Задача 1

Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B. Толщина области поля d. Определите, на сколько изменится ее импульс за время пролета через область поля. Считать, что толщина d достаточно мала. Скорость направлена перпендикулярно к границе поля. Заряд и масса альфа-частицы известны.

Дано:
U
B
d
q
m
Δp – ?

Решение:

Напишем закон сохранения энергии для движения заряженной частицы в электрическом поле:

$$E\ кин.\ кон. - E\ кин.\ нач. = qU$$

и, учитывая, что вначале частица покоилась, найдем ее скорость перед тем как она влетит в магнитное поле:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Поскольку скорость частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции, частица под действием силы Лоренца начнет двигаться по дуге окружности радиуса, определяемого из уравнения второго закона Ньютона:

$$m\upsilon^2/R = q\upsilon B.$$

Отсюда легко найти радиус окружности. При вылете из области магнитного поля скорость частицы перпендикулярна радиусу, а значит составляет с первоначальным направлением скорости такой же угол, как радиус в момент вылета с границей поля. Синус этого угла легко найти:

$$\sin\alpha = d/R$$

Для того чтобы найти изменение импульса надо помнить, что импульс величина векторная и поскольку значение скорости по величине не меняется, то воспользовавшись законом вычитания двух векторов, получим

$$\Delta p = 2p \sin(\alpha/2),$$

где $p = m\upsilon$.

Подставляя в это выражение значения угла, радиуса и скорости, которые вычислены ранее, получим искомый ответ:

$$\Delta p = 2\sqrt{2qUm}\cdot\sin(\alpha/2),\ \text{где}\ \alpha = \arcsin\left(dB\sqrt{\frac{q}{2mU}}\right).$$

Задача 2.

На горизонтальной пружине укреплено тело массой M = 10 кг, лежащее на абсолютно гладком столе. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой m = 10 г, летящая со скоростью υ = 500 м/с, направленной вдоль оси пружины. Тело вместе с застрявшей в ней пулей начинает колебаться с амплитудой A = 10 см. Найдите период колебаний.

Дано:
M = 10 кг
m = 10 г
υ = 500м/с
A = 10 см

T-?

Решение:

Для нахождения периода колебаний можно использовать выражение для периода колебаний тела массы (M + m) на пружине жесткостью k :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}.$$

Между телами происходит абсолютно неупругий удар, поэтому закон сохранения импульса позволит найти скорость образовавшегося тела:

$$m\upsilon = (M + m)u.$$

При этом пружина сжимается и кинетическая энергия тела массы (M+m) переходит в потенциальную энергию сжатия пружины:

$$\frac{(M+m)\cdot u^2}{2} = \frac{kA^2}{2},$$

что позволяет найти значение жесткости пружины.

Решая систему трех уравнений, получим выражение периода T через данные задачи:

$$T = \frac{2\pi(M+m)\cdot A}{m\upsilon}$$

Подставим числовые значения и получим:

$$T = \frac{2\cdot 3{,}14(10+0{,}01)\cdot 0{,}1}{0{,}01\cdot 500} = 1{,}3\ c.$$

Ответ: T = 1,3 с.

Задача 3.

Два однородных шарика одинакового объема прикреплены на нитях к концам невесомого стержня длины L. Если стержень подвесить на расстоянии $a = L/3$ от одного из шаров, то стержень будет находиться в горизонтальном положении. Шарики погружают в жидкость, плотность которой вдвое меньше плотности более легкого шарика. Насколько надо передвинуть точку подвеса стержня, чтобы он остался в горизонтальном положении?

Дано:
L
$a = L/3$
$V_1 = V_2 = V$

$x - ?$

Решение:

На стержень действуют две силы натяжения нитей, причем относительно точки подвеса их суммарный момент равен нулю:

$$T_1L/3 - T_2 2L/3 = 0, \quad (1)$$

где $T_1 = m_1g = \rho_1 gV$ и $T_2 = m_2g = \rho_2 gV$.

После погружения шаров в жидкость аналогичное уравнение имеет вид:

$$T_3(L/3 - x) - T_4(2L/3 + x) = 0, \quad (2)$$

где $T_3 = m_1g - F = \rho_1 gV - \rho_ж gV$ и $T_4 = m_2g - F = \rho_2 gV - \rho_ж gV$.

F -сила Архимеда, одинаковая для обоих шаров в силу их равного объема.

