

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
<i>Филиппова Мария Владимировна</i>
Класс
<i>10</i>
Субъект Российской Федерации
<i>Удмуртская Республика (г. Ижевск)</i>
Регистрационный номер
<i>35 29</i>

53223

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания *13 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>16</i>	<i>18</i>	<i>25</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	

53223

Задача №7.

а) $r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t}$ $\Rightarrow e_t$ от ученика не зависит $\Rightarrow$ это квадратичная функция, график которой парабола с ветвями вниз $\Rightarrow r_s$ максимально в вершине, то есть при любой e_t ученики максимизируют r_s в $e_s^* = -\frac{1}{2 \cdot (-\frac{1}{e_t})} = \frac{e_t}{2} \Rightarrow$

$$r_s^* = \frac{e_t}{2} - \frac{\frac{e_t^2}{4}}{\frac{e_t}{2}} = \frac{e_t}{2} - \frac{e_t}{2} = \frac{e_t}{4}. \text{ Учитель знает о целях учеников} \Rightarrow$$

$u_t = w \cdot r_s - e_t^2 = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2$ (парабола с ветвями вниз) $\Rightarrow u_t$ максимально при

$$e_t^* = -\frac{\frac{w}{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{w}{8} \Rightarrow u_t^* = w \cdot \frac{w}{8 \cdot 4} - \frac{w^2}{8^2} = \frac{w^2}{32} - \frac{w^2}{64} = \frac{w^2}{64}. \Rightarrow r_s^* = \frac{e_t}{4} = \frac{w}{8 \cdot 4} = \frac{w}{32}, e_s^* = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16}$$

Ответ: равновесные уровни усилий $e_s^* = \frac{w}{16}, e_t^* = \frac{w}{8}$. +5

б) воспользуемся пунктом а):

$$u_a = r_s + u_t = \frac{w^2}{32} + \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = \frac{w^2}{64} \text{ (парабола с ветвями вниз)}$$

$\Rightarrow u_a$ максимально при $w^* = -\frac{\frac{1}{64}}{2 \cdot (-\frac{1}{64})} = 1 \Rightarrow e_s^* = \frac{1}{16}, e_t^* = \frac{1}{8}$.

Ответ: $w^* = 1, e_s^* = \frac{1}{16}, e_t^* = \frac{1}{8}$. +5

б) $u_t = \frac{w}{64} - e_t^2$ - рассмотрим функцию $u_t(e_t)$ на промежутке $[\frac{1}{16}; +\infty)$.

Заметим, что на данном промежутке функция убывает ($e_{t1} > e_{t2} \Rightarrow e_{t1}^2 > e_{t2}^2 \Rightarrow -e_{t1}^2 < -e_{t2}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{w}{64} - e_{t1}^2 < \frac{w}{64} - e_{t2}^2 \Rightarrow u_{t1} < u_{t2}$) $\Rightarrow$ функция достигает максимума при

минимальном $e_t \Rightarrow e_t = \frac{1}{16} \Rightarrow u_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$, из пункта а): $e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{1}{32}$,

~~$r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{1}{64}$~~ +5 Если учителю всё равно, то $u_t^* = u_t \Rightarrow \frac{w^2}{64} = \frac{w}{64} - \frac{1}{256} \Rightarrow$

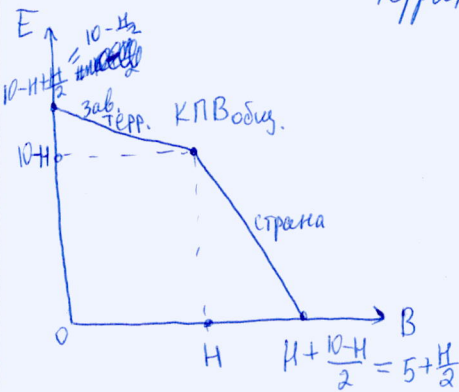
$$\frac{w^2}{64} - \frac{w}{64} + \frac{1}{256} = 0 \Rightarrow 4w^2 - 4w + 1 = 0 \Rightarrow (2w - 1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2w - 1 = 0 \Rightarrow w = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $e_t = \frac{1}{16}, e_s = \frac{1}{32}, r_s = \frac{1}{64}$, при $w = \frac{1}{2}$ учителю всё равно, учитывают ли результаты учеников.

