

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Долгова Полина Вячеславовна
Класс
10
Субъект Российской Федерации
Новосибирская область
Регистрационный номер
3387

53332

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания *13 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	<i>25</i>	<i>24</i>	<i>4</i>	<i>0</i>	<i>16</i>	<i>13</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>Б.Т.</i>	

53332

Задача №7.

а) так как ученики не могут ^{прямо} влиять на e_s , а проанализируем, какой уровень e_t выберет ученик при фиксированном e_s .
 $r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t}$ — парабола ветвями вниз $\Rightarrow$ корень производной — точка максимума

$$(r_s)' = \left(e_s - \frac{e_s^2}{e_t}\right)' = 1 - \frac{2e_s}{e_t} = 0$$

$$e_s = \frac{e_t}{2}, \quad r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} = \frac{e_t}{2} - \frac{e_t^2}{4 \cdot e_t} = \frac{e_t}{4}$$

Об этом знает учитель.

$$U_t = w \cdot r_s - e_t^2 = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2. \text{ т.к. } w \text{ — фиксир.}$$

и не зависит от учителя, то анализируем U_t — это парабола ветвями вниз $\Rightarrow$ корень производной — точка максимума

$$(U_t)' = \frac{w}{4} - 2e_t = 0 \quad e_t = \frac{w}{8}, \quad e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16} \quad +5$$

Ответ: $r_s = \frac{w}{32}$
 $U_t = \frac{w^2}{64}$

$$r_s = \frac{w}{32}, \quad U_t = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 = \frac{w \cdot w}{32} - \frac{w \cdot w}{64} = \frac{w^2}{64}$$

б) $U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32}$

т.к. а учитель и ученик получают фикс. заработн плату, то они (к знаниям) выбирают r_s и U_t как в а)

$$U_a = \frac{w}{32} + \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64} \quad \text{парабола ветвями вниз}$$

$$(U_a)' = \left(\frac{w}{32} - \frac{w^2}{64}\right)' = \frac{1}{32} - \frac{1}{64} \cdot 2w = 0 \Rightarrow \text{корень производной}$$

Ответ: $w = 1, \quad U_a = \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{64} \quad +5$
 $r_s = \frac{w}{32} = \frac{1}{32}, \quad U_t = \frac{w^2}{64} = \frac{1}{64}$

точка максимума

Продолжение на обороте

N7 B)

$$U_t = \frac{w}{64} - e_t^2$$

где $e_t \geq \frac{1}{16}$, иначе $w=0$.

Ученик по-прежнему выбирает

$$e_s = \frac{e_t}{2}, \quad r_s = \frac{e_t}{4}$$

$$U_t = \frac{w}{64} - e_t^2 \text{ — параболы ветвями}$$

~~$(U_t) \leq e_t^2$~~

тогда

при $e_t < \frac{1}{16}$

$$U_t = 0 \quad e_t = 0$$

при $e_t \geq \frac{1}{16}$

$$U_t = \frac{w}{64} - \frac{e_t^2}{2} \leq \frac{w}{64} - \frac{1}{(16)^2}$$

Вниз от вершины
производной
точка касательная

равенство
при $e_t = \frac{1}{16}$

$$\frac{w}{64} - \frac{1}{(16)^2} \geq 0$$

$$w \geq \frac{1}{4} \text{ и}$$

т.е. учитель будет

$$\frac{w}{64} - \frac{1}{(16)^2} \geq 0$$

$$w \geq \frac{64}{(16)^2}$$

$$U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}, \quad e_t = \frac{1}{16}$$

$$e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{1}{32}, \quad r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{1}{64}$$

Ответ: $e_s = \frac{1}{32}, \quad U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$

все равно, когда $U_t(a) = U_t(b)$, полезность совпадает

$$\frac{w}{64} - \frac{1}{256} = \frac{w^2}{64}$$

$$w^2 - w + \frac{1}{4} = 0$$

$$(w - \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow w = \frac{1}{2}$$

Все равно, учитывать или нет зарплату.

Ответ:

$$w = \frac{1}{2} \text{ При } w = \frac{1}{2}$$

Задача №8.

