

Перечень и содержание тем первого (отборочного) этапа Межрегиональной олимпиады школьников по экономике Математика 11 класс

Пояснительная записка

Данный перечень составлен на основе федерального компонента Государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике. Он состоит из пяти блоков (арифметика, алгебра, функции, тригонометрия, геометрия) и имеет своей целью познакомить будущих участников олимпиады с теми элементами знаний по математике, которыми они должны владеть. Глубокое освоение программы позволит одиннадцатиклассникам не только успешно выступить на олимпиаде, но и заложит прочный фундамент для дальнейшего изучения математики.

Арифметика

Натуральные числа. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10. Простые и составные числа. Взаимно простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Деление с остатком. Целые числа. Обыкновенные и десятичные дроби, их свойства. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной. Арифметические действия с дробями. Рациональные числа. Сравнение рациональных чисел. Степень с целым показателем. Свойства степени с целым показателем. Числовые выражения и действия с ними. Числовые равенства и неравенства, их свойства. Пропорция и её свойства. Проценты. Нахождение процента от величины, величины по её проценту. Сложные проценты. Квадратный корень из числа и его свойства. Оценка результатов вычислений. Иррациональные числа. Корень n -й степени из числа и его свойства. Действительные числа. Бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа, его свойства.

Алгебра

Алгебраические выражения. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения. Действия над многочленами. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности, куб суммы и куб разности. Формула разности квадратов, формулы суммы кубов и разности кубов. Разложение многочленов на множители. Квадратный трёхчлен. Выделение полного квадрата в квадратном трёхчлене. Разложение квадратного трёхчлена на множители. Многочлены с одной переменной. Степень многочлена. Корень многочлена. Алгебраические дроби и действия с ними. Преобразование алгебраических выражений. Освобождение от иррациональности в знаменателе (числителе) дроби. Выделение целой части при делении многочлена на многочлен.

Уравнение с одним неизвестным. Корень уравнения. Линейные и квадратные уравнения. Теорема Виета и обратная к ней для квадратного уравнения. Рациональные уравнения. Некоторые методы решения уравнений высших степеней: метод замены переменной, разложение на множители. Иррациональные уравнения. Уравнения с модулем. Уравнения с параметрами. Уравнения с несколькими неизвестными. Системы уравнений. Линейные

системы. Нелинейные системы. Решение систем методом подстановки и методом алгебраического сложения. Системы уравнений с параметрами. Уравнения в целых числах. Неравенство с одним неизвестным. Решение неравенства. Линейные неравенства с одним неизвестным и их системы. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Метод интервалов. Неравенства с модулем. Неравенства с параметрами. Доказательство неравенств. Оценка суммы двух взаимно обратных величин. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим двух неотрицательных величин. Решение текстовых задач с помощью составления уравнений и их систем. Равносильность уравнений (неравенств, систем).

Функции

Изображение чисел точками координатной прямой. Геометрический смысл модуля числа. Числовые промежутки. Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств. Декартова система координат на плоскости. Координаты точки на плоскости. Формула расстояния между двумя точками на плоскости, заданных своими координатами. Вычисление координат середины отрезка по координатам его концов. Уравнение прямой. Уравнение окружности. Графическая интерпретация уравнений и неравенств с двумя неизвестными и их систем.

Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции. График функции. Область значений функции. Нули функции. Чётные и нечётные функции, особенности их графиков. Возрастание и убывание функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Прямая пропорциональность, линейная функция и её график, геометрический смысл коэффициентов. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых, заданных своими уравнениями с угловым коэффициентом. Обратная пропорциональность и её график (гипербола). Квадратичная функция и её график (парабола). Координаты вершины параболы, ось симметрии. Степенная функция с натуральным показателем и её график. Функции $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ и их графики. Использование графиков функций для решения уравнений, неравенств, систем. Преобразование графиков: построение по известному графику функции $f(x)$ графиков функций $f(x-a)$, $f(x)+b$, $k \cdot f(x)$, $|f(x)|$, $f(kx)$. Обратная функция.

Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых нескольких членов арифметической и геометрической прогрессий. Характеристическое свойство арифметической прогрессии. Характеристическое свойство геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, её сумма.

Производная. Правила нахождения производных. Формулы производных. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин.

Тригонометрия

Тригонометрические функции, их свойства и графики. Зависимость между функциями одного аргумента. Формулы приведения. Теоремы сложения. Формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы (разности) тригонометрических функций в произведение и обратно. Преобразование выражений вида $a \sin x + b \cos x$. Обратные

тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения (простейшие тригонометрические уравнения и сводящиеся к ним; однородные; решаемые с помощью тригонометрических формул; решаемые разложением на множители; решаемые заменой переменной).

Геометрия

а) Планиметрия.

Начальные понятия и теоремы. Точка, прямая, плоскость. Расстояние. Отрезок, луч. Ломаная. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и её свойства. Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Фигуры на плоскости. Многоугольники. Выпуклые многоугольники. Окружность и круг. Длина ломаной, периметр многоугольника. Понятие о геометрическом месте точек.

Треугольник. Внутренние и внешние углы треугольника. Стороны треугольника, его медианы, биссектрисы, высоты. Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Признаки равенства треугольников. Неравенство треугольника. Перпендикуляр и наклонная. Сумма углов треугольника. Сумма углов выпуклого многоугольника. Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника. Подобие треугольников. Коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла от 0° до 180° . Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс и котангенс одного и того же угла. Формулы приведения. Теорема синусов и теорема косинусов. Вычисление элементов треугольника. Замечательные точки треугольника: точки пересечения серединных перпендикуляров (центр окружности, описанной около треугольника), биссектрис (центр окружности, вписанной в треугольник), медиан, высот.