Задача №8.

а) Если король завоевывает n территорий, то КПВ в его стране $E+2B=10-n$, а КПВ на новых территориях $2E+B=n$. (где E - количество едн, B - количество вика).



$$\text{КПВ}_{\text{общ}}: E = \begin{cases} 10 - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}B, & B \in [0; n] \\ 10 + n - 2B, & B \in [n; 5 + \frac{n}{2}] \end{cases}$$

Нужно максимизировать $E+B$.

$$E+B \Rightarrow \begin{cases} B = 10 - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}B, & B \in [0; n] \\ B = 10 + n - 2B, & B \in [n; 5 + \frac{n}{2}] \end{cases}$$

$$E+B = B + 10 - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}B = \frac{1}{2}B + 10 - \frac{n}{2}, \quad B \in [0; n]$$

$$E+B = B + 10 + n - 2B = 10 + n - B, \quad B \in [n; 5 + \frac{n}{2}]$$

функция $f(B) = 10 + n - B$
убывает $\Rightarrow$
функция максимальна
при минимальном

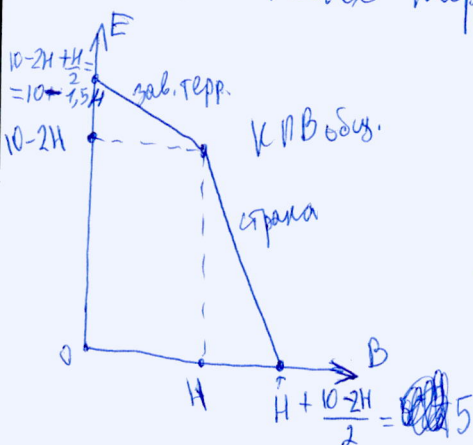
$$\begin{aligned} B &= n \Rightarrow 10 + n - B \leq 10 \\ &\Rightarrow E+B=10, E=B \Rightarrow 2B=10 \\ &\Rightarrow B=5 \Rightarrow n=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{функция } f(B) &= \frac{1}{2}B + 10 - \frac{n}{2} \text{ - возрастает } \Rightarrow \\ \text{функция максимальна при максимальном} \\ B &= n \Rightarrow 10 + \frac{n}{2} - \frac{n}{2} \leq 10 \Rightarrow E+B=10 \Rightarrow E=B \Rightarrow 2B=10 \Rightarrow \\ n &= B = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow n=5 \end{aligned}$$

а) 6/6

ответ: $n=5$.

б) Если король завоевывает n территорий, то КПВ в его стране $E+2B=10-2n$, а КПВ на новых территориях $2E+B=n$.



$$\text{КПВ}_{\text{общ}}: E = \begin{cases} 10 - 1.5n - \frac{1}{2}B, & B \in [0; n] \\ 10 - 2B, & B \in [n; 5] \end{cases}$$

$$E+B \Rightarrow \begin{cases} B = 10 - 1.5n - \frac{1}{2}B, & B \in [0; n] \\ B = 10 - 2B, & B \in [n; 5] \end{cases}$$

Нужно максимизировать $E+B$.

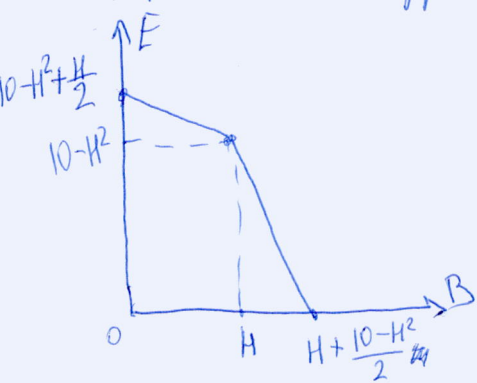
$$\begin{aligned} E+B &= B + 10 - 1.5n - 0.5B = 0.5B + 10 - 1.5n, & B \in [0; n] \\ E+B &= B + 10 - 2B = 10 - B, & B \in [n; 5] \end{aligned}$$

функция от B убывает $\Rightarrow$ функция максимальна при минимальном $B=n$.
 $E+B=2B=2n=10-n$
 $3n=10$
 $n=\frac{10}{3}$
это не целое!
не обязательно
т. $B=\frac{10}{3}=E$
1/6

$$n=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3} \Rightarrow n \text{ уменьшилось на } \frac{1}{3}.$$

Ответ: $H = 3\frac{1}{3}$ (уменьшилось на $1\frac{2}{3}$).