а). Пусть H чужих пришло, то есть 10-и остальных. Составим таблицу их производств. возможностей

	Вино	Еда	АСВ	АСЕ
Чуж	H	$\frac{H}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
Свои	$5 - \frac{H}{2}$	$10 - H$	2	$\frac{1}{2}$

Всего: $5 + \frac{H}{2}$ $10 - \frac{H}{2}$

Построим КПВ: при фиксиров.

КПВ:

$B + E = 10 - \frac{H}{2}$ при $0 \leq E < 10 - H$

$B + E = \frac{H}{2} + 5$ при $\frac{H}{2} \leq E < 10 - \frac{H}{2}$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

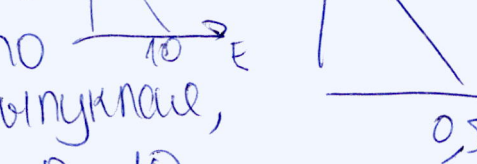
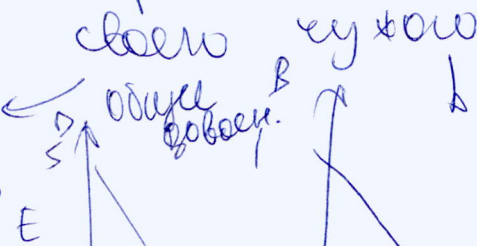
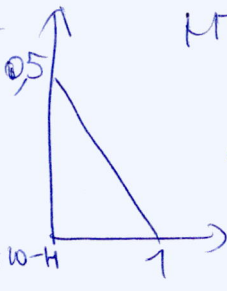
$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

$E + B = 10$

В клетках - сколько могут произвести максимум МТВ 1 работника



Заметим, что т.к. КПВ выпуклые, прямая $E + B = 10$

пересекет ее только

в одной точке пересика

т.е. т.к. верхний участок пересек в 1 точке

нижний и нижний (а также находится

на КПВ т.к. при $E = 0$ $B = 10$, точка КПВ

и при $B = 0$ $E = 10 - \frac{H}{2} \leq 10$, $5 + \frac{H}{2} < 10$ т.к.

тогда $E + B \leq 10$ всегда. тогда при $E = B$

$2E \leq 10$ $E \leq 5$. Тогда т.к. на $E + B = 10$

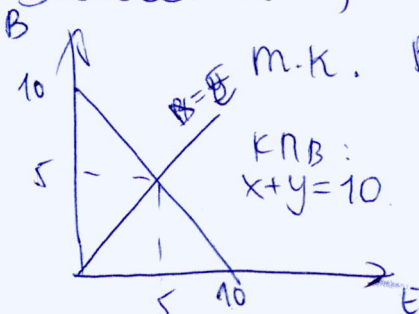
лежат только точки пересика, то

$E = 5$ $B = 5$ возможно. при $H = 10 - H$ $H = 5$.

Заметим, что при $H = 5$ справедливо следующее

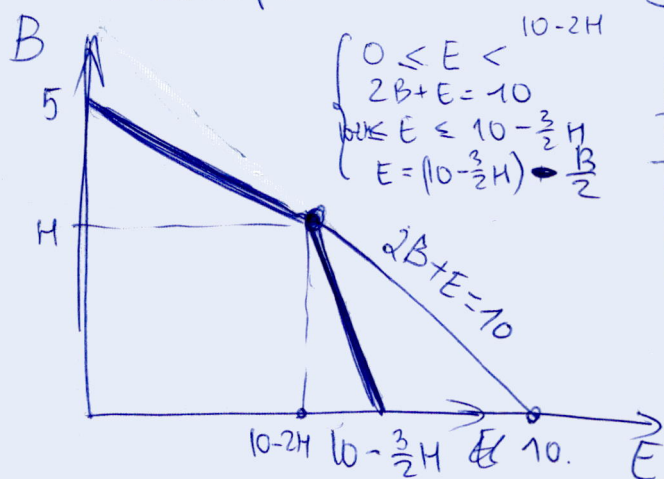
т.к. все промежу. КПВ лежат под $E + B = 10$

а каждая точка на $E + B = 10$ лежит на каком-то КПВ (где $H \neq E$) все



Ответ: 5
Продукция на обороте

б). Сделаем аналогично а):
построим таблицу и КПВ при фиксир. H .

