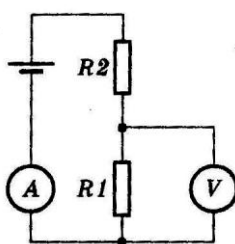


Решения задач заключительного этапа олимпиады «Высшая проба» по электронике, 2014/2015 учебный год

11 класс

1. Для измерения силы тока и падения напряжения в различных цепях электронных схем применяют амперметры и вольтметры. В схеме, изображенной на рисунке, ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 5$ В, резисторы $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, сопротивление амперметра $R_A = 0,01$ Ом, внутреннее сопротивление источника $r = 2$ Ом. Показания вольтметра $U_V = 2,27$ В. Какая ошибка получится в процентах при измерении силы тока? Сопротивление вольтметра считать очень большим.



РЕШЕНИЕ:

Дано:

$\mathcal{E} = 5$ В;
 $R_1 = 5$ Ом;
 $R_2 = 4$ Ом;
 $R_A = 0,01$ Ом;
 $r = 2$ Ом;
 $U_V = 2,27$ В.

$\delta - ?$

В процентах принято выражать относительную погрешность измерения, в данном случае это: $\delta = \frac{\Delta I}{I_{\text{действ.}}} \times 100\%$, где: $\Delta I = I_{\text{измер.}} - I_{\text{действ.}}$, $I_{\text{измер.}}$ – измеренное значение

тока, $I_{\text{действ.}}$ – значение тока, принятое за действительное. Измеренное значение тока $I_{\text{измер.}}$, т.е. показания амперметра, можно определить через показания вольтметра U_V как падение

напряжения на резисторе R_1 : $I_{\text{измер.}} = \frac{U_V}{R_1} = \frac{2,27 \text{ В}}{5 \text{ Ом}} = 0,454 \text{ А}$. По условию задачи вольтметр

можно считать идеальным, т.е. не влияющим на режим работы цепи. Однако показания вольтметра также имеют определенную погрешность. Поэтому рассчитаем $I_{\text{измер.}}$ по закону

Ома для полной цепи: $I_{\text{измер.}} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_A + R_1 + R_2} = \frac{5}{2 + 0,01 + 5 + 4} = 0,454133 \text{ А}$.

Включение амперметра из-за его внутреннего сопротивления R_A уменьшает действительное значение тока. Поэтому рассчитаем $I_{\text{действ.}}$, исключив R_A :

$$I_{действ.} = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_2} = \frac{5}{2 + 5 + 4} = 0,454545 \text{ А.}$$

Таким образом $\Delta I = 0,454133 \text{ А} - 0,454545 \text{ А} = -0,000412 \text{ А}$.

$$\text{Значит } \delta = \frac{0,000412}{0,454545} \times 100\% = 0,091\%.$$

Таким образом, ошибка при измерении не превысит 0,1%.

Ответ: при измерении силы тока ошибка не превысит 0,1 %.

2. Конденсатор емкостью $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, заряженный до разности потенциалов $\Delta\phi_1 = 100 \text{ В}$, соединили с конденсатором емкостью $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, разность потенциалов на обкладках которого $\Delta\phi_2$ неизвестна (соединили разноименно заряженные обкладки конденсаторов). Разность потенциалов между обкладками после соединения равна $\Delta\phi_{общ.} = 200 \text{ В}$. Найти неизвестную разность потенциалов $\Delta\phi_2$.

Р Е Ш Е Н И Е :

Дано:

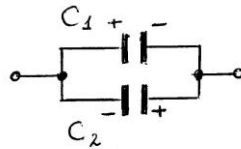
$$C_1 = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$\Delta\phi_1 = U_1 = 100 \text{ В};$$

$$C_2 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$\Delta\phi_{общ.} = U_{общ.} = 200 \text{ В}.$$

$$\Delta\phi_2 = U_2 - ?$$



Т.к. обкладки конденсаторов соединены разноименными полюсами, то для общего заряда такой схемы можно записать: $\pm q_{общ.} = q_1 - q_2$. Это значит, что общая полярность обкладок конденсаторов зависит от того, какой заряд больше по модулю. Таким образом, можно

