

9 класс

Задача 1. В ряд выписаны числа от 1 до 2011 в порядке возрастания. Можно и между ними расставить знаки $+$ и $-$ так, чтобы значение полученного выражения было полным квадратом?

Задача 2. Все клетки шахматной доски последовательно пронумерованы от 1 до 64 (в каждом ряду клетки нумеруются слева направо, в первом ряду — от 1 до 8, во втором — от 9 до 16 и т.д.). На доску поставили 8 ладей так, что никакие две не бьют друг друга. Найдите все значения, которые может принимать сумма номеров полей, занятых ладьями.

Задача 3. При каких значениях $b \neq 3$ объединение парабол $y = x^2$ и $y = (b - 3)x^2 + bx + 2b - 4$ имеет ось или центр симметрии?

Задача 4. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 2, а его угол A равен 45° . Вокруг треугольников ABC , BCD , CDA и DAB описали окружности с центрами K , L , M и N соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $KLMN$.

Задача 5. Эльфы считают шестизначное число красивым, если сумма первых трёх цифр отличается от суммы последних трёх цифр на целое число, кратное 11. Сколько существует красивых по-эльфийски шестизначных (от 100 000 до 999 999) чисел?

Задача 6. Будем называть рамкой квадрат со стороной n на клетчатой бумаге, из которого вырезан квадрат со стороной $n - 2$ с тем же центром. Пусть каждая клетка рамки раскрашена в белый или чёрный цвет. Назовём раскраску рамки правильной, если рамку можно разрезать на доминошки (прямоугольники 2×1), каждая из которых имеет одну белую и одну чёрную клетку. Сколько правильных раскрасок рамки существует? (Раскраски, совпадающие при повороте квадрата, считаются одинаковыми.)