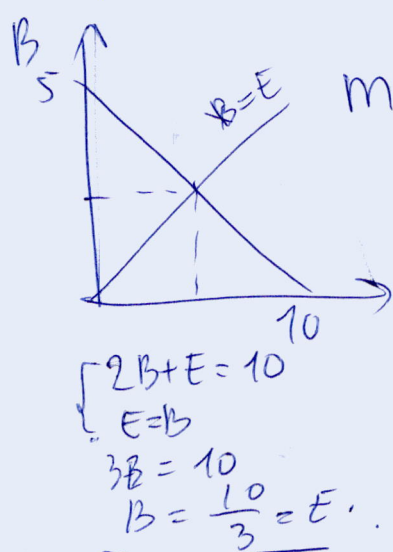


	B	E	AC _B	AC _E
Ч.	H	$\frac{H}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
С.	$5-H$	$10-2H$	2	$\frac{1}{2}$

Заметим, что т.к. КПВ лежит под прямой $2B+E=10$

т.к. верхний участок принадлежит этой прямой, а нижний лежит под вогнутой выпуклостью.

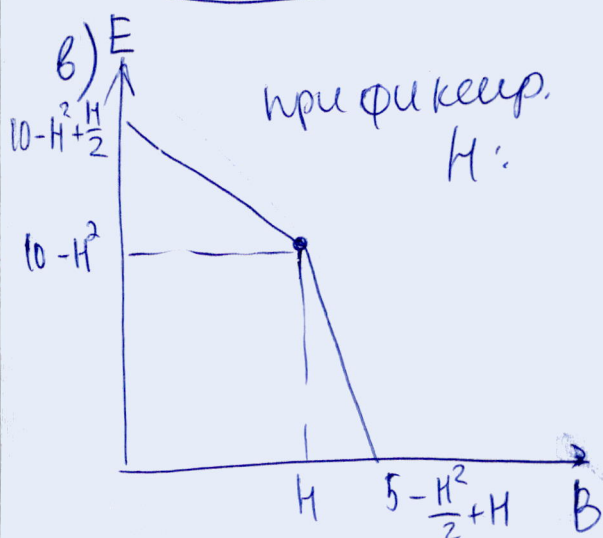
Тогда при движении H КПВ королевства выпадет из



т.к. каждая точка прямой принадлежит какому-то КПВ т.к.

при $H = B$ - это точка пересечения. Заметим, что это КПВ совпадает с изначальным (довоенным)

т.е. ~~зач~~ не нужно воевать
Ответ: $H = E$



	B	E	AC _B	AC _E
Ч.	H	$\frac{H}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
С.	$5 - \frac{H^2}{2}$	$10 - H^2$	2	$\frac{1}{2}$

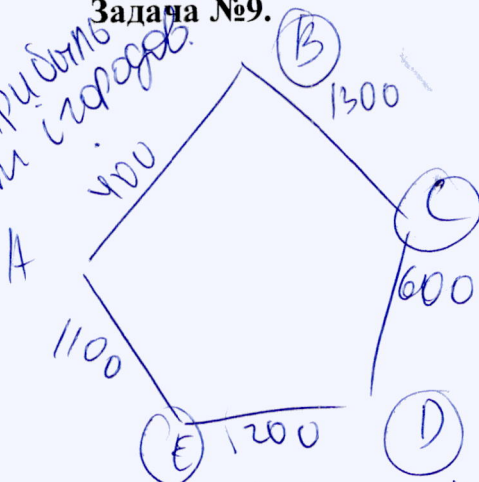
Продолжение на стр. 11

Заметим, что все КПВ лежат

Б

Задача №9.

Пл-прибыль
от городов.



Понятно, что строить
нужно дороги,
связан. с А. есть
и А. чтобы
достичь
этого
3-х.