Четырёхугольник. Параллелограмм. Ромб, прямоугольник, квадрат. Свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральные, вписанные углы. Теорема о вписанном угле и её следствия. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей. Касательная и секущая к окружности; равенство отрезков касательных, проведённых из одной точки. Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные четырёхугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число π ; длина дуги окружности. Величина угла. Градусная мера угла. Площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: через две стороны и угол между ними, через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона. Площадь выпуклого четырёхугольника. Площадь круга и его частей. Связь между площадями подобных фигур.

Векторы. Вектор. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

Геометрические преобразования. Примеры движений фигур. Симметрия фигур. Осевая симметрия и параллельный перенос. Поворот и центральная симметрия. Понятие о гомотетии. Подобие фигур.

б) Стереометрия.

Параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах. Призма. Прямая призма. Правильная призма. Наклонная призма. Площадь поверхности призмы. Параллелепипед. Пирамида. Правильная пирамида. Усечённая пирамида. Площадь поверхности пирамиды. Векторы в пространстве и операции над ними. Коллинеарные и компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты точки и координаты вектора. Координаты середины отрезка. Вычисление длины вектора по его координатам. Формула расстояния между двумя точками в пространстве. Скалярное произведение векторов и его применение при решении задач.

Литература

1. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра. 7-9 классы. Составитель: Т. А. Бурмистрова. - Москва.: Просвещение. 2009.
2. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. Составитель: Т. А. Бурмистрова. - Москва.: Просвещение. 2009.
3. Программы общеобразовательных учреждений. Геометрия. 10 - 11 классы. Составитель: Т. А. Бурмистрова. - Москва.: Просвещение. 2009.
4. Программы общеобразовательных учреждений. Геометрия. 7-9 классы. Составитель: Т. А. Бурмистрова. - Москва.: Просвещение. 2009.
5. Алгебра: учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений. /Ю. Н. Макарычев и др. ; под ред. С. А. Теляковского. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2007.
6. Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений. /Ю. Н. Макарычев и др. ; под ред. С. А. Теляковского. – 15-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2007.
7. Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений. /Ю. Н. Макарычев и др. ; под ред. С. А. Теляковского. – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2008.
8. Алгебра: учеб. для 7 кл. / Ш. А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2008.
9. Алгебра: учеб. для 8 кл. / Ш. А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2008.
10. Алгебра: учеб. для 9 кл. / Ш. А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2008.
11. Алгебра: учеб. для 7 кл. / С. М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2008.
12. Алгебра: учеб. для 8 кл. / С. М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2008.
13. Алгебра: учеб. для 9 кл. / С. М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2008.
14. Алгебра: учеб. для 7 кл. / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Просвещение, 2008.
15. Алгебра: учеб. для 8 кл. / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Просвещение, 2008.
16. Математика: Алгебра. Функции. Анализ данных: учеб. для 9 кл. / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Просвещение, 2008.
17. Алгебра. 9 класс. Учебник. Мордкович А. Г. 2002.
18. Алгебра. 9 класс. Задачник. Мордкович А. Г. 2002.
19. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для 8-9 кл. с углѐн. изучением математики. / Галицкий М. Л. и др. – 9-е изд. – М.: Просвещение, 2003.

20. Геометрия, 7 – 9 : Учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л. С. Атанасян и др. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2003.
21. Погорелов А. В. Геометрия: Учеб для 7-9 кл. общеобразовательных учреждений. Изд. 9-е. – М. – Просвещение, 2008.
22. Погорелов А. В. Геометрия: Учеб для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Изд. 7-е. – М. – Просвещение, 2007.
23. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – 9-е изд., перераб. – М.: Мнемозина, 2008.
24. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. / А. Н. Колмогоров и др.; под ред. А. Н. Колмогорова. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2007.
25. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразовател. учрежд. / Ш. А. Алимов и др. – 14-е изд. – М. : Просвещение, 2006.
26. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. Уровни. / С. М. Никольский и др. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2009.
27. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни. / С. М. Никольский и др. – 7-е изд., доп. – М.: Просвещение, 2008.
28. Геометрия, 10 – 11 : учеб. для общеобразоват. учреждений /Л. С. Атанасян и др. – 15-е изд., доп. – М.: Просвещение, 2006.
29. Иванов А. А., Иванов А. П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. – ч.1: Учебн. пособие. Изд. 4-е. – М.: Физматкнига, 2006.
30. Иванов А. А., Иванов А. П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. – ч.2: Учебн. пособие. Изд. 4-е. – М.: Физматкнига, 2006.
31. Иванов А. А., Иванов А. П. Математика: Пособие для подготовки к ЕГЭ и поступлению в вузы. – М.: Физматкнига, 2005.
32. Иванов А. П. Тесты и контрольные работы по математике. – М.: Физматкнига, 2006.
33. Быков А. А. Сборник задач по математике для поступающих в вузы, часть 1. Изд-во ГУ ВШЭ, 2006.
34. Быков А. А. Сборник задач по математике для поступающих в вузы, часть 2. Изд-во ГУ ВШЭ, 2006.