

Решение

Покажем, что в языке Мумбу-Юмбу может быть выражено не более шести понятий. Сначала докажем, что любое выражаемое понятие может быть выражено словом не более, чем из трех букв. Пусть мы имеем Мумбу-Юмбовское слово, состоящее не менее, чем из четырех букв. Покажем, как его сократить, чтобы смысл не изменился. Если в слове есть две одинаковые буквы, идущие подряд, то их нужно выкинуть. Если таких букв нет, то это значит, что в этом слове буквы чередуются. Значит, начало этого слова имеет вид либо АБАБ, либо БАБА. Начало АБАБ можно заменить на БАББ и далее на более короткое БА. Аналогично, БАБА заменяется на АБ. Таким образом, любое слово, состоящее не менее чем из четырех букв можно сократить, значит любое понятие можно выразить словом, состоящим не более чем из трех букв.

Перечислим теперь различные понятия языка Мумбу-Юмбу:

- 1) понятия, выражаемые словами из одной буквы: А, Б;
- 2) понятия, выражаемые словами из двух букв: АА, АБ, БА. Слова ББ и АА означают одно и то же, так оба они могут быть получены вычеркиванием пары одинаковых букв из слова ААББ.
- 3) понятия, выражаемые словами из трех букв: здесь имеем только одно новое понятие АБА. Действительно БАБ, по условию, означает то же самое, а в любых других трехбуквенных словах есть две одинаковые буквы, идущие подряд, поэтому они означают то же, что и уже перечисленные однобуквенные слова.

Итак, в языке Мумбу-Юмбу может быть выражено не более шести различных понятий. Поэтому дни недели дикарь племени посчитать не сможет.

Докажем теперь, что перечисленные слова языка Мумбу-Юмбу означают различные понятия. Для этого предположим, что дикарь, произнося любое слово, исполняет параллельно ритуальный танец следующим образом. На земле нарисован круг, разделенный на шесть равных секторов, один из которых отмечен. Обозначим три прямые, делящие круг, через а, b и с так, что выделенный сектор ограничен прямыми а и b. Дикарь становится сначала в отмеченный сектор и, произнося А, прыгает в сектор, симметричный тому, в котором он находится, относительно прямой а, а произнося Б — в сектор, симметричный относительно прямой b. Тогда если два слова означают одно и то же понятие, то в результате их произнесения, дикарь окажется в одном и том же секторе. Действительно, два прыжка через одну прямую оставят дикаря на месте, то есть выкидывание из слова двух одинаковых букв не повлияет на положение дикаря после танца. Комбинация букв АБА соответствует трем последовательным прыжкам через прямые а, b и снова а, что, нетрудно проверить, то же самое, что один прыжок через с. Тот же результат будет при последовательности прыжков, соответствующих комбинации БАБ. Поэтому замена АБА на БАБ тоже не влияет на место, в котором окажется дикарь после произнесения слова. Нетрудно проверить, что в результате произнесения слов А, Б, АА, АБ, БА и АБА дикарь окажется в различных секторах (см. рис.).

Поэтому перечисленные шесть слов обозначают шесть различных понятий.
Значит, для обозначения пальцев на руке понятий языка хватит.

