

**Задача 1.**

Небольшой шарик подлетает к горизонтальной гладкой плите со скоростью  $v_0 = 5,2 \text{ м/с}$  под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Определите расстояние от места удара до следующего столкновения с плитой, если известно, что при ударе шарик теряет  $n = 0,11$  своей энергии.

*Дано:*

$$v_0 = 5,2 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$n = 0,11$$

---


$$S = ?$$

*Решение:*

При ударе о поверхность тело потеряло часть энергии, поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = (1 - n) \frac{mv_0^2}{2}.$$

Поверхность является гладкой, значит, при ударе на тело действуют только вертикальные силы, следовательно, сохраняется горизонтальная составляющая скорости

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha.$$

Для вертикальной составляющей скорости получим

$$v_y = \sqrt{v^2 - v_x^2} = v_0 \sqrt{(\sin \alpha)^2 - n}.$$

Время движения тела по параболе  $t = \frac{2v_y}{g}$ , расстояние до

следующего удара  $S = v_x \cdot t$ .

Окончательно 
$$S = \frac{2v_0^2}{g} \cos \alpha \sqrt{(\sin \alpha)^2 - n}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$S = \frac{2 \cdot 27}{9,8} \cdot 0,5 \sqrt{0,75 - 0,11} = 2,2 \text{ м}.$$

*Ответ:*  $S = 2,2 \text{ м}.$

**Задача 2.**

С какой скоростью можно увеличивать число оборотов в секунду колёс мотоцикла, чтобы не происходило пробуксовки? Коэффициент трения колёс о дорогу  $\mu = 0,70$ , радиус колеса  $R = 0,30$  м. Считать, что на заднее колесо, приводящее его в движение, приходится половина веса мотоцикла.

Дано:

$$R = 0,30 \text{ м}$$

$$\mu = 0,70$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} - ?$$

Решение:

$$\text{Максимальная сила трения: } F = \mu N = \mu \frac{mg}{2}.$$

По второму закону Ньютона максимальное ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \mu \frac{g}{2}.$$

$$\text{Число оборотов в секунду: } n = \frac{v}{2\pi R}.$$

За время  $\Delta t$  число оборотов в секунду изменяется по формуле:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(\frac{v}{2\pi R}\right)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{2\pi R \Delta t} = \frac{\mu g}{4\pi R}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0,7 \cdot 9,8}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,3} = 1,8 \text{ об/с}^2.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\Delta n}{\Delta t} = 1,8 \text{ об/с}^2.$$

**Задача 3.**

Тонкостенный цилиндрический стакан массой  $m = 100$  г и высотой  $h = 10$  см ставят вверх дном на гладкое дно сосуда, который после этого медленно заполняют водой до высоты  $H = 20$  см. На сколько градусов надо нагреть воду в сосуде, чтобы стакан начал всплывать? Диаметр стакана  $d = 4,0$  см. Начальная температура всей системы  $T = 300$  К, атмосферное давление  $p = 720$  мм рт. ст.

Дано:

$$m = 100 \text{ г}$$

$$h = 10 \text{ см}$$

$$H = 20 \text{ см}$$

$$d = 4,0 \text{ см}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$p = 720 \text{ мм рт. ст.}$$

$$\Delta T - ?$$

Решение:

Силы, действующие на стакан в момент, когда он начнет всплывать:

$$\text{сила давления на дно стакана } F_1 = [p + \rho g(H - h)]S,$$

$$\text{где } S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad p - \text{атмосферное давление,}$$

$\rho$  – плотность воды,  $S$  – площадь дна стакана,

$d$  – диаметр стакана;

$mg$  – сила тяжести, действующая на стакан (массу воздуха в стакане можно не учитывать);

$$\text{сила давления воздуха в стакане } F_2 = p_1 S.$$

Для того чтобы, стакан всплыл должно выполняться условие:

$$F_2 \geq F_1 + mg.$$

Условие равновесия в проекции на вертикальную ось:

$$F_1 - F_2 + mg = 0.$$

Нагревание газа происходит при постоянном объеме, поэтому

$$\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1}, \text{ где } T_1 = T + \Delta T, \text{ откуда получаем}$$

$$p_1 = p \frac{T + \Delta T}{T}.$$

Подставляя выражения для сил и давления в условие равновесия, получаем:

$$[p + \rho g(H - h)]S - p \frac{T + \Delta T}{T} S + mg = 0.$$

После преобразований, учитывая  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ,

получим:

$$\Delta T = T \cdot g \frac{\left[ \rho(H - h) + \frac{4m}{\pi d^2} \right]}{p}.$$

Подставим числовые значения и получим:

$$\Delta T = 300 \cdot 9,8 \frac{\left[ 1000(0,2 - 0,1) + \frac{4 \cdot 0,1}{\pi \cdot 0,04^2} \right]}{13,6 \cdot 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,72} = 5,6 \text{ К}.$$

Ответ:  $\Delta T = 5,6 \text{ К}$ .

