

Олимпиада для студентов и выпускников вузов – 2013 г.

Направление «Электроника и телекоммуникация»

Профили:

«Инжиниринг в электронике»

«Измерительные технологии nanoиндустрии»

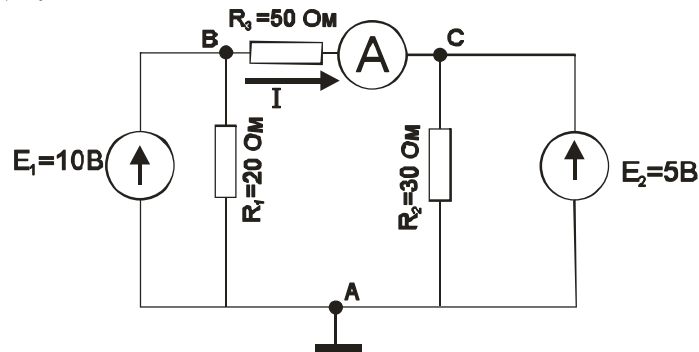
I. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Решение задачи №1.

Поскольку идеальный вольтметр имеет бесконечно большое сопротивление, то цепь тока разорвана. Следовательно, амперметр покажет 0. Все напряжение источника питания будет падать на вольтметре. Поэтому он покажет 30 В.

Ответ:  $V = 30$  в,  $I = 0$  А

Решение задачи №2.



Если точку А заземлить, то потенциал точки В будет равен  $E_1 = +10$ В, а потенциал точки С равен  $E_2 = +5$ В. Тогда, согласно закону Ома, ток через сопротивление  $R_3$ , будет равен:

$$I = \frac{V_{BC}}{R_3} = \frac{E_1 - E_2}{R_3} = 0,1 \text{ А}$$

Ответ. Амперметр покажет 0,1 А

Решение задачи №3.

В цепи будет протекать ток, равный  $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$

Этот ток будет создавать на сопротивлении  $R_2$  напряжение, равное

$$V_{XX} = IR_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} R_2$$

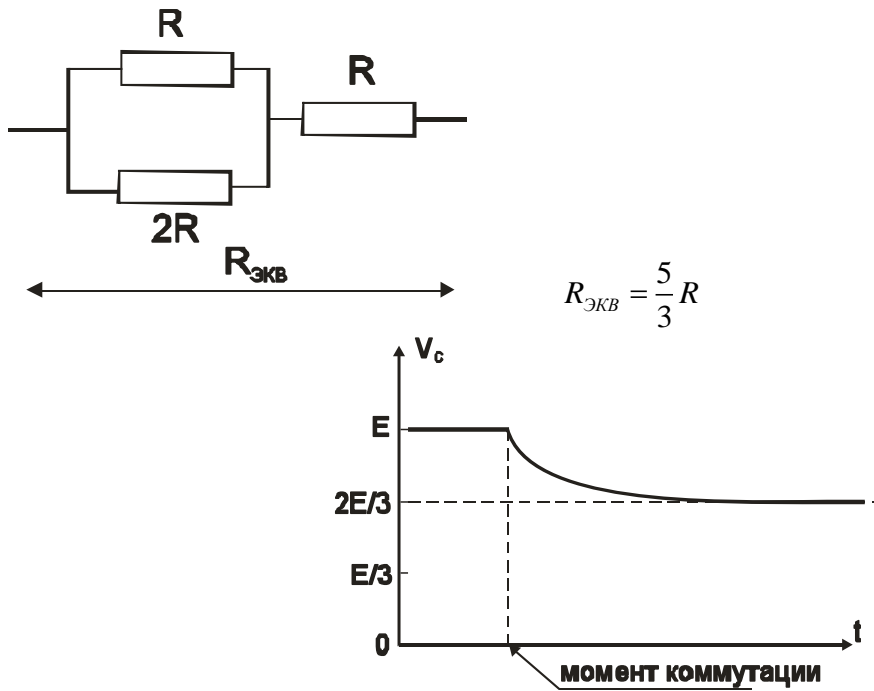
Ответ:  $E_{ЭКВ} = V_{XX} = 80$  В

Решение задачи №4.