на отрезках
цена дорог
т.е. граница $\times 100$
Фиксирован
Сделаем следующие: что
заметим, что при
фиксированном доходе =
Р. кол-во городов. М.е.

при фиксир. т.е. при фикс. Р и кол-ве = N
фирма минимизирует издержки =>
выбирает такие N связанных городов,
что сумма платежей между ними
минимальна. Тогда будем разбирать
варианты т.е. при каком Р фирма
готова построить еще 1 город
город

О городов:

$P < 400$ т.к.

ТС хотя бы 400. ✓

а $TR < 400$.

1 город: $TC_{\min} = 400 =$ а $TR < 400$.
 $\Pi_1 = P - 400 = \min(400; 1100)$ ГРАНИЦА $P = 400$
и ГОРОД В

2 города
 $\Pi_2 = 2P - 1500$
 $TC_{\min} = \min(400 + 1300; 400 + 1100; 400 + 1100 + 1200) =$

т.е. 1500 и города В и Е.
 $2P - 1500 \geq P - 400$ т.е.

3 города: $TC_{\min} =$
 $\Pi_3 = 3P - 2700$
 $\min(400 + 1300 + 600; 400 + 1300 + 1100; 400 + 1100 + 1200; 1100 + 1200 + 600) = 400 + 1100 + 1200$
и готов 3 города города В, Е, D = 2700

$\Pi_3 > \Pi_2$ и $\Pi_3 > \Pi_1$. $3P - 2700 > 2P - 1500$ города 3
 $P > 1200$.

4 города:
 $TC_{\min} = (400 + 1300 + 600 + 1200 + 1100)$ т.к.
и $\Pi_4 > \Pi_3$ $\Pi_4 = 4P - 3300$ без комболо-
и $\Pi_4 > \Pi_2$ $\Pi_4 > \Pi_1$ $4P - 3300 > 3P - 2700$ отрезка
и наоборот. $P > 600$.

Продолжение
на обороте.

N9. A)

Теперь давайте сравнивать Π_i для $i \in \{0, \dots, 4\}$ для каждой цены

$$\Pi_0 = 0$$

$$\Pi_1 = P - 400$$

$$\Pi_2 = 2P - 1500$$

$$\Pi_3 = 3P - 2700$$

$$\Pi_4 = 4P - 3300$$

при $P < 400$

$$\Pi_1, \dots, \Pi_4 < \Pi_0$$

при $400 \leq P < \frac{2900}{3}$ возможные пересечения

P	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_0
Π_1	///	1100	1150	$\frac{2900}{3}$	400
Π_2	1100	///	1200	900	750
Π_3	1150	1200	///	600	900
Π_4	$\frac{2900}{3}$	$\frac{2900}{3} > 900$	$\frac{2900}{3} > 600$	///	$\frac{3300}{4}$

тогда $\Pi_i > \Pi_j$ при

Ответ: $P > (i, j)$ где $i > j$

$$0 \leq P < 400 \quad \Pi_0 (0)$$

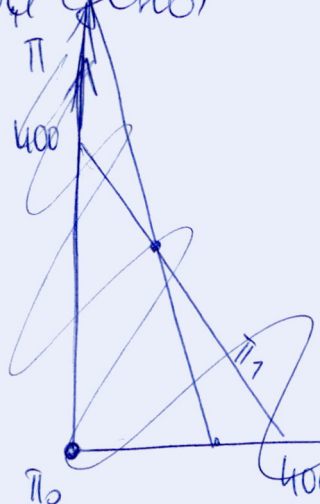
$$400 \leq P < \frac{2900}{3} \quad \Pi_1 (B)$$