#### Задача 4.

На горизонтальной поверхности лежит куб массой  $M = 1,0 \text{ кг}$ . В центре верхней грани лежит небольшое тело массой  $m = 100 \text{ г}$ . Край куба аккуратно приподнимают, поворачивая вокруг нижнего ребра. Куб по поверхности не скользит. Определите угол между гранью куба и горизонтальной поверхностью, при котором вся система будет находиться в равновесии.

Дано:

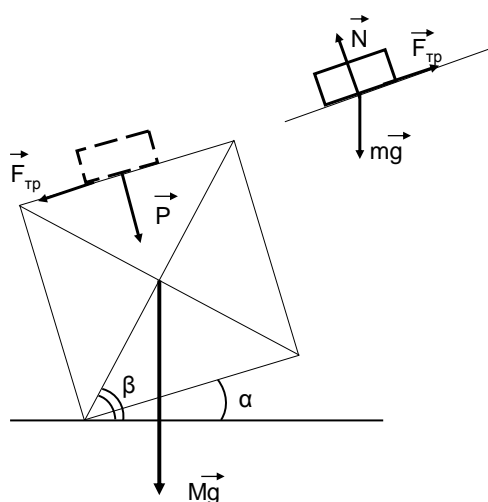
$$M = 1,0 \text{ кг}$$

$$m = 100 \text{ г}$$

$$\alpha - ?$$

Решение:

Будем считать, что в равновесии кубик наклонен к горизонту под углом  $\alpha$ . Рассмотрим сначала маленькое тело, лежащее в середине верхней грани куба.



На него действуют силы:

$mg$  – сила тяжести, направленная вертикально вниз,

$N$  – сила реакции опоры, направленная вверх, перпендикулярно грани, и

$F_{mp1}$  – сила трения, действующая со стороны куба и направленная вдоль грани вверх.

Условия равновесия этого тела:

$$\begin{cases} N = mg \cos \alpha \\ F_{mp1} = mg \sin \alpha \end{cases}$$

Теперь рассмотрим куб. Поворачивать кубик вокруг нижнего ребра будут следующие силы:

$Mg$  – сила тяжести (направлена вертикально вниз и поворачивает кубик по часовой стрелке);

$P$  – вес маленького тела (направлен перпендикулярно грани вниз и поворачивает куб по часовой стрелке). По третьему закону Ньютона  $P = -N$  и, следовательно,  $P = mg \cos \alpha$ ;

$F_{mp2}$  – сила трения со стороны маленького тела (направлена вдоль верхней грани вниз и поворачивает кубик против часовой стрелки).

По третьему закону Ньютона  $F_{mp1} = -F_{mp2}$  и, следовательно,  $F_{mp2} = mg \sin \alpha$ .

Условие равновесия куба – сумма моментов всех сил относительно оси вращения (нижнего ребра) равна нулю. Запишем это условие:

$$F_{mp2} \cdot a - P \frac{a}{2} - Mg \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos \beta = 0,$$

где  $a$  – ребро куба,  $\beta = \frac{\pi}{4} + \alpha$ .

Подставляя в это уравнение выражения для всех сил, получим:

$$mg \sin \alpha \cdot a - mg \cos \alpha \cdot \frac{a}{2} - Mg \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = 0.$$

Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$2m \sin \alpha - m \cos \alpha - M(1 - \operatorname{tg} \alpha) = 0.$$

Окончательно,  $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{m + M}{2m + M}$ .

Подставим числовые значения и получим:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{0,1 + 1}{2 \cdot 0,1 + 1} = \operatorname{arctg} 0,92 = 42,5^\circ.$$

Ответ:  $\alpha = 42,5^\circ$ .

### Задача 5.

Некоторое количество вещества нагревают, поддерживая мощность нагревателя постоянной и записывают результаты в таблицу:

$\tau$ , мин	0	5	10	15	20	25	30	35
$t$ , °С	60	100	110	110	110	110	112	132

Оцените удельную теплоёмкость вещества в жидком состоянии и удельную теплоту плавления при условии, что удельная теплоёмкость в твердом состоянии  $c = 1,0$  кДж/кг·К.

Дано:

$$c = 1,0 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$$

$$c_{ж} - ?$$

$$\lambda - ?$$

Решение:

Согласно закону сохранения энергии:

$$cm\Delta t_1 = P\tau_1 \quad (1)$$

$$\lambda \cdot m = P\tau_2 \quad (2)$$

$$c_{ж}m\Delta t_3 = P\tau_3 \quad (3)$$

где  $P$  – мощность нагревателя,  $m$  – масса тела,  $\tau_1$  – время нагревания твердой фазы,  $\Delta t_1$  – изменение температуры тела,  $\tau_2$  – время плавления,  $\lambda$  – удельная теплота плавления,  $\tau_3$  – время нагревания жидкой фазы,  $\Delta t_3$  – изменение температуры жидкости,  $c_{ж}$  – удельная теплоемкость вещества в жидком состоянии.