6) Если король завоевывает H территорий, то КПВ в его стране $E+2B=10-H^2$, а КПВ на новых территориях $2E+B=H$.



$$\text{КПВ}_{\text{общ}}: E = \begin{cases} 10-H^2+\frac{H}{2}-\frac{1}{2}B, & B \in [0; H] \\ 2H+10-H^2-2B, & B \in [H; H+\frac{10-H^2}{2}] \end{cases}$$

Нужно максимизировать $E+B$.

$$\begin{cases} E+B = B+10-H^2+\frac{H}{2}-\frac{1}{2}B = \frac{B}{2}+10-H^2+\frac{H}{2}, & B \in [0; H] \\ E+B = B+2H+10-H^2-2B = 10+2H-H^2-B, & B \in [H; H+\frac{10-H^2}{2}] \end{cases}$$

функция от B убывающая
 $\Rightarrow$ значение функции
 максимально при
 минимальном $B=H$:
 $10+H-H^2 = E+B = 2B = 2H$
 $H^2+H-10=0$
 $D=1+4\cdot 10=41, H>0$
 $H = \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$

функция от B возрастающая
 $\Rightarrow$ значение функции
 максимально при максимал-
 ном $B=H$: $10-H^2+H \Rightarrow$
 $E+B=2B=2H=10-H^2+H \Rightarrow$
 $H^2+H-10=0 \Rightarrow D=1+4\cdot 10=41$
 $H = \frac{-1+\sqrt{41}}{2}, H>0 \Rightarrow H = \frac{\sqrt{41}-1}{2}$

Ответ: $H = \frac{\sqrt{41}-1}{2}$.

~~И 7~~

Задача №9.

~~Решение:~~ ~~Рассмотрим варианты:~~ ~~AB = 4~~ ~~AE = 11~~ ~~$\Rightarrow AB$ меньше $\Rightarrow$ 4 км, B соединит с A~~
~~Рассмотрим варианты:~~ ~~ABC = 4+3=7~~ ~~AB+AE = 4+11=15~~ ~~$\Rightarrow$ AB+AE минимальное~~ ~~5 км, B и E~~
~~AE+D = 11+12=23~~ ~~рассчитаны~~ ~~5 км, B и E~~

а) Обозначим через π_i прибыль при соединении равно i городов с А.
 Рассмотрим издержки всех вариантов соединения равно одного

города с А: A-B $4 \cdot 100 = 400$; A-E $11 \cdot 100 = 1100$. $400 < 1100 \Rightarrow$ Если компания будет соединять равно один город с А, то это будет B.

Рассмотрим издержки всех вариантов соединения равно двух городов с А: $A-B-C$ $(4+3) \cdot 100 = 1700$
 $E-A-B$ $(4+11) \cdot 100 = 1500$
 $D-E-A$ $(11+12) \cdot 100 = 2300$ } 1500 - минимальные издержки для 2х городов $\Rightarrow$ B и E будут соединены в случае равно 2х городов.

Ровно три города: $A-B-C-D$ $(4+3+6) \cdot 100 = 2300$
 $E-A-B-C$ $(4+13+11) \cdot 100 = 2800$
 $D-E-A-B$ $(4+11+12) \cdot 100 = 2700$
 $C-D-E-A$ $(11+12+6) \cdot 100 = 2900$ } 2300 - минимальные издержки для равно 3х городов $\Rightarrow$ B, C, D.