записать: $\pm C_{общ.} \cdot U_{общ.} = C_1 U_1 - C_2 U_2$. Откуда следует, что $U_2 = \frac{C_1 U_1 \pm C_{общ.} U_{общ.}}{C_2}$

Поэтому возможны два варианта значений U_2 : U_{2-1} - если $q_1 < q_2$, или U_{2-2} - если $q_1 > q_2$.

$$\text{Вычислим } U_{2-1} : U_{2-1} = \frac{C_1 U_1 + C_{общ.} U_{общ.}}{C_2} = \frac{10^{-6} \cdot 100 + 3 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-6}} = 350 \text{ В.}$$

$$\text{Вычислим } U_{2-2} : U_{2-2} = \frac{C_1 U_1 - C_{общ.} U_{общ.}}{C_2} = \frac{10^{-6} \cdot 100 - 3 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-6}} = -250 \text{ В.}$$

Проверим, какое из значений U_2 удовлетворяет условию задачи. Вычислим общий заряд конденсаторов $q_{общ.}$ после соединения конденсаторов:

$$q_{общ.} = C_{общ.} U_{общ.} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

$$\text{Для напряжения } U_{2-1} \quad q_{общ.} = C_1 U_1 - C_2 U_{2-1} = 10^{-6} \cdot 100 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 350 = -6 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

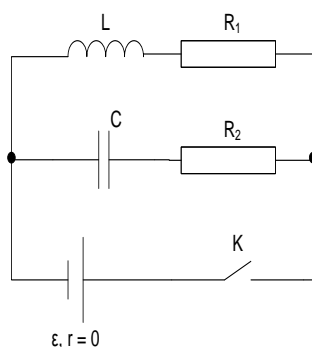
$$\text{Для напряжения } U_{2-2} \quad q_{общ.} = C_1 U_1 - C_2 U_{2-2} = 10^{-6} \cdot 100 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 250 = -4 \cdot 10^{-4} \text{ Кл, что не соответствует данной задаче.}$$

Таким образом, $U_2 = 350 \text{ В}$.

Ответ: разность потенциалов между обкладками конденсатора C_2 до соединения с конденсатором C_1 равна 350В.

3. В радиоэлектронных схемах часто встречаются индуктивности L , емкости C и резисторы R . В схеме, показанной на рисунке, ключ K первоначально замкнут. Когда токи в цепях достигают установившихся значений, ключ размыкают. Определить количество теплоты Q_1 и Q_2 , которое выделится на резисторах R_1 и R_2 после размыкания ключа.

Параметры цепей: \mathcal{E} , L , C , R_1 , R_2 считать известными, $r = 0$.



РЕШЕНИЕ:

Дано:

\mathcal{E} , L , C , R_1 , R_2 , $r = 0$.

Q_1 -? Q_2 - ?

В установившемся режиме энергия W обусловлена энергией электрического поля W_C заряженной емкости C и энергией магнитного поля W_L индуктивности L . Полагая индуктивность L идеальной, т.е., пренебрегая ее сопротивлением, и принимая во внимание, что внутреннее сопротивление источника r по условию равно нулю, а также пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, можно утверждать, что согласно закону сохранения энергии после размыкания ключа K вся энергия W перейдет в количество теплоты Q , которое выделится на резисторах R_1 и R_2 в виде теплоты Q_1 и Q_2 . Таким образом, можно записать:

$$W = W_C + W_L = Q = Q_1 + Q_2$$

$$W_C = \frac{CU_C^2}{2}, \quad W_L = \frac{LI^2}{2}.$$

Т.к. ток через емкость не течет, то в установившемся режиме ток через индуктивность I определяется резистором R_1 : $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \Rightarrow W_L = \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_1^2}$. Напряжение U_C равно ЭДС

источника \mathcal{E} , поэтому $W_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Таким образом, можно записать:

$$Q_1 + Q_2 = \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_1^2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = Q.$$

После размыкания ключа K электрическое поле емкости C и магнитное поле индуктивности L создадут в цепи электрический ток размыкания $I_{раз}$, который при протекании через резисторы R_1 и R_2 будет выделять теплоту Q_1 и Q_2 . Согласно закону Джоуля – Ленца, можно записать: $Q = I_{раз}^2 (R_1 + R_2) \cdot t$, $Q_1 = I_{раз}^2 \cdot R_1 \cdot t$, $Q_2 = I_{раз}^2 \cdot R_2 \cdot t$.