До коммутации ключа конденсатор заряжен до напряжения  $E$ . В соответствии со вторым законом коммутации, в первый момент после коммутации напряжение на емкости не меняется. Затем оно экспоненциально будет стремиться к напряжению, которое установится на сопротивлении  $2R$ :

$$V_{\text{Сконечн}} = \frac{E}{R + 2R} 2R = \frac{2}{3} E. \text{ Постоянная времени экспоненты будет равна } R_{\text{ЭКВ}}C,$$

где  $R_{\text{ЭКВ}}$  – эквивалентное сопротивление, включенное последовательно с емкостью. Учитывая, что сопротивление идеального источника напряжения равно нулю, эквивалентное сопротивление можно определить из следующей схемы:



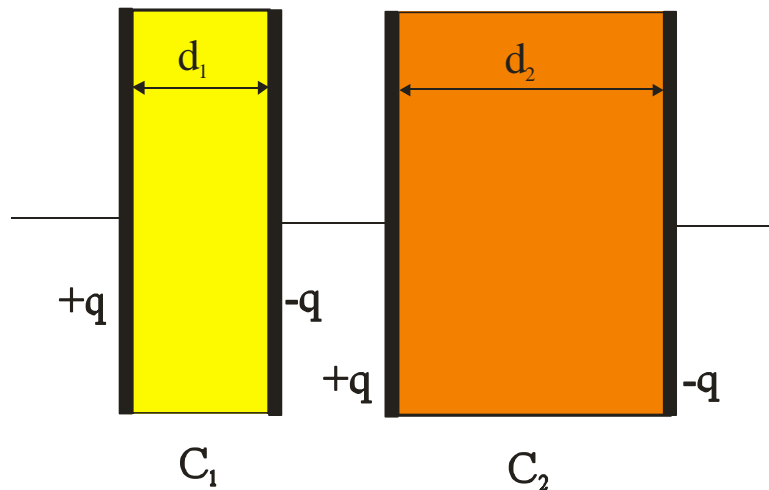
### Решение задачи №5.

Поскольку точки 1 и 4 располагаются на клеммах источника напряжения  $E_1$ , то и искомая разность потенциалов будет равна ЭДС этого источника, т.е. 20 В.

Ответ: 20 В

### Решение задачи №6.

Данную систему можно представить как два последовательно включенных конденсатора



Емкости каждого из слоев будут равны соответственно:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{d_1}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 S}{d_2};$$

Заряды на обкладках конденсаторов равны друг другу

$$q_1 = q_2 = q;$$

Суммарное напряжение

$$U_1 + U_2 = U$$

Напряжение на каждом из конденсаторов найдем по формуле:

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{q}{C_2}$$

Находим отношение напряжений

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\varepsilon_2 d_1}{\varepsilon_1 d_2}$$

Отсюда

$$U_2 = U_1 \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1}$$

$$U_2 + U_1 = \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1} U_1 + U_1 = U_1 \left( \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1} + 1 \right) = U_1 \left( \frac{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1} \right) = U$$

$$U_1 = \frac{U \varepsilon_2 d_1}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} = \frac{3000 \text{ В} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ м} + 7 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 375 \text{ В}$$

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{U \varepsilon_2}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} = \frac{375}{1 \cdot 10^{-2}} = 3,75 \cdot 10^4 \left[ \frac{\text{В}}{\text{М}} \right]$$

$$U_2 = \frac{U \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} = U - U_1 = 2625 \text{ В}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U \varepsilon_1}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} = \frac{2625}{2 \cdot 10^{-2}} = 13,25 \cdot 10^4 \left[ \frac{\text{В}}{\text{М}} \right]$$