Ровно 4 города: так как максимальные издержки на отрезке B-C, то для четырех городов минимальные издержки - сумма всех отрезков, кроме BC:

$C-D-E-A-B$ $(4+11+12+6) \cdot 100 = 3300$
 $P < 400$ - фирма не будет соединять ни одного города

Фирма соединит равно один город при условиях: $P \geq 400$

$$\begin{cases} P \geq 400 \\ 1100 \geq P \end{cases} \quad \begin{cases} \pi_1 \neq P - 400 \geq P \cdot 2 - 1500 = \pi_2 \\ \pi_1 \neq P - 400 \geq P \cdot 3 - 2300 = \pi_3 \\ \pi_1 \neq P - 400 \geq P \cdot 4 - 3300 = \pi_4 \end{cases}$$

$$\frac{1900}{2} = 950 \geq P \Rightarrow P \in [400; 950] \quad - \text{это город B.}$$

$$\frac{2900}{3} \approx 966 \frac{2}{3} \geq P$$

Фирма соединит равно два города при условиях $P \geq 950$
 $\begin{cases} P \geq 950 \\ 800 \geq P \\ 1800 \geq P \end{cases} \Rightarrow P \in \emptyset \Rightarrow$ Фирме не выгодно соединять два города с А
 $\pi_2 \neq 2P - 1500 \geq P \cdot 3 - 2300 = \pi_3$
 $\pi_2 \neq 2P - 1500 \geq P \cdot 4 - 3300 = \pi_4$

Фирма соединит равно три города при условиях $P \geq 950$
 $\begin{cases} P \geq 950 \\ 1000 \geq P \end{cases} \Rightarrow P \in [950; 1000]$ - фирма соединит B, C, D с А
 $\pi_3 \neq 3P - 2300 \geq 4P - 3300 = \pi_4$
 При $P \in [1000; +\infty)$ фирма соединит B, C, D, E с А.

Ответ: $P \in [0; 400)$ - никаких; $P \in [400; 950]$ - B; $P \in [950; 1000]$ - B, C, D; $P \in [1000; +\infty)$ - B, C, D, E.

Задача №10.

а.) $TC = w \cdot L = 2 \cdot \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{y^2}{2} \Rightarrow MC = y, AVC = \frac{y}{2} \Rightarrow MC > AVC$, экономика конкурентна (единств. рынок конкурентов)
 $y = 2\sqrt{L} \Rightarrow L = \left(\frac{y}{2}\right)^2$; $P = MC \Rightarrow P = y$ - предложение одной фирмы $\Rightarrow P = \frac{y}{100}$ - предложение всех фирм

$$y = 40 + 1,2 \cdot \frac{50}{P} = 40 + \frac{60}{P} \Rightarrow 100P = 40 + \frac{60}{P}$$

~~$$5P = 2 + \frac{3}{P}$$~~
~~$$5P^2 - 2P - 3 = 0$$~~

~~$$D_1 = 1 + 3 \cdot 16$$~~

~~$$P = \frac{1 \pm 4}{5} = 1$$~~

$\pm \frac{3}{5}$, но $P \geq 0 \Rightarrow$ посторонний корень

$$P = 1 \Rightarrow y = 100 \cdot P = 100$$

Ответ: $P = 1, y = 100$

б.) $M_1 = 1,6 \cdot 50 = 80$

$$y = 40 + 1,2 \cdot \frac{80}{P} = 40 + \frac{96}{P}$$

$$y = 100P \text{ - предложение} \Rightarrow 100P = 40 + \frac{96}{P} \Rightarrow 100P^2 - 40P - 96 = 0 \Rightarrow 25P^2 - 10P - 24 = 0$$

$$D_1 = 25 + 25 \cdot 24 = 25^2 \Rightarrow P = \frac{5 \pm 25}{25}, P \geq 0 \Rightarrow P_1 = \frac{5+25}{25} = 1,2, y_1 = 120$$

$$\frac{P_1 - P}{P} \cdot 100\% = \frac{1,2 - 1}{1} \cdot 100\% = 20\% \text{ - увеличение уровня цен, } \frac{y_1 - y}{y} \cdot 100\% = 20\% \text{ - увеличение выпуска}$$

Ответ: уровень цен и выпуск увеличились на ~~20%~~ 20%.

