9 КЛАСС

Задача 1. Автомобиль начинает двигаться с места с постоянным ускорением a = 1,0 м/с^2. Мимо светофора он проезжает со скоростью v = 36 км/ч. На каком расстоянии от светофора он находился τ = 2 с назад?

Дано:
a = 1,0 м/с^2
v = 36 км/ч =10 м/с
τ = 2 с
l = ?

Решение:

Автомобиль двигается равноускоренно без начальной скорости и до светофора проходит путь $S_2 = at^2/2$. Две секунды назад он прошел путь $S_1 = a(t - \tau)^2/2$. Следовательно, $l = S_2 - S_1$. Получили три уравнения и четыре неизвестных. Время t можно выразить из закона скорости рав – ноускоренного движения $v = at$. Решая систему четырех уравнений, получаем выражение расстояния l через данные задачи:

$$l = S_2 - S_1 = \frac{a}{2}\left[t^2 - (t-\tau)^2\right] = \frac{a}{2}\left[\left(\frac{v}{a}\right)^2 - \left(\frac{v}{a}\right)^2 + \frac{2v\tau}{a} - \tau^2\right] = \frac{a\tau}{2}\left(\frac{2v}{a} - \tau\right)$$

Подставим числовые значения и получим:

$$l = \frac{1\cdot 2}{2}\left(\frac{2\cdot 10}{1} - 2\right) = 18 \text{ м.}$$

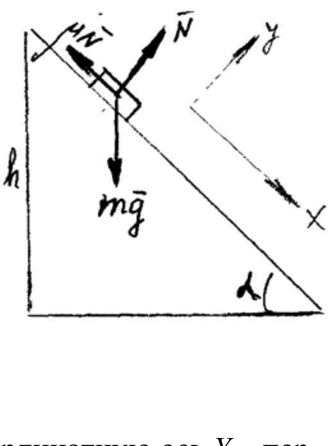
Ответ: l = 18 м.

Задача 2. За какое время тело соскользнет с наклонной плоскости высотой h = 5,0 м, наклоненной под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, если по плоскости с углом наклона $\beta = 30^0$ оно движется равномерно?

Дано:
h = 5,0 м
$\alpha = 45^0$
$\beta = 30^0$
t = ?

Решение:

На тело действуют три силы – сила тяжести $m\mathbf{g}$, направленная отвесно вниз, сила нормальной реакции $\mathbf{N}$, направленная перпендикулярно поверхности соприкосновения и сила трения $\mu\mathbf{N}$, направленная вдоль поверхности соприкосновения.



По условию задачи тело соскальзывает с наклонной плоскости, пройдя путь $l = \dfrac{h}{\sin\alpha}$.

При прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости путь пропорционален квадрату времени:

$$l = \frac{at^2}{2}.$$

Получили два уравнения и три неизвестных.
Согласно второму закону Ньютона

$$m\mathbf{g} + \mu\mathbf{N} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

Координатную ось X направим вдоль наклонной плоскости, а координатную ось Y – перпендикулярно наклонной плоскости.
В проекциях на ось X это уравнение запишется так:

$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_x$$

При угле наклона β это уравнение будет иметь вид:

$$mg\sin\beta - \mu\ mg\cos\beta = 0$$

Решая систему четырех уравнений, получаем выражение времени спуска t через данные задачи:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin\alpha - tg\beta\cos\alpha)\sin\alpha}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot 5}{10\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}}} = 2{,}2 \text{ с.}$$

Ответ : t = 2,2 с.

Задача 3. Два тела, двигаясь навстречу друг другу со скоростью v = 7,0 м/с каждое, после соударения стали двигаться вместе со скоростью u = 3,0 м/с. Определить отношение их масс. Трением пренебречь.