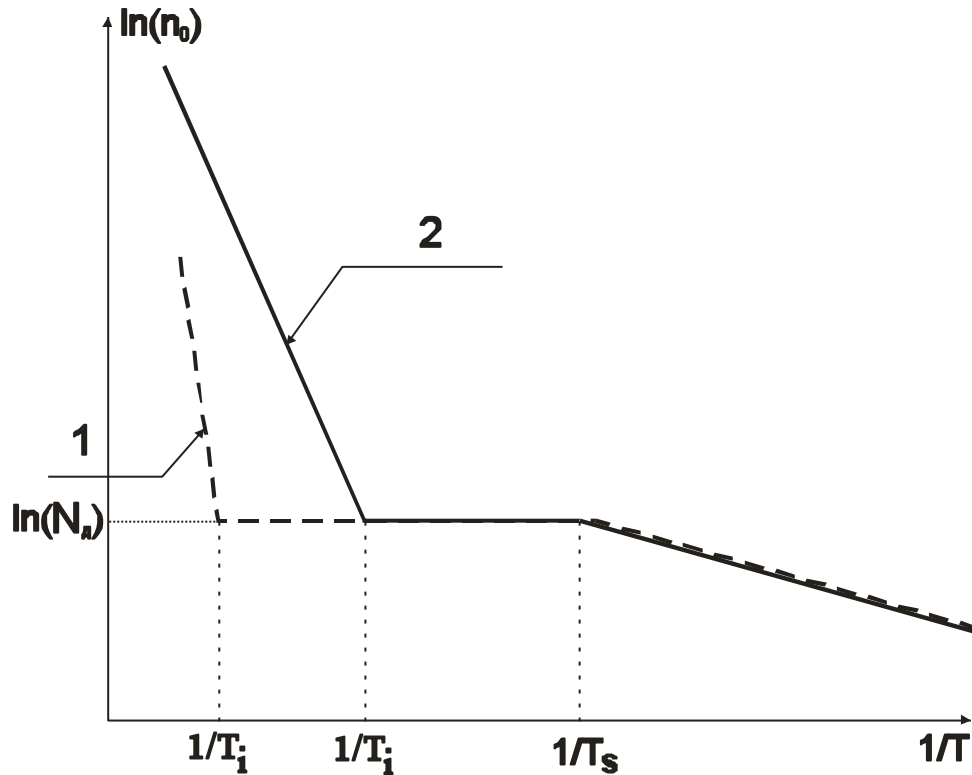
Ответ:

$$U_1 = 375 \text{ В}; \quad E_1 = 3,75 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{М}}; \quad U_2 = 2625 \text{ В}; \quad E_2 = 13,25 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{М}}.$$

## II. СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Блок 1. «Инжиниринг в электронике»

#### Решение задачи №1.1.



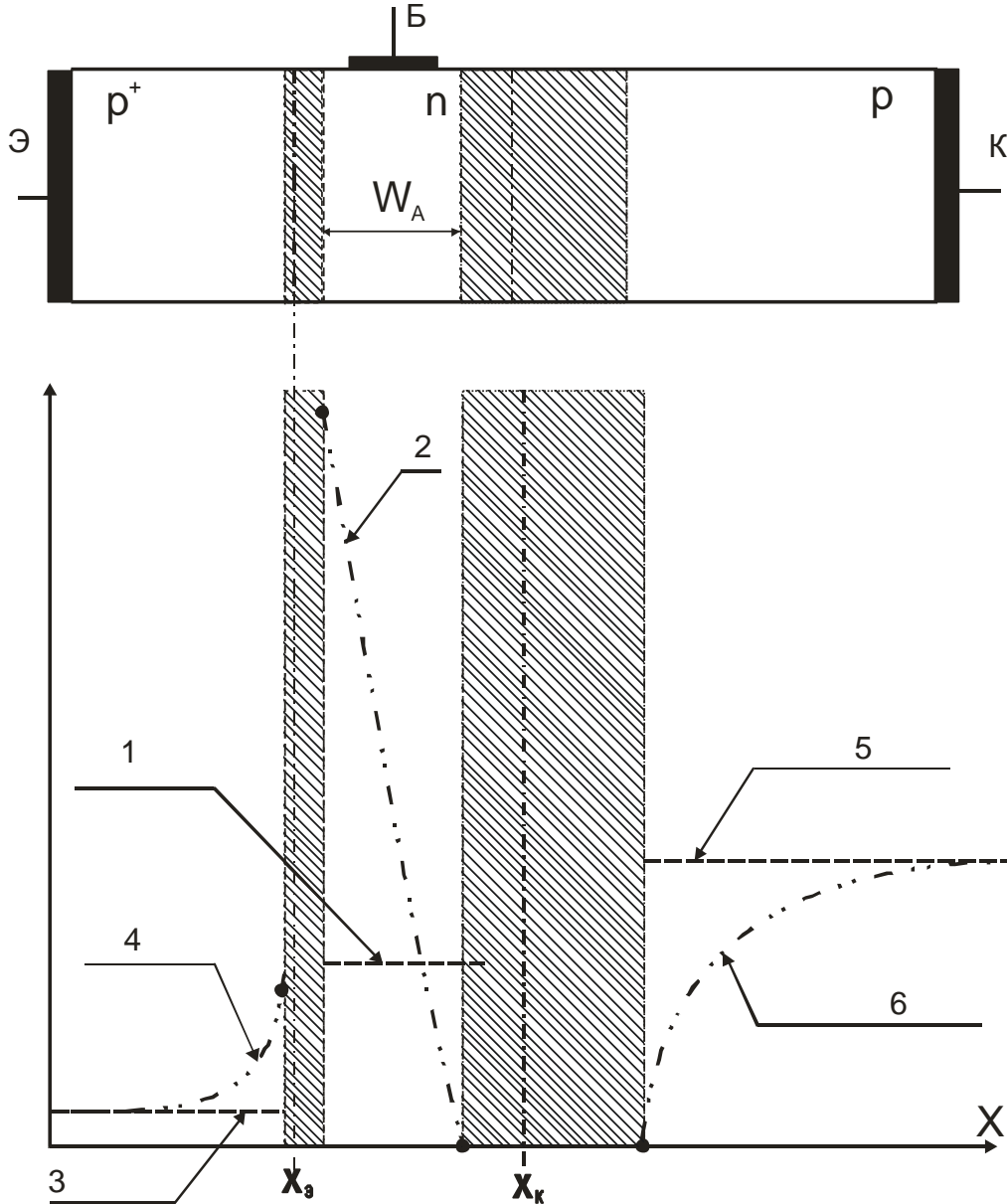
Как видно из заданных энергетических диаграмм, оба полупроводника  $n$ -типа с различной шириной запрещенной зоны и одинаковой энергией активации примеси.