Из уравнения (1) находим, что $\rho_1 = 2\rho_2$, а из условия задачи $\rho_ж = \rho_2/2$. Из уравнения (2) получаем выражение расстояния x через данные задачи:

$$(2\rho_2 - \frac{\rho_2}{2})gV\left(\frac{L}{3} - x\right) - \left(\rho_2 - \frac{\rho_2}{2}\right)gV\left(\frac{2L}{3} + x\right) = 0$$
$$\frac{3\rho_2}{2}\left(\frac{L}{3} - x\right) = \frac{\rho_2}{2}\left(\frac{2L}{3} + x\right)$$

Ответ: $x = \frac{L}{12}$

Задача 4.

Источник тока подзаряжается от подзарядного устройства с напряжением $U = 30$ В. КПД подзарядного устройства $\eta = 75$ %. После подзарядки элемент замыкают на резистор сопротивлением $R = 14$ Ом. Какое количество теплоты выделится на резисторе за одну секунду? Внутреннее сопротивление источника $r = 1{,}0$ Ом.

Дано:

$U = 30$ В
$\eta = 75$ %
$R = 14$ Ом
$r = 1{,}0$ Ом

Решение:

Согласно закону Джоуля – Ленца количество теплоты, ежесекундно выделяемое на резисторе

$$P_{тепл} = I^2R \qquad (1)$$

$P_{\text{тепл}}$ – ?

Силу тока, текущего через резистор определим по закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \qquad (2)$$

ЭДС источника, подзаряженного от подзарядного устройства равна

$$\varepsilon = \eta U \qquad (3)$$

Подставляя выражения (2), (3) в равенство (1), найдем

$$P_{\text{тепл}} = \left(\frac{\eta U}{R+r}\right)^2 \cdot R$$

Подставив сюда численные значения величин и вычислив, получим

$$P_{\text{тепл}} = \left(\frac{0{,}75 \cdot 30}{14+1}\right)^2 \cdot 14 = 32 \text{ Вт}$$

Ответ: $P_{\text{тепл}} = 32$ Вт.

Задача 5.

В середину горизонтально расположенного воздушного конденсатора с площадью

обкладок S и расстоянием между ними d, заряженного от источника с напряжением U_0, помещают заряженную капельку массы m. Капелька начинает падать с ускорением $g/2$. Какое напряжение установится в конденсаторе после того, как капелька достигнет нижней пластины? Верхняя пластина конденсатора заземлена. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:
S
d
m
U_0
$a = g/2$

U – ?

Решение:

На заряженную капельку действуют две силы – сила тяжести $m\boldsymbol{g}$, направленная отвесно вниз и сила Кулона $q\boldsymbol{E}$, направленная вертикально вверх. По второму закону Ньютона

$$mg - qE = mg/2, \qquad (1)$$

где E – напряженность поля конденсатора. В нашем случае $E = \frac{U_0}{d}$ и, следовательно, с учетом равенства (1) заряд капельки

$$q = \frac{mgd}{2U_0}$$

Именно на эту величину изменится заряд конденсатора после достижения капелькой нижней пластины. В результате в конденсаторе установится напряжение

$$U = U_0 + \frac{q}{c}, \qquad (2)$$

где $c = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ – емкость воздушного конденсатора.

Подставив в формулу (2) полученные выражения q и c, найдем U:

$$U = U_0 + \frac{mgd^2}{2\varepsilon_0 U_0 S}$$

Ответ: $U = U_0 + \frac{mgd^2}{2\varepsilon_0 U_0 S}$.

Задача 6.

Если осветить катод фотоэлемента сначала светом с длиной волны λ_1 = 0,40 мкм, а затем - светом с длиной волны λ_2 = 0,50 мкм, то окажется, что максимальные скорости фотоэлектронов отличаются в n = 2 раза. Определите работу выхода из материала катода
(ответ дать в электрон−вольтах).

Дано:

λ_1 = 0,4 мкм

λ_2 = 0,5 мкм

n = 2

$A - ?$

Решение:

Согласно уравнению Эйнштейна

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{mv_1^2}{2} \quad (1) \quad \text{и} \quad \frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{mv_2^2}{2} \quad (2)$$

Так как $\frac{hc}{\lambda_1} > \frac{hc}{\lambda_2}$ из условия задачи следует, что $v_1 = nv_2$ (3).

Решая систему трех уравнений, получаем выражение работы выхода A через данные задачи:

$$A = \frac{hc(n^2\lambda_1 - \lambda_2)}{(n^2 - 1)\lambda_1 \cdot \lambda_2}$$

Подставив числовые значения величин и выполнив вычисления, получим

$$A = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6}(1{,}6 - 0{,}5)}{3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-12}} = 3{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2{,}2 \text{ эВ}.$$

Ответ: A = 2,2 эВ.