

**Время выполнения задания: 240 минут.**

*Информация для участников: максимальная оценка за каждую задачу — 20 баллов. Максимальная оценка за всю работу - 100 баллов. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.*

1. Найдите натуральное число, при возведении которого в куб получается число

1000003000003000001.

2. Числитель дроби увеличили на 20%. На сколько процентов нужно уменьшить её знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла вдвое?

3. Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 7 часов 38 минут.

4. Две старушки вышли одновременно, на рассвете, навстречу друг другу, первая из пункта  $A$ , вторая из пункта  $B$ . Они встретились в 12.00 и пошли дальше. В 16.00 первая старушка пришла в пункт  $B$ , в 21.00 вторая старушка пришла в пункт  $A$ . В каком часу был рассвет?

5. На доске написаны числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9. За один ход можно увеличить одно из чисел (любое) на 3 или на 5. Какое минимальное количество ходов нужно сделать, чтобы все числа стали равными?

6. На плоскости расположены 6 точечных прожекторов, каждый из которых освещает угол  $90^\circ$ . Если внутри угла, освещённого прожектором, оказывается другой прожектор, от него падает тень - длинный бесконечный луч (если только эта тень не будет освещена ещё каким-нибудь прожектором). Доказать, что можно расположить прожекторы так, что от каждого из них упадёт тень длиной 6 км.

## Ответы и указания

1. Ответ: 1000001.

2. Ответ: на 40%.

Указание:  $\frac{1.2a}{0.6b} = 2\frac{a}{b}$ .

3. Ответ:  $1^\circ$ .

Указание: один полный оборот стрелки содержит  $360^\circ$ . За минуту минутная стрелка поворачивается на  $\frac{360}{60} = 6^\circ$ , а часовая – на  $\frac{360}{60 \cdot 12} = 0.5^\circ$ . Теперь легко посчитать, на сколько градусов повернётся каждая стрелка за 7 часов 38 минут.

4. Ответ: рассвет был в 6:00 часов утра.

Указание: пусть отношение скоростей старушек равно  $k$ . Тогда пути, пройденные ими от рассвета до полудня, относятся как  $k$ . Значит отрезки времени их движения после встречи относятся как  $k^2$ . Но это отношение равно  $\frac{9}{4}$ . Значит  $k = \frac{3}{2}$ , после чего уже несложно получить ответ.

5. Ответ: 28 ходов.

Указание: Чтобы все числа были равными, их нужно увеличить: первое – на  $n$ , второе – на  $n - 1$ , и т.д., последнее – на  $n - 9$ . Составьте таблицу, в которой для каждого натурального  $n \leq 20$  выпишите, сколько ходов нужно сделать, чтобы увеличить число на  $n$ . (К примеру увеличить число на 4 невозможно, чтобы увеличить число на 5, достаточно одного хода, а для увеличения на 6 нужно два хода, т.к.  $6=3+3$ ). В этой таблице найдите 9 чисел, идущих подряд.

6. См. рисунок. Жирные точки - прожекторы. Дуги показывают углы, освещённые прожекторами. Чёрные отрезки – тени.