Зависимость концентрации основных носителей заряда от температуры (в координатах  $\ln(n_{n0}) - 1/T$ ) в примесных полупроводниках можно разбить на три области. В области низких температур ( $T$  меньше температуры истощения примеси  $T_S$ ) зависимость  $\ln(n_{n0}) - 1/T$  хорошо аппроксимируется линейной зависимостью с угловым коэффициентом, пропорциональным энергии активации примеси. Сама же температура  $T_S$  зависит от энергии активации примеси  $E_d$  и эффективной плотности состояний в зоне проводимости полупроводника. Поскольку про плотность состояний информация в задании отсутствует, а  $E_d$  одинакова, то и  $T_S$  одинакова для обоих полупроводников.

В области средних температур ( $T$  больше температуры истощения примеси, но меньше температуры перехода к собственной проводимости  $T_i$ ) концентрация основных носителей заряда практически остается постоянной и равна концентрации донорной примеси. Сама же температура перехода к собственной проводимости зависит от ширины запрещенной зоны, чем больше  $E_g$ , тем  $T_i$  выше).

При температуре большей  $T_i$  концентрация электронов начинает экспоненциально расти с ростом температуры за счет тепловой генерации электронно-дырочных пар. В указанных (на графике) координатах эта зависимость будет изображаться прямой линией с угловым коэффициентом пропорциональным ширине запрещенной зоны полупроводника.

## Решение задачи №1.2.



- 1- распределение равновесной концентрации дырок в активной базе
- 2- распределение неравновесной концентрации дырок в активной базе
- 3- распределение равновесной концентрации электронов в эмиттере
- 4- распределение неравновесной концентрации электронов в эмиттере
- 5- распределение равновесной концентрации электронов в коллекторе
- 6- распределение неравновесной концентрации электронов в коллекторе

Поскольку активный режим работы транзистора имеет место при прямом смещении на эмиттерном переходе и обратном смещении на коллекторном переходе, то из приведенных в условии сравнительных размеров толщин объемных зарядов обоих переходов, следует, что базовая область транзистора легирована слабее эмиттерной и сильнее коллекторной областей. Следовательно, равновесные концентрации неосновных носителей (согласно закона действующих масс) будут находиться в соотношении, показанном на рисунке.

