

Физика 2015 очный тур
10 класс

задача 1

На клине массы M с углом наклона α , находящемся на гладкой горизонтальной поверхности, лежит тело массы m (масса тела много меньше массы клина). Какую минимальную горизонтальную силу надо приложить к клину, чтобы тело начало подниматься вверх? Коэффициент трения между телом и клином равен μ

решение

Запишем проекцию второго закона Ньютона для тела на клине по горизонтальной оси. Напомним, что мы ищем минимальное значение силы, а значит и ускорения и поэтому сила трения f связана с силой реакции опоры N соотношением $f = \mu N$

$N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = ma$ здесь a ускорение которое имеет клин, а значит и тело. По вертикальной оси $N \cos \alpha - mg - \mu N \sin \alpha = 0$. Из этих уравнений найдем ускорение с которым должен двигаться клин, а значит и силу, необходимую для его создания $a = g(\tan \alpha + \mu)/(1 - \mu \tan \alpha)$, $F = Mg(\tan \alpha + \mu)/(1 - \mu \tan \alpha)$

задача 2

Два аэростата имеют оболочки одинаковой массы. Первый имеет легко растяжимую герметичную оболочку, у второго фиксированный объем, но снизу имеется небольшое отверстие. Первоначально в аэростатах содержится одинаковая масса воздуха, имеющая температуру и давление окружающей среды, причем эта масса в $n=10$ раз больше массы оболочки. На сколько надо подогреть воздух внутри каждого аэростата, чтобы он взлетел? Температура окружающего воздуха $T=300\text{K}$.

Решение

Для взлета аэростата сила Архимеда со стороны воздуха должна быть больше или равна силе тяжести. Рассмотрим случай минимальной силы Архимеда F .

$mg + Mg = F$. В случае растяжимой оболочки массы воздуха внутри аэростата не меняется, но увеличивается вследствие нагрева объем, а значит и сила Архимеда. Найдем увеличение объема необходимое для взлета: $M_p(V + \Delta V)/R(T + \Delta T) + M_p V/nRT = M_p(V + \Delta V)/RT$. Здесь мы выразили массу воздуха и силу Архимеда из уравнения Клапейрона Менделеева и учли, что масса оболочки в n раз меньше массы воздуха. Отсюда следует,

что $\Delta V = V/n$. Записав уравнения состояния воздуха до и после нагрева, найдем необходимое увеличение температуры $\Delta T = T/n$. Если оболочка нерастяжима, то меняется масса воздуха внутри и условие взлета может быть записано как $M_p V / R(T + \Delta T) + M_p V / n R T = M_p V / R T$. Следовательно в этом случае температуру следует увеличить на $\Delta T = T/(n-1)$.

Задача 3.

Два шара, имеющие одинаковый заряд соединили проволокой. По проволоке переместился заряд в n раз меньший, чем заряд шаров. найти отношение радиусов шаров.

Решение

Потенциал шара связан с его зарядом соотношением $\phi = Q/kR$. Запишем закон сохранения заряда до и после соединения шаров, выражая заряд через новый потенциал, $2Q = k\phi R + xk\phi R$, где x - отношение радиусов и найдем новый потенциал шаров. Заряд, переместившийся по проволоке, это разность старого и нового заряда $Q/n = Q - 2Q/(1+x)$. Отсюда и найдем выражение для отношения радиусов.

Задача 4.

Тело массы $m=1$ кг, брошенное под углом α к горизонту, на высоте $h=1.4$ м имело скорость $v=6$ м/с. Минимальное значение импульса за все время движения $p=4$ кг м/с. Найти угол α .

Решение

Минимальное значение импульса соответствует точке наивысшего подъема и равняется $p = mv_0 \cos \alpha$. Записав закон сохранения энергии связывающий начальную точку и точку на высоте h получим $mv_0^2/2 = mv^2/2 + mgh$. Найдем начальную скорость и потом угол бросания $\alpha = \arccos\{p/m\sqrt{v^2 + 2gh}\} = 60^\circ$.

Задача 5.

При исследовании некоторой планеты оказалось, что спутник, запущенный на высоту равную одному проценту от радиуса планеты над экватором, остается неподвижным относительно планеты. Найти среднюю плотность планеты, если период ее обращения вокруг своей оси равен $T=6$ часов. Гравитационная постоянная равна $G = 6.6710^{-11} \text{ Нм}^2 / \text{кг}^2$.

Решение

Если спутник неподвижен относительно планеты, то его период обращения равен периоду обращения планеты вокруг оси. Запишем второй закон

Ньютона для спутника, учитывая, что центростремительное ускорение $a=R\omega^2=4\pi^2R/T^2$. $4\pi^2Rm/T^2 = Gm4\pi R^3\rho/3R^2$. Отсюда можно найти плотность планеты

Ответы

1. $F=M(\operatorname{tg}\alpha + \mu)/(1 - \mu\operatorname{tg}\alpha)$

2. $\Delta T=T/n$; $\Delta T=T/(n-1)$,

3. $x=(n+1)/(n-1)$.

4. $\alpha = \arccos\{p/m\sqrt{v^2 + 2gh}\} = 60$.

5. $\rho = 3\pi/GT^2 = 4 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$