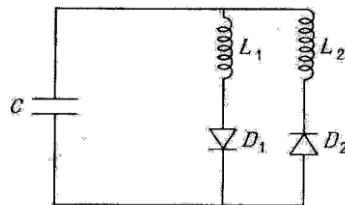
Таким образом:
$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{I_{\text{раз}}^2 \cdot R_1 \cdot t}{I_{\text{раз}}^2 \cdot (R_1 + R_2)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow Q_1 = Q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \left(\frac{L\varepsilon^2}{2R_1^2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \right) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Аналогично вычислим
$$Q_2 = \left(\frac{L\varepsilon^2}{2R_1^2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \right) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ответ: после размыкания ключа на резисторе R_1 выделится теплота

$$Q_1 = \left(\frac{L\varepsilon^2}{2R_1^2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \right) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$
 а на резисторе R_2 – теплота
$$Q_2 = \left(\frac{L\varepsilon^2}{2R_1^2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \right) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

4. Определите период колебаний напряжения на пластинах конденсатора C в приведенной ниже схеме. Диоды D_1 и D_2 считать идеальными, сопротивлением индуктивностей L_1 и L_2 – пренебречь.



РЕШЕНИЕ:

По формуле Томсона можно вычислить период колебаний колебательного контура:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

В этой схеме половину периода T ток протекает через диод D_1 и индуктивность L_1 , вторую половину периода – через диод D_2 и индуктивность L_2 . Поэтому можно записать:

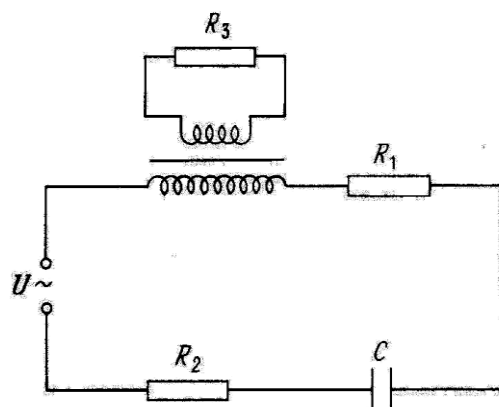
$$\left(\frac{T}{2}\right)_1 = \frac{2\pi\sqrt{L_1C}}{2} = \pi\sqrt{L_1C}, \quad \left(\frac{T}{2}\right)_2 = \frac{2\pi\sqrt{L_2C}}{2} = \pi\sqrt{L_2C}.$$

Следовательно,
$$T = \left(\frac{T}{2}\right)_1 + \left(\frac{T}{2}\right)_2 = \pi\sqrt{L_1C} + \pi\sqrt{L_2C} = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})$$

Ответ: период колебаний напряжения на пластинах конденсатора C равен

$$T = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})$$

5. Трансформаторы широко используются в различных электронных устройствах. Определите силу тока в цепи первичной обмотке трансформатора в приведенной ниже схеме. Коэффициент трансформации равен k , к.п.д. трансформатора считать 100%. Частота переменного тока равна ω .



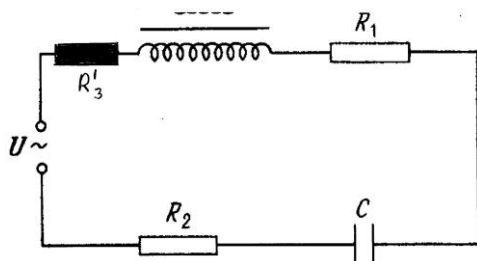
РЕШЕНИЕ:

Дано:

$\kappa, \omega, R_1, R_2, R_3, C, U.$

$I_1 - ?$

Из заданной схемы видно, что во вторичной обмотке трансформатора включена нагрузка - резистор R_3 , определяющая ток во вторичной обмотке, а значит, влияющая на ток в первичной обмотке I_1 . Чтобы учесть влияние R_3 на ток I_1 , включим в цепь первичной обмотки эквивалентное сопротивление R_3^I , как показано на рисунке, исключив вторичную обмотку.