При прямом смещении на эмиттерном переходе происходит инжекция неосновных носителей заряда – дырок в базу и электронов в эмиттер. При этом граничные концентрации будут описываться соотношениями:

Концентрация дырок в базе на границе объемного заряда эмиттерного перехода

$$p_n(0) = p_{n0} \cdot \exp\left(\frac{qV_{э-б}}{kT}\right)$$

Концентрация электронов в эмиттере на границе объемного заряда эмиттерного

$$\text{перехода } n_p(0) = n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{qV_{э-б}}{kT}\right)$$

При обратном смещении на коллекторном переходе происходит экстракция неосновных носителей заряда. Поскольку (как качественно можно судить по сравнительной толщине слоя объемного заряда коллекторного перехода) напряжение коллектор-база существенно больше  $\frac{kT}{q}$ , то концентрации неосновных носителей

заряда на границах коллекторного перехода практически равны нулю.

Если считать, что в эмиттере и коллекторе диффузионные длины неосновных носителей заряда существенно меньше линейных размеров этих областей, то распределение концентрации неосновных носителей заряда носит экспоненциальный характер (кривые 4 и 6). В области базы (с учетом того, что толщина активной базы  $W_A$  много меньше диффузионной длины дырок) распределение дырок по координате носит квазилинейный характер (кривая 2).

### Решение задачи №1.3.

Ток в цепи коллектора можно описать с помощью двух уравнений. С одной стороны ток коллектора зависит от напряжения  $U_{к-э}$  и тока базы.

$$1. J_K = f(U_{к-э}) \quad \Big| \quad J_B = 2 \text{ мА}$$

Эта зависимость задана графически. С другой стороны (согласно закону Ома), ток коллектора можно записать

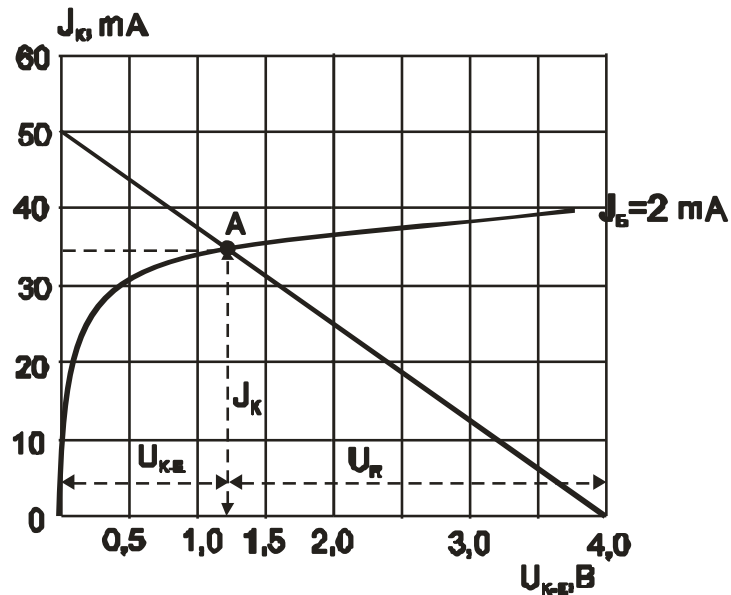
$$2. J_K = \frac{E_K - U_{к-э}}{R}$$

Уравнения (1) и (2) представляют систему с двумя неизвестными  $J_K, U_{к-э}$

Поскольку первое уравнение задано графически, эту систему следует решать графически. График второго уравнения – прямая линия (нагрузочная прямая), проходящая через две точки с координатами:

$$J_K = 0; U_{к-э} = E_K = 4 \text{ В} \quad \text{и} \quad \left\{ J_K = \frac{E_K}{R} = 50 \text{ мА}; U_{к-э} = 0 \right\}$$

(см. график).