$$\frac{2900}{3} \leq P < \dots \quad \Pi_4 (B, E, \dots \text{т.к.})$$

Все пересек

т.е. Π_4 пере-рост с $\Pi_2, 3$, раньше

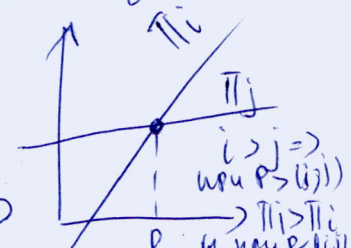
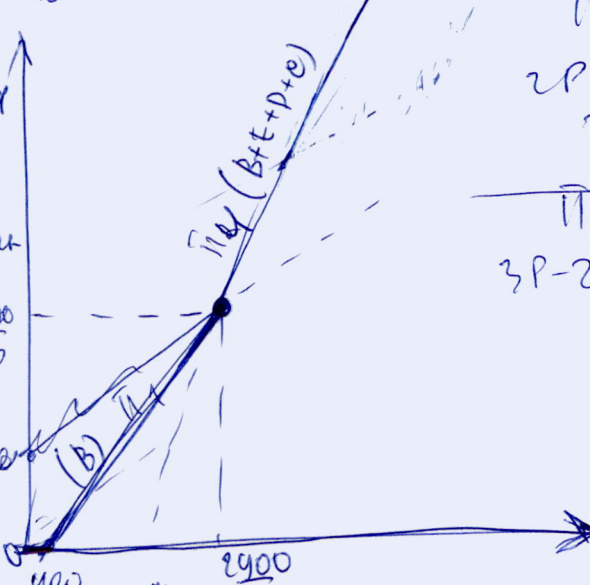
Ответ: б) при $0 \leq P < 400 \quad \Pi = 0$ ✓ 1 (есть из А)
 $400 \leq P < \frac{2900}{3} \quad \Pi = P - 400$ ✓
 $\frac{2900}{3} \leq P \quad \Pi = 4P - 3300$ ✓



$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \Pi_2 \\ P - 400 &= 2P - 1500 \\ P &= 1100 \\ \Pi_1 &= \Pi_3 \\ P - 400 &= 3P - 2700 \\ P &= 1150 \\ \Pi_2 &= \Pi_4 \\ 2P - 1500 &= 4P - 3300 \\ 2P &= 1800 \\ P &= 900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \Pi_3 \\ 2P - 1500 &= 3P - 2700 \\ 2P &= 1800 \\ P &= 900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_3 &= \Pi_4 \\ 3P - 2700 &= 4P - 3300 \\ P &= 600 \end{aligned}$$



т.к. наклон круче тогда выбираем миним. число $\rightarrow$ спускаемся в строку, соответствующую столбцу $\Rightarrow$ выбираем мин. из оставшихся

5.4

Задача №10.

$$N = 100$$

$$y = 2\sqrt{L}$$

$$w = 2$$

$$Y = 40 + 1,2 \frac{M}{P}$$

$$a) M = 50$$

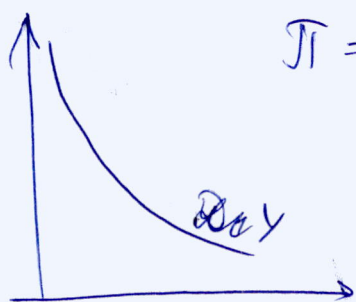
$$Y = 40 + \frac{60}{P}$$

Таким образом, спрос на продукцию каждой фирмы

$$P_{yL} \cdot TR = TC_{yL} = Y = 0,4 + \frac{0,6}{P} \quad P = \frac{0,6}{(0,4 - Y)} = \frac{6}{34 - 0,4Y} = \frac{6}{(1 - 5Y)}$$

$$TC = q \cdot w \cdot L = 2L$$

$$TR = \frac{3Y}{2 - 5Y}$$



$$\pi = 0,4 + \frac{3Y}{2 - 5Y} - 2L =$$

$$= \frac{6\sqrt{L}}{2 - 10\sqrt{L}} - 2L$$

$$\text{Пусть корень } \sqrt{L} = f.$$

$$\pi = \frac{63f}{2 - 5f} - 2f^2$$

$$(\pi') = (3f - 2f^2 + 10f^3)'$$

$$= (1 - 5f)(3 - 4f + 30f^2) + 5 \cdot (3f - 2f^2 + 10f^3) =$$

$$= \frac{(1 - 5f)^2}{(2 - 5f)^2} \cdot (-4f + 30f^2 - 15f + 20f^2 - 150f^3 + 15f - 10f^2 + 50f^3) =$$

