

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
БЕСПАЛОВА ТАТЬЯНА АНДРЕЕВНА
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Нижегородская область
Регистрационный номер
3279

53257

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания *13 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>6</i>	<i>0</i>	<i>10</i>	<i>10</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>Г.П.</i>	

53257

Задача №7.

$$a) U_t = W \cdot r_s - e_t^2 = W e_s - W \frac{e_s^2}{e_t} - e_t^2.$$

$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t}$ - это парабола с ветвями вниз, значит максимум достигается в точке $e_s^* = \frac{-1}{2 \cdot (-\frac{1}{e_t})} = \frac{e_t}{2}$

при этом $(r_s)_{\max}$ будет равно $\frac{e_t}{2} - \frac{(\frac{e_t}{2})^2}{e_t} = \frac{e_t}{4}$ +5

Учитель знает об этом, поэтому учитывает при максимизации собственную полезность

$$U_t = W \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2$$

$e_t^* = \frac{-\frac{W}{4}}{2(-1)} = \frac{W}{8}$ т.к. функция - парабола с ветвями вниз, $U_t(e_t^*)$ - вершина параболы.

$$U_t^* = \frac{W}{4} \cdot \frac{W}{8} - \left(\frac{W}{8}\right)^2 = \frac{W^2}{64}$$

При уровне усилий учителя e_t^* , усилия учеников будут равны +5

$$e_s^* = \frac{e_t^*}{2} = \frac{W}{16}$$

Ответ: усилия учителя $e_t^* = \frac{W}{8}$, учеников $e_s^* = \frac{W}{16}$

б) Из найденного ранее:

$$U_t = \frac{W^2}{64}$$

$$r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{W}{32}$$

т.к. учитель и ученики будут максимизировать свою полезность

$$\text{Тогда } U_a = \frac{W}{32} + \frac{W^2}{64} - \frac{W^2}{32} = \frac{W}{32} - \frac{W^2}{64} +1$$

получившаяся функция - парабола с ветвями вниз, поэтому ее максимум находится в точке

$$W^* = \frac{-\frac{1}{32}}{2(-\frac{1}{64})} = 1$$

$$U_a = \frac{1}{32} - \frac{1^2}{64} = \frac{1}{64}$$

$$r_s = \frac{1}{32}$$

$$U_t = \frac{1^2}{64} = \frac{1}{64} \quad +4$$

$$e_s = \frac{W}{16} = \frac{1}{16}$$

$$e_t = \frac{W}{8} = \frac{1}{8}$$

Ответ: $W=1, r_s = \frac{1}{32}, U_t = \frac{1}{64}, U_a = \frac{1}{64}$

$$W=1, e_t = \frac{1}{8}, e_s = \frac{1}{16}$$

$$b) U_t = W/64 - e_t^2$$

Ф-ция монотонно ~~возрастает~~ ^{убывает} при любом $e_t \geq 0$, соответственно учителю выгодно как можно меньшее значение e_t . Но при $e_t \leq 1/16$, $U_t = 0$.

Поэтому, если при $e_t = 1/16$, $U_t > 0$, то $\times 5$ он выберет $e_t = 1/16$. Проверим, какая должна быть для этого зарплата

$$U_t(1/16) = \frac{W}{64} - \left(\frac{1}{16}\right)^2 > 0$$

$$\frac{W}{64} > \frac{1}{4 \cdot 64}$$

$$W > \frac{1}{4}$$

Значит

$$e_t = 1/16 \text{ при } W > 1/4$$

$$e_t = 0 \text{ при } W \leq 1/4 \text{ (правда, если при этом учителю и не станет равно 0)}$$

Для расчета уровня усилий и результатов учеников предположим, что $W > 1/4$, т.к. иначе выражение r_s не имеет смысла. Итак,

$$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{1/16} = e_s - 16e_s^2 \text{ - порождена с ветвлением брнц, поэтому}$$

$$e_s^* = \frac{-1}{2(-16)} = \frac{1}{32}$$

$$r_s^* = \frac{1}{32} - 16 \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^2 = \frac{1}{64}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} e_t = 1/16 \text{ при } W > 1/4, \\ e_s = 1/32, r_s = 1/64 \text{ при } W > 1/4 \\ e_t = 0 \text{ при } W \leq 1/4, \end{cases}$$

Учителю все равно учитывать или нет r_s результатов учеников, если при учете результатов учеников его полезность такая же, как и без учета

$$W \cdot r_s - e_t^2 = \frac{W}{64} - e_t^2 \Leftrightarrow r_s = \frac{1}{64} = \frac{e_t}{2} - \frac{(e_t/2)^2}{e_t} = \frac{e_t}{4},$$

$$\text{т.е. } e_t = 1/16$$

Из найденного ранее при учете результатов учеников

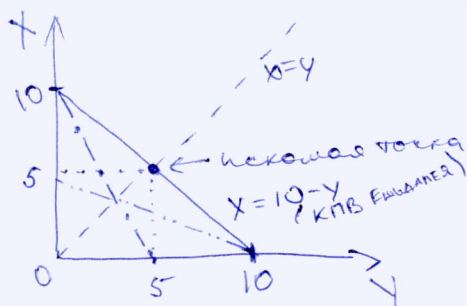
$