Координаты точки «А» являются решением данной системы уравнений. Соответственно:

$$J_K = 35 \text{ mA}, U_R \approx 2,75 \text{ V}$$

#### Решение задачи № 1.4.

При заданной полярности внешнего источника диод  $D_1$  находится под прямым смещением, а диод  $D_2$  - под обратным. Поэтому практически все напряжение падает на втором диоде. Это означает, что через второй диод протекает ток  $J_S$  и, следовательно, такой же ток протекает и через первый диод. Тогда для первого диода получим уравнение вида

$$J_S = J_S \left( e^{+\frac{qU_1}{kT}} - 1 \right)$$

$$\text{Отсюда находим } U_1 = \frac{kT}{q} \ln 2 \approx 0,025 \cdot 0,7 = 0,0175 \text{ В'}$$

$$\text{Соответственно } U_2 = 5 - 0,0175 = 4,9825 \text{ В}$$

## Блок 2. «Измерительные технологии нанотехнологий»

#### Решение задачи № 2.1.

В соответствии с зависимостью, данной в условии задачи определяется измеренное значение мощности:

$$P = I \cdot U = 1 \text{ А} \cdot 20 \text{ В} = 20 \text{ Вт.}$$

Функциональная зависимость между измеряемыми величинами представляет собой произведение. В этом случае предел результирующей относительной погрешности косвенных измерений может быть найден как сумма пределов относительных погрешностей прямых измерений:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} = \frac{0,005}{1} + \frac{0,01}{20} = 0,0055 .$$

$$\Delta P = 0,0055 \cdot 20 = 0,11 \text{ Вт.}$$

**Ответ:** Результат измерений:  $(20,00 \pm 0,11) \text{ Вт.}$

**Решение задачи № 2.2.**

В данном случае, методическая погрешность представляет собой погрешность взаимодействия и может быть определена по формуле:

$$\delta U = \frac{\Delta U}{U_{\text{ист}}} = \frac{R_{\text{вн}}}{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}} = \frac{10}{10 + 10000} = 0,000999 \approx 0,1\%.$$

**Ответ:**  $\delta U \approx 0,1\%$ .

**Решение задачи № 2.3.**

Рассчитываем значение критерия согласия  $\chi^2$  Пирсона:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(n_j - n \cdot P_j)^2}{n \cdot P_j} = \frac{(6-4)^2}{4} + \frac{(1-10,5)^2}{10,5} + \frac{(8-19)^2}{19} + \frac{(4-24)^2}{24} + \frac{(9-21)^2}{21} + \frac{(3-12,8)^2}{12,8} + \frac{(-5,4)^2}{5,4} \approx 3,67$$

Критическое значение критерия согласия Пирсона может быть определено по таблице, либо с использованием программной функции обратного  $\chi^2$  распределения. Для этого, помимо заданной вероятности (уровня значимости) требуется информация о числе степеней свободы.

В данном случае число степеней свободы  $\nu$  определяется как:

$$\nu = m - k - 1 = 7 - 2 - 1 = 4;$$

где  $m$  – число интервалов разбиения (столбцов гистограммы),

$k$  – число параметров закона распределения.

По таблице  $\chi^2$  распределения, с использованием заданного уровня значимости  $\alpha = 0,1$  и рассчитанного числа степеней свободы  $\nu = 4$  определяем критическое значение критерия согласия:  $\chi^2_{\text{кр}} = 7,7794$ .

Для того, чтобы сделать вывод о соответствии экспериментального распределения теоретическому сравним полученные значения:

$$\chi^2 = 3,67 < \chi^2_{\text{кр}} = 7,7794.$$

**Вывод:** результаты наблюдений рис. 2 принадлежат распределению, заданному гистограммой рис. 3.

**Ответ:** Значение критерия согласия  $\chi^2 = 3,67$ ; вывод: результаты наблюдений принадлежат теоретическому распределению.

**Решение задачи № 2.4.**

Показания прибора, с учётом установленного верхнего предела измерений 165 мВ.

По обозначению на шкале прибора можно определить, что его класс точности нормирован по относительно погрешности и равен 2,0.

По известной относительной погрешности и полученному измеренному значению определим абсолютную погрешность:

$$\delta U = \frac{\Delta U}{U_{\text{изм}}} \cdot 100 \Rightarrow \Delta U = \frac{\delta U \cdot U_{\text{изм}}}{100} = \frac{2 \cdot 165}{100} = 3,3.$$

**Ответ:** ответы представлены в табл. 1.



Таблица 1

Показания прибора, мВ	Абсолютная погрешность, мВ	Относительная погрешность, %	Результат измерений, мВ
165	3,3	2,0	$165 \pm 3$