$$= \frac{3 - 4f + 40f^2 - 100f^3}{(2 - 5f)^2}$$

Замечаем, что $P(x) = 12 - 16f + 80f^2 - 100f^3$
 при $f \rightarrow +\infty$ $P(f) \rightarrow -\infty$
 так как замечем, что у нас $P(x)$ — производная не имеет корней
 $(P(x))' = -16 + 160f - 300f^2$ $D = (100)^2 - 16 \cdot 200 \cdot 4$
 продолжение на олимпиаде

N 12.

... $F(x)$ имеет корни при $f < \frac{2}{5}$.
 У нас $f < \frac{2}{5}$.

$D = 80$? И корни производной

$$x_1 = \frac{2 \cdot 80 - 80}{16 \cdot 2} = \frac{5}{2} > \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{2 \cdot 80 + 80}{16 \cdot 2} = \frac{15}{2}$$

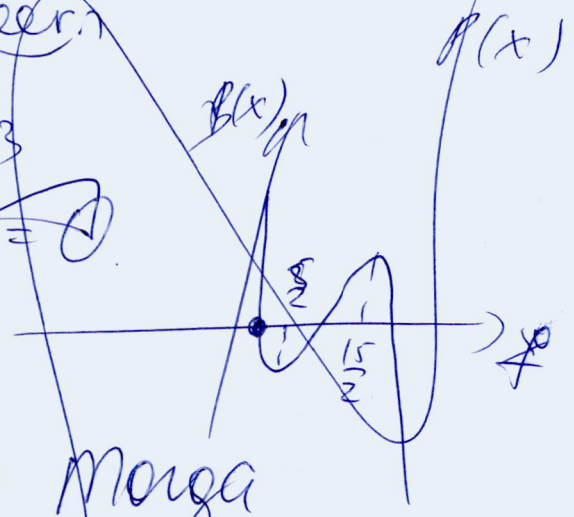
и корень между ними и совсем
 не. наша первая
 производная не имеет

при $f < \frac{3}{5}$

~~$$12 - 16f + 80f^2 - 100f^3 = 0$$~~
~~$$(2 - 5f)^2 = 0$$~~

тогда да не
 тогда заметим что

$P(0) > 0$ и $P(\frac{2}{5}) > 0$ тогда



корня нет $\frac{22 \cdot 2}{5}$ между ними. тогда
 максимум π на концах отрезка

$f = \frac{2}{5}$ $L = \sqrt[4]{\frac{4}{25}}$

при $f \rightarrow \frac{2}{5}$ $\pi \rightarrow \infty$, то
 при $f = 5$ $L = 25$ $Y = 10$ $Y = 1000$

~~1000~~

Задача №11.

а)

+4

① Во-первых, это ухудшит отношения с другими странами. Т.к. те, кому должны, будут доверять, а остальные доверяют не премьеру $\Rightarrow$ в следующий раз дадут в долг охотнее.

② При отказе от обязательств страны могут навредить нам, например, создать торговые барьеры и т.д.

③ т.е. собрать долг пошлнами, но уже с историческими отношениями?

б)

① Во-первых, можно собрать долг напугав и напугав, тем самым собрать нужную сумму (снизить цены)

② Отдавать товары/услуги (на обесценившиеся товары и услуги. Манипуляции, усиление торговли будет ~~хорошо~~ хорошо видеть на экономике страны (и хуже долга)

③ Можно повысить пошлины/цены на импортные товары/услуги $\Rightarrow$ собирать долг из пошлин.

в)

+2

① Во-первых, 1ый налог (на ~~ввоз~~), неожиданный. Экономика не успеет уйти в тень; т.е. собрать можно больше.