Разделив (2) на (1) и (3) на (1), получим:

$$\lambda = \frac{c \cdot \Delta t_1 \cdot \tau_2}{\tau_1} \quad \text{и} \quad c_{ж} = \frac{c \cdot \Delta t_1 \cdot \tau_3}{\tau_1 \cdot \Delta t_3}.$$

Определим из таблицы скорость нагрева вещества в твердом и жидком состояниях и время нагрева и плавления:

$$\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right)_m = \frac{40}{5} = 8 \text{град}/\text{мин} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\Delta t}{\tau}\right)_{ж} = \frac{20}{5} = 4 \text{град}/\text{мин}.$$

Следовательно, нагревание твердой фазы продолжалось

$$\tau_1 = \frac{50}{8} = 6,25 \text{мин}, \quad \text{а жидкой} \quad \tau_3 = \frac{22}{4} = 5,5 \text{мин}.$$

Значит, процесс плавления продолжался  $\tau_2 = 23,25 \text{мин}$ .

Подставим числовые значения и получим:

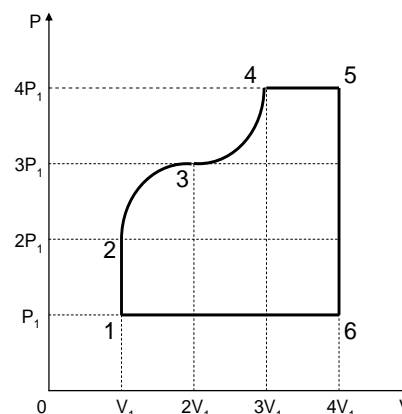
$$\lambda = \frac{1000 \cdot 50 \cdot 23,25}{6,25} = 186 \text{кДж}/\text{кг} \quad \text{и}$$

$$c_{ж} = \frac{1000 \cdot 50 \cdot 5,5}{6,25 \cdot 22} = 2,0 \text{кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}.$$

Ответ:  $\lambda = 186 \text{кДж}/\text{кг}$ ,  $c_{ж} = 2,0 \text{кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}$ .

### Задача 6.

Замкнутый цикл, совершаемый одноатомным идеальным газом, состоит из следующих участков: 1-2 - изохора, масштаб подобран таким образом, что 2-3 в  $PV$ -диаграмме представляет собой четверть окружности с центром внутри цикла, а 3-4 - четверть окружности с центром вне цикла, 4-5 - изобара, 5-6 - изохора, 6-1 - изобара.  $P_2 = 2P_1$ ,  $P_3 = 3P_1$ ,  $P_5 = 4P_1$ ,  $V_3 = 2V_1$ ,  $V_4 = 3V_1$ ,  $V_5 = 4V_1$ . Определите КПД цикла (ответ дать в процентах).



Дано:

$$P_2 = 2P_1$$

$$P_3 = 3P_1$$

$$P_5 = 4P_1$$

$$V_3 = 2V_1$$

$$V_4 = 3V_1$$

$$V_5 = 4V_1$$

Решение:

Коэффициент полезного действия цикла можно вычислить по

$$\text{формуле: } \eta = \frac{A}{Q},$$

где  $A$  - работа за цикл,  $Q$  - количество теплоты, полученное газом за цикл.

В данном случае значительно проще вычислить количество теплоты, отданное газом за цикл, поэтому

$$\eta = \frac{A}{|Q_{от}| + A}.$$

Работа газа за весь цикл численно равна площади цикла в системе координат  $P(V)$ , поэтому удобно построить график  $P(V)$ .

Можно заметить, что для вычисления площади удобно заменить сложную конфигурацию цикла прямоугольником равной площади.

$$A = 7P_1V_1.$$

Газ отдает тепло только на двух участках 5-6 и 6-1

5 – 6 – процесс изохорный, газ одноатомный:

$$Q_{5-6} = \frac{3}{2}(16P_1V_1 - 4P_1V_1) = 18P_1V_1$$

6 – 1 – процесс изобарный, работа газа в этом процессе

$$A_{1-6} = 3P_1V_1$$

$$Q_{1-6} = \frac{5}{2}A_{1-6} = \frac{15}{2}P_1V_1 / Q_{1-6} = \frac{5}{2}A_{1-6} = \frac{15}{2}P_1V_1$$

Количество теплоты, отданное газом

$$|Q_{om}| = 18P_1V_1 + \frac{15}{2}P_1V_1 = \frac{51}{2}P_1V_1.$$

Окончательно получаем:  $\eta = \frac{7P_1V_1}{\frac{51}{2}P_1V_1 + 7P_1V_1} = 22\%.$

Ответ:  $\eta = 22\%.$