необоснованное утверждение

в.) $w_1 = w \cdot 1,6 = 2 \cdot 1,6 = 3,2 \Rightarrow TC_1 = 3,2 \cdot \frac{y}{2} = \frac{8}{5} y \Rightarrow MC_1 = \frac{8}{5} y \Rightarrow P_2 = \frac{8}{5} y \Rightarrow P_2 = \frac{8y}{100} = \frac{2y}{25}$

$$y = 40 + \frac{96}{P}, y = \frac{125}{2} P \Rightarrow \frac{125}{2} P = 40 + \frac{96}{P} \Rightarrow 125P^2 - 80P - 192 = 0, D_1 = 1600 + 192 \cdot 125 = 25600$$

$$\Rightarrow P = \frac{40 \pm 160}{125}, P > 0 \Rightarrow P_2 = \frac{40+160}{125} = \frac{200}{125} = \frac{8}{5} = 1,6 \Rightarrow y_2 = 160$$

$$\frac{P_2 - P}{P} \cdot 100\% = \frac{1,6 - 1}{1} \cdot 100\% = 60\% \quad \frac{y_2 - y}{y} \cdot 100\% = 60\%$$

Ответ: профсоюз установил номинальную заработную плату $w = 3,2$; уровень цен и ~~выпуск~~ выпуск увеличатся на 60%.

г.) Описанная политика более эффективна, так как уровень выпуска при такой политике увеличивается больше.

Задача №11.

- а) При отказе от обязательств подрывается авторитет государства, экономические агенты (фирмы, домохозяйства) ~~то~~ перестают доверять обещаниям государства. +2
 Таким образом, государство уже не может обеспечить защиту ~~защиты~~ +2
прав собственности, и риски предпринимательства увеличиваются.
 У людей пропадают стимулы к труду и производству, следовательно, предложение уменьшается, может начаться стагнация. +2 Если люди теряют +2
~~если не государство решает проблему~~ работу, то сокращаются их расходы, совокупный спрос.
- б) 1 способ: Государство может напечатать деньги, которыми оплатит долг. +2
 (Омиссия денег приведет к инфляции). +2
 2 способ: Увеличение ставки налога, оплата долга за счет налоговых поступлений. +2
 3 способ: Продажа государственных облигаций, погашение долга на полученные деньги. +2
- в) Подоходный налог может побудить богатые слои населения скрывать свои доходы, либо уменьшить их (в случае особо высокой налоговой ставки). +3
- г) Возможно, население решило перевести имущество в иностранную валюту, чтобы избежать налога. Увеличение предложения национальной валюты ? вызвало её падение. 5 ~~4~~

18

Задача №12.

- а) Работодатели заинтересованы в ^{более высокой} ~~увеличении~~ производительности работников, чему может препятствовать состояние здоровья. Если бы работодатели не обеспечивали сотрудников медицинским страхованием, то пришлось бы нести ^{дополнительно} ~~и~~ ^{отмативает гос-во} ~~и~~ [?] издержки по предоставлению больничных отпусков. [?] Проезд до работы также увеличивает вероятность заболевания от плохой погоды. Если бы работодателями просто поднимали бы заработную плату, то они не смогли бы проконтролировать, что сотрудники в равной мере увеличили расходы на медицину и проезд, а не на иные блага. 9/9
- б) Напротив предпочли бы другие блага на ту же сумму. Альтернативные издержки содержание собственного автомобиля вырастают при бесплатном общественном транспорте. У людей меньше стимулов покупать автомобили, поэтому дороги становятся более свободными, а воздух более чистым, ⁺ за счет сокращения выхлопов машин. Бюджет города получает выгоду в виде сокращения расходов на экологию, ремонт дорог и оплату кондукторов (которые теперь не нужны). ⁺
- ~~Некоторые~~ Некоторые города не переходят на такую политику, так как бесплатный общественный транспорт начинает заполняться теми людьми, которые раньше бы им не воспользовались: живущие близко от работы, люди, спасающиеся от непогоды, ~~бездомные~~ люди без места жительства. Тогда возникает обратный эффект заполнения транспорта, и те, кто раньше им пользовались, пересаживаются на автомобиль. К тому же в некоторых городах общественный транспорт - один из источников бюджета. ⁺
- 16/16