Дано:
v = 7,0 м/с
u = 3,0 м/с
$\frac{m_1}{m_2} = ?$

Решение:

Согласно закону сохранения импульса имеем:

$$m_1\boldsymbol{v} + m_2\boldsymbol{v} = (m_1 + m_2)\boldsymbol{u}.$$

Запишем это уравнение в проекциях на ось X. Так как тела движутся навстречу друг другу, получаем:

$$m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2)u_x.$$
$$m_1(v - u_x) = m_2(v + u_x)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v + u_x}{v - u_x}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{7+3}{7-3} = 2{,}5.$$

Вывод: тела после абсолютно неупругого удара будут двигаться в направлении тела большей массы.

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 2,\ 5.$

Задача 4. Под каким углом к горизонту бросили тело, если известно, что максимальная потенциальная энергия составляет половину максимальной кинетической?

Дано:

$mgH = \dfrac{mv_o^{\,2}}{4}$

α = ?

Решение:

Начальная потенциальная энергия тела равна нулю, а начальная кинетическая энергия равна $mv_0^2/2$. В максимальной точке подъема потенциальная энергия максимальна и равна *mgH*, а кинетическая энергия равна $\dfrac{mv_0^{\,2}\cos^2\alpha}{2}$.

Теперь применим закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_o^{\,2}}{2} = mgH + \frac{mv_o^{\,2}\cos^2\alpha}{2}.$$

Согласно условию задачи $mgH = \dfrac{mv_o^{\,2}}{4}$.

Решая систему двух уравнений, находим угол бросания α:

$$\cos\alpha = \sqrt{0{,}5} = 0{,}707$$

$$\alpha = \arccos 0{,}707 = 45^0$$

Ответ: $\alpha = 45^0$.

Задача 5. В цилиндрический сосуд налиты вода и керосин в равных по массе количествах. Общая высота слоев жидкостей *H* =36 см. Найти давление жидкостей на дно сосуда и на границе раздела. Плотность воды $\rho_в$ = 1,0 г/см^3, плотность керосина $\rho_к$ = 0,080 г/см^3.

Дано:

$m_в = m_к$

H = 36 см = 0,36 м

$\rho_в = 10^3$ кг/м^3

$\rho_к$ =800 кг/м^3

$P_{дн}$ = ?

$P_{гр}$ = ?

Решение:

Давление жидкости, состоящей из нескольких несмешивающихся компонентов (вода-керосин в нашем случае), на глубине $H = h_в + h_к$:

$$P_{дн} = \rho_в g h_в + \rho_к g h_к \qquad (1)$$

Так как масса воды равна массе керосина, можно записать:

$$\rho_в g h_в S = \rho_к g h_к S,$$

где S – площадь основания цилиндрического сосуда.

Отсюда получаем:

$$\rho_в h_в = \rho_к h_к \qquad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получаем:

$$P_{дн} = 2g\rho_в h_в \qquad (3)$$

Из (2) выражаем $h_к = \dfrac{\rho_в h_в}{\rho_к}$

и подставляем в *H*

$$H = h_в\left(1 + \frac{\rho_в}{\rho_к}\right) \qquad (4)$$

Из (4) выражаем $h_в = \dfrac{H\rho_к}{\rho_к + \rho_в}$ (5)

Выражение (5) подставляем в выражение (3) и находим давление жидкостей на дно

$$P_{дн} = \frac{2\rho_в \rho_к g H}{\rho_к + \rho_в}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$P_{дн} = \frac{2\cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 10 \cdot 0{,}36}{10^3(1+0{,}8)} = 0{,}32 \text{ кПа}.$$

$$P_{гр} = \frac{P_{дн}}{2} = 0{,}16 \text{ кПа}.$$

Ответ: $P_{дн}$ = 0,32 кПа; $P_{гр}$ = 0,16 кПа.

Задача 6. Груз, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с частотой ν = 3,2 Гц. Определить растяжение пружины в момент прохождения положения равновесия.

Дано:
ν = 3,2 Гц
Δl = ?