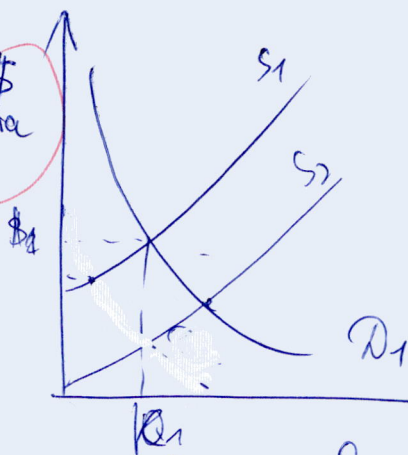
② Это ~~сделает~~ и снизит величину сбора

Продолжение на обороте

6

Г

Валюта



①

до бегла

спрос на крону

упал (т.к.

богатые

хранили свои деньги

за границей (в валюте)

чтобы их не зажали)

Крона

②

Соответственно,

растет предложение

и к. богатые хотят обменять эти

деньги на валюту (спрятать от налогов)

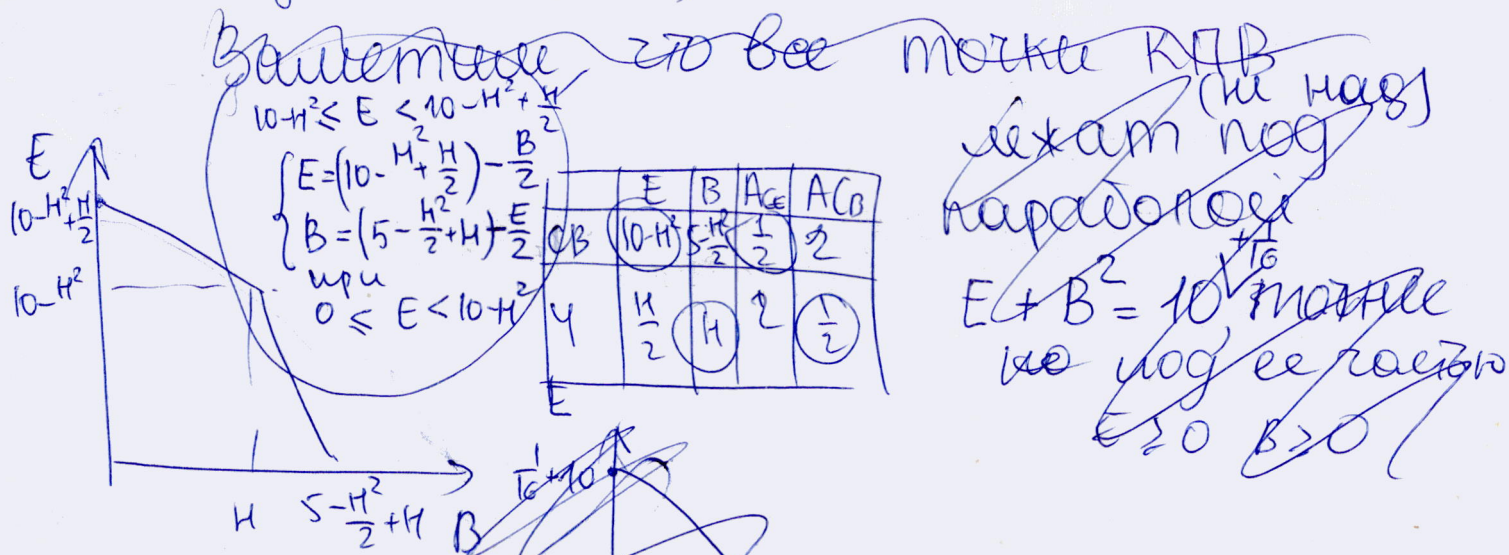
на одной из осей — курс валюты,
а на другой — кол-во?

Задача №12.

Сказано: не от те сущее!!!

