки скобок в математическом выражении (выражение содержит не более 100 символов). Программа выдаёт строку "YES", если расстановка правильная, иначе – "NO".

Примеры:

Вход	Выход
$([a +b) - c]$	NO
$\{5+a\} * (2 * (c-d) + \langle d - [4/a] \rangle)$	YES
$\langle a * 3 + 7 \rangle / (12 * [4+n])$	NO

10. Карту местности можно представить в виде целочисленной матрицы $D(N, M)$ (размерность матрицы не превосходит 100×100). Каждый элемент матрицы содержит время в часах, необходимое для расчистки квадратного участка местности, и может принимать значения от 0 до 5.

Группа туристов высаживается в квадрате с координатами (1, 1) и должна пройти в квадрат с координатами (N, M). Переход от одного квадрата к другому может происходить только через вертикальную или горизонтальную границу между квадратами, группа может двигаться только влево или вниз. Длина пути группы измеряется количеством пройденных квадратов, включая начальный и конечный квадрат.

Требуется составить программу, которая находит для данной карты местности такой путь группы, при котором на расчистку тратится наименьшее время. Если таких путей несколько, то можно вывести любой. Вывести также время, которое необходимо для прохождения найденного пути.

Порядок ввода исходных данных:

N M
D (1, 1) D (1, 2) ... D (1, M)
D (2, 1) D (2, 2) ... D (2, M)
...
D (N, 1) D (N, 2) ... D (N, M)

Порядок вывода результатов:

Время_расчистки

1 1

x2 y2

...

N M

Пример:

Вход	Выход
3 5	10
1 2 1 0 4	1 1
4 1 0 2 2	1 2
1 2 3 3 2	2 2
	2 3
	2 4
	2 5
	3 5

Отвѣты:

№ п.п.	Отвѣт
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1