Олимпиада для студентов и выпускников вузов – 2014

Направление «Программная инженерия»

Профиль «Системная и программная инженерия» **КОД-020**

Задание включает 10 задач. Время выполнения 180 минут.

1. **Значения таблицы истинности булевой функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ сформированы генератором случайных чисел. Определите информационный объем сообщения "Функция F является самодвойственной".**

2. **На сколько бит уменьшится код заключенного в кавычки сообщения «ЕНОТ НЕ ТОНЕТ», сжатого алгоритмом Хаффмана, по сравнению с оптимальным равномерным кодированием.**

3. **На интерпретациях из двух предметов укажите множество всех предикатов R, для которых формула $\exists x \forall y R(x,y) \Rightarrow \forall x \exists y R(x,y)$ опровержима.**

4. **В специализированной ЭВМ целые числа рассматриваются как числа со знаком и представляются в дополнительном коде. Для хранения числа выделяется ячейка памяти длиной 128 бит. В ячейку памяти X занесено некоторое число. В результате выполнения оператора Y= (X+X) xor (-X-1), содержащего побитовую операцию xor в ячейку Y было записано десятичное число -166. Определите десятичное число, хранящееся в ячейке X.**

5. **Постройте детерминированный конечный автомат с минимальным числом состояний, распознающий слова в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$, содержащие четное количество букв a или ровно одну букву b.**

6. **Пусть задан язык L в алфавите Σ. Говорят, что алгоритм $A : \Sigma^* \to \{0,1\}$ распознает язык L, если для входного слова $\omega \in \Sigma^*$ выходное слово**
$$A(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in L \\ 0, & \omega \notin L \end{cases}$$
Для языка $L = \{a^n b^m c^n \mid n \ge 0, m \ge 0\}$ в алфавите $\Sigma = \{a, b, c\}$.
   a) **построить Машину Тьюринга, распознающую язык L;**
   b) **построить нормальный алгоритм Маркова, распознающий язык L.**

7. **Найдите число переменных N, при котором количество решений системы логических уравнений**

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + \overline{X_3} + \overline{X_4} = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \oplus X_3 \cdot X_4 \\ X_3 + X_4 + \overline{X_5} + \overline{X_6} = \overline{X_3} \cdot \overline{X_4} \oplus X_5 \cdot X_6 \\ \cdots \\ X_{N-3} + X_{N-2} + \overline{X_{N-1}} + \overline{X_N} = \overline{X_{N-3}} \cdot \overline{X_{N-2}} \oplus X_{N-1} \cdot X_N \end{cases}$$

равно 100.

8. **Частичная булева функция задана следующей таблицей истинности:**

A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
C	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
D	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
F	-	-	1	-	-	1	1	0	-	-	-	-	1	-	-	-

Доопределите таблицу до задания линейной функции. Запишите получившуюся функцию в виде полинома Жегалкина.

9. **Переданы три двоичных сообщения $a_0a_1a_2a_3$, закодированные словами $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ в алфавите $B = \{0,1\}$. Символы $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ являются коэффициентами булевого полинома $B(x) = b_0 \oplus b_1x \oplus b_2x^2 \oplus b_3x^3 \oplus b_4x^4 \oplus b_5x^5 \oplus b_6x^6$, вычисляемого по формуле $B(x) = A(x)\cdot x^3 \oplus A(x) \bmod (1 \oplus x \oplus x^3)$, где $A(x) = a_0 \oplus a_1x \oplus a_2x^2 \oplus a_3x^3$ - булев полином, соответствующий исходному сообщению $a_0a_1a_2a_3$. Известно, что при передаче сообщений полученные слова $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ могли быть искажены одиночными ошибками. Для каждого из трех полученных слов** 0010011, 0101111, 1001100**, определите исходное сообщение.**

10. **Сеть Петри с начальной маркировкой $\mu = (1,0,1,0)$ задана матрицами**

$$D^- = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } D^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

представляющими входную и выходную функцию соответственно. Определите множество целых чисел n, при которых маркировка $\mu' = (1, n, 0, 1)$ достижима из начальной маркировки μ, и укажите соответствующую последовательность срабатывания переходов.