- а) ~~1~~ ① Это может обойтись дешевле, чем поднятие ЗП. Ведь проезды пользуются не все и страхов. тоже. Также закупаешь оптом велика вероятность сэкономить -
- ② "Социальные пакеты" привлекают сотрудников, ведь и между в тайности 1 сотрудник может сэкономить денег больше, чем при повышении ЗП на средние затраты на проезд / страховку, т.к. оптом покупать это дешевле / не нужно тратить на это время и деньги +
- ③ Это повышает производительность труда. Теперь работодатель знает, что работник придет вовремя / застрахован, т.е. сама фирма страхуете от этих рисков. 9/9
- б) Выгоды
- ① При данном реши нии цена проезда скорее всего будет включена в налоги. Машины офисов, все платят за транспорт, но даже не все пользуются $\Rightarrow$ приносит прибыль 9/9
- ② Почему не все туристические города, где население сравнимо с кол-вом туристов. Будь транспорт мощнее, после бы население + туристы, а т.к. туристы налогов в страну не приносят при дешевом мощи население это может быть убыточно А еще? 4/8

Продолжение №8 в)



т.к. парабола выпукла, прямая - линейная, то и при $B=0$

$E = 10 - H^2$ у КРВ $E = 10 - H^2 + \frac{H}{2} \leq 10 + \frac{1}{16}$

т.к. $H \leq 2H^2$ при $H^2 - \frac{H}{2} + \frac{1}{16} \geq 0$ т.к. это $(H - \frac{1}{4})^2 \geq 0$.

и при $E=0$ $B = 5 - \frac{H^2}{2} + H$

$$\begin{cases} E = (10 - H^2 + \frac{H}{2}) - \frac{B}{2} \\ E = B \end{cases} \text{ при } 10 - H^2 \leq E < 10 - H^2 + \frac{H}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}E = 10 - H^2 + \frac{H}{2}$$

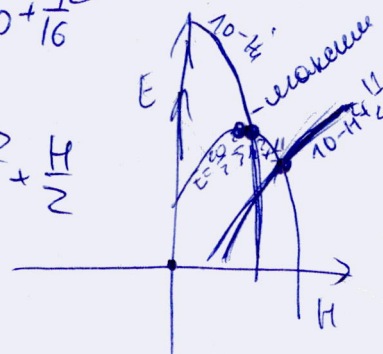
$E = \frac{20}{3} - \frac{2}{3}H^2 + \frac{H}{3}$ - парабола ветвями вниз

$H_{\max} E_{\max} = -\frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{1}{4}$ и абсцисса вершины т.е. $E_{\max}$ при $H = \frac{1}{4}$.

$E = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{12} = \frac{20}{3} - \frac{1}{24} + \frac{1}{12} = \frac{20}{3} + \frac{1}{24} = \frac{161}{24}$ и это при $H = \frac{1}{4}$ $10 - \frac{1}{16} > \frac{161}{24}$, т.е. посторонн. корни.

и $E_{\max}$ на концах отрезка $E = 10 - H^2 + \frac{H}{2} - B = 0$ т.е. место $E = 10 - H^2$ $B = H$ $10 - H^2 = H$

$H^2 + H - 10 = 0$ продолжение на обороте



$$N^8_2 \quad \Delta) \\ H^2 + H - 10 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 10 = 41$$

$$H_1 = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$$

$$H_2 = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} < 0 - \text{постор.}$$

и 2 случая:

$$\begin{cases} B = \left(5 - \frac{H^2}{2} + H\right) + \frac{E}{2} \\ E = B \end{cases} \quad 0 \leq E \leq 10 - H^2$$

$$\frac{3}{2}E = 5 - \frac{H^2}{2} + H$$

$$E = \frac{10}{3} - \frac{H^2}{3} + \frac{2}{3}H$$

$$H = \frac{-\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} - 4 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = 1$$

$$E = \frac{10}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{11}{3} \leq 10 - 1 \quad \text{т.е.}$$

теперь сравним
1 и 2 случаи:

$$E_1 = H = \frac{\sqrt{41} - 1}{2}$$

$$E_2 = \frac{11}{3}$$

т.е. Ответ

$$E = \frac{11}{3} = B, \quad H = 1$$

Ответ: $H = 1$

- параболы
верш.
выш.

верш. параболы

(т.е. ее максимум
на всей действ. прямой)

это максимум
(входит в
отрезок



заметьте, что
 $E_2 > E_1$ т.к.

(E_1, B_1) принадлежит
отрезку
где мы максимум

13

