

Первая часть

В столбец написано 4 слова. Всегда ли можно вычеркнуть одно так, чтобы оставшиеся 3 шли или в прямом или в обратном алфавитном порядке?

Приведем пример четырёх слов, из которых невозможно получить три идущих в прямом или обратном алфавитном порядке путём вычеркивания одного: «*ccc*», «*ddd*», «*aaa*», «*bbb*».

Будем обозначать $x < y$, если слово x следует при алфавитной сортировке до слова y .

Полным перебором покажем, что приведенный порядок искомый:

Вычеркнуто «*ccc*»: $ddd > aaa < bbb$

Вычеркнуто «*ddd*»: $ccc > aaa < bbb$

Вычеркнуто «*aaa*»: $ccc < ddd > bbb$

Вычеркнуто «*bbb*»: $ccc < ddd > aaa$

Вторая часть

Ответьте на аналогичный вопрос, если написано 5 слов, а вычеркнуть надо 2.

Покажем, что из пяти слов всегда можно вычеркнуть два таким образом, чтобы оставшиеся три шли в прямом или обратном алфавитном порядке. Обозначим наши слова через x, y, z, t, u (в порядке следования). Считаем все слова различными.

Первые два слова идут в прямом или обратном порядке (поскольку любые два слова идут либо в прямом, либо в обратном порядке). Будем считать для определенности, что они идут в прямом порядке: $x < y$. (Если это не так, во всём следующем доказательстве нужно заменить знак «больше» на знак «меньше» и наоборот.)

Если третье слово z идёт после y ($z > y$), в качестве оставшихся можно выбрать $x < y < z$. Далее считаем, что $z < y$.

Если t идёт после y ($t > y$), то в качестве искомой тройки можно выбрать $x < y < t$. Аналогично, если u идёт после y ($u > y$), то в качестве искомой тройки можно выбрать $x < y < u$. Остаётся рассмотреть случай, когда $u < y$ и $t < y$.

Если t идёт до z ($t < z$), то в качестве искомой тройки можно выбрать $y > z > t$. Аналогично, если u идёт до z ($u < z$), то в качестве искомой

тройки можно выбрать $y > z > u$.

Остаётся рассмотреть случай, когда u и t находятся между y и z , то есть $y > u > z$ и $y > t > z$. Если $u > t$, то в качестве искомой тройки подойдёт $y > u > t$. Если $u < t$, то в качестве искомой тройки подойдёт $z < u < t$.

Мы перебрали все возможные варианты и таким образом доказали, что всегда можно вычеркнуть два слова таким образом, чтобы оставшиеся три шли в прямом или обратном порядке.