Решение:

В момент прохождения положения равновесия модуль скорости максимален, а ускорение равно нулю. Тогда уравнение движения запишется так:

$$mg - k\Delta l = 0,$$

где k - жесткость пружины.

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период и частота связаны соотношением $\nu = \frac{1}{T}$.

Решая систему трех уравнений, находим растяжение пружины Δl:

$$\Delta l = \frac{g}{4\pi^2\nu^2}.$$

Подставим числовые значения величин и получим:

$$\Delta l = \frac{9{,}81}{4\cdot 3{,}14 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}2} = 2{,}4 \text{ см}.$$

Ответ: Δl = 2,4 см.

Задача 7. Небольшое тело, подвешенное на нити длиной l = 80 см с зарядом q = 50 нКл, вращается в горизонтальной плоскости так, что нить образует угол $\alpha = 60^0$ с вертикалью (конический маятник). Определить силу тока.

Дано:
l = 80 см = 0,8 м
q= 50 нКл $=5\cdot10^{-8}$ Кл
$\alpha = 60^0$

I = ?

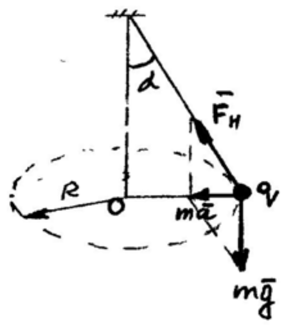
Решение:

Сила тока численно равна

$$I = \frac{q}{T}, \quad (1)$$

где T – период обращения.

На тело действуют две силы - сила тяжести $\boldsymbol{mg}$, направленная отвесно вниз и сила натяжения нити $\boldsymbol{F}_н$, направленная вдоль нити. Согласно второму закону Ньютона



$$\boldsymbol{mg} + \boldsymbol{F}_н = m\boldsymbol{a}$$

При равномерном движении по окружности ускорение тела направлено по радиусу к центру окружности (его называют центростремительным). Модуль ценростремительного ускорения

$$a = \frac{v^2}{R},$$

где v – модуль скорости тела, R – радиус окружности, по которой движется тело.

Из рисунка

$$R = l\sin\alpha \quad (2) \qquad \text{и} \qquad mg\operatorname{tg}\alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (3).$$

При равномерном движении по окружности модуль скорости тела v , радиус окружности R и период обращения T связаны соотношением

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad (4).$$

Решая систему четырех уравнений, находим силу тока I:

$$I = \frac{q}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$I = \frac{5\cdot10^{-8}}{2\cdot3{,}14}\sqrt{\frac{10}{0{,}8\cdot0{,}5}} = 40 \text{ нА}.$$

Ответ: I = 40 нА.

Задача 8. Электрическая цепь состоит из двух резисторов с сопротивлениями R_1 = 40 Ом и R_2 = 60 Ом, соединенных параллельно. Сила тока через первый резистор I_1 = 0,60 А. Определить мощность тепловых потерь в цепи.

Дано:
R_1 = 40 Ом
R_2 = 60 Ом
I_1 = 0,60 А

P = ?

Решение:

Мощность, выделяемая в цепи

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2,$$

где I_1 - ток, текущий через резистор R_1, I_2 – ток, текущий через резистор R_2.

При параллельном соединении напряжения на всех ветвях одинаковы

$$U_1 = U_2.$$

Согласно закону Ома для однородного участка цепи

$$I_1R_1 = I_2R_2 .$$

Выразим ток I_2

$$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}$$

и подставив его значение в первое уравнение, находим мощность P:

$$P = I_1^2 \left(R_1 + \frac{R_1^2 \cdot R_2}{R_2^2} \right) = I_1^2 \cdot R_1 \frac{(R_1 + R_2)}{R_2}.$$

Подставим числовые значения и получим

$$P = 0{,}36 \cdot 40 \cdot \frac{100}{60} = 24 \text{ Вт}.$$

2^{й} способ:

Мощность, выделяемая в цепи

$$P = I^2 \cdot R, \qquad (1)$$

где I – ток в цепи, R – сопротивление цепи.

$$I = I_1 + I_2 = I_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) \qquad (2)$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad (3)$$

Подставив (2) и (3) в выражение (1), находим мощность P:

$$P = I_1^2 \frac{(R_1 + R_2)^2 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2^2 \cdot (R_1 + R_2)} = I_1^2 (R_1 + R_2) \frac{R_1}{R_2}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$P = 0{,}36 \cdot 100 \frac{40}{60} = 24 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P = 24$ Вт.