Для вычисления эквивалентного сопротивления R_3^I воспользуемся законом сохранения энергии. А это значит, что мощность P_3 , рассеиваемая во вторичной обмотке на резисторе R_3 , равна мощности P_3^I , рассеиваемой в первичной обмотке на эквивалентном сопротивлении R_3^I , т.к. к.п.д. трансформатора равен 100%. Таким образом, можно записать: $P_3 = P_3^I \Rightarrow I_2^2 \cdot R_3 = I_1^2 \cdot R_3^I$. Если учесть, что ток во вторичной обмотке трансформатора I_2 связан с током в первичной обмотке I_1 формулой $I_2 = \kappa I_1$, то :

$$\kappa^2 \cdot I_1^2 \cdot R_3 = I_1^2 \cdot R_3^I \Rightarrow R_3^I = \kappa^2 \cdot R_3.$$

Теперь для вычисления тока I_1 воспользуемся законом Ома для цепи переменного тока:

$$I_1 = \frac{U}{Z}, \quad \text{где } Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad R = R_1 + R_2 + R_3^I = R_1 + R_2 + \kappa^2 R_3, \quad X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{\omega C}.$$

$$\text{Окончательно получаем: } I_1 = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2 + \kappa^2 R_3)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

Ответ:

сила тока в цепи первичной обмотки трансформатора $I_1 = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2 + k^2 R_3)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$.

6. При работе аналогового телевизионного приемника с электроннолучевой трубкой, изображение на ней формируется быстро движущимся электронным лучом, который пробегает одну за другой все строки экрана. Для управления яркостью точек изображения (пикселей) интенсивность электронного луча постоянно меняется (под управлением видеосигнала). Принятый в России стандарт аналогового телевидения предполагает следующие параметры изображения:

- количество строк 625;
- соотношение ширины экрана к высоте 4:3;
- частота обновления изображения 25 кадров в секунду.

Рассчитать максимальную частоту видеосигнала (скорость вывода пикселей на экран), необходимую для одного канала телевидения.

РЕШЕНИЕ:

В задаче требуется рассчитать максимальную частоту видеосигнала (другими словами, полосу частот, используемую для передачи изображения одного телевизионного канала). Для начала определим количество пикселей телевизионного экрана: используя соотношение ширины экрана к высоте (4:3), определим количество пикселей в строке – это будет целая часть выражения $625 \cdot 4/3 = 833$. Общее число пикселей определяем как произведение количества пикселей в строке и числа строк $833 \cdot 625 = 520625$. Поскольку частота обновления изображения 25 Гц, в секунду отображается $520625 \cdot 25 = 13015625$ пикселей. Яркость пикселей задается амплитудой видеосигнала. Очевидно, максимальная частота видеосигнала предполагает вывод на экран активных пикселей через один. Таким образом, число активных пикселей на экране в 2 раза меньше общего числа пикселей, а частота вывода их на экран будет составлять $13015625/2 = 6,5 \text{ МГц}$ (именно такая полоса частот используется для передачи изображения одного канала аналогового телевидения).

7. Существует задача: два самоходных робототехнических устройства по команде операторов отправляются в две заданные точки полигона. Далее они должны в автоматическом режиме с помощью УЗ излучателей установить между собой связь. Связь считается установленной, если излучатели направлены друг на друга и идет передача данных. Предложите необходимые модули и алгоритм функционирования устройств.

РЕШЕНИЕ:

Наиболее простой вариант решения предполагает по прибытии в точки назначения включить вращение излучателей (в разные стороны и с разными угловыми скоростями) до установления связи. При этом по договоренности, в режиме поиска связи одно устройство работает только на передачу сигнала, а второе – только на прием. После установления связи и фиксации положения излучателей, устройства осуществляют передачу данных.