Задача 9. Проволочный виток диаметром $d = 20$ см расположен в однородном магнитном поле индукции $B = 56$ мкТл, силовые линии которого перпендикулярны плоскости витка. Затем виток вытягивают в сложенную вдвое прямую. Определить сопротивление проволоки, если в результате такой деформации витка по нему протек заряд $q = 1{,}2$ мкКл.

Дано:

$B = 56$ мкТл $= 56 \cdot 10^{-6}$ Тл

$d = 20$ см $= 0{,}2$ м

$q = 1{,}2$ мкКл $= 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл

$R = ?$

Решение:

В результате вытягивания витка в сложенную вдвое прямую изменился поток вектора $\boldsymbol{B}$ через площадь витка :

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - \frac{B \pi d^2}{4}.$$

По закону электромагнитной индукции в витке появится ЭДС индукции

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

а, значит, и индукционный ток, т.е. по витку пройдет заряд

$$q = I \Delta t.$$

По закону Ома для замкнутой цепи

$$\varepsilon = I \cdot R.$$

Окончательно имеем $$R = \frac{B\pi d^2}{4q}.$$

Подставим числовые значения и получим

$$R = \frac{56 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04}{4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}} = 1.5 \text{ Ом.}$$

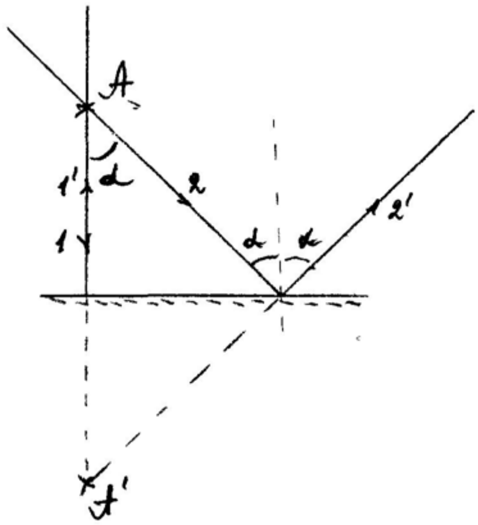
Ответ: R = 1,5 Ом.

Задача 10. Два луча пересекаются в точке A, образуя угол $\alpha = 45^0$. На пути расходящихся лучей перпендикулярно одному из них ставят плоское зеркало. Определить длину пути каждого луча до зеркала, если расстояние между точкой A и ее изображением в зеркале равно l = 28 см.

Дано:
l = 28 см
$\alpha = 45^0$
l_1 = ?
l_2 = ?

Решение:

Плоское зеркало дает прямое мнимое изображение.1-й луч падает перпендикулярно плоскости зеркала.



Он отразится в обратном направлении($1'$). 2-й луч падает на зеркало под углом α . Угол отражения равен углу падения. Отраженный луч 2’ проводим под углом α .
Изображение точки A находится на пересечении продолжения лучей 1’ и 2’. A’ – изображение точки A.
Расстояние между точкой A и ее изображением A’

$$AA' = l$$

$$l_1 = \frac{AA'}{2} = \frac{l}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ см.}$$

$$l_2 = \frac{l_1}{\cos\alpha} = \frac{l}{2\cos\alpha} = \frac{28 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} = 20 \text{ см.}$$

Ответ: l_1 = 14 см; l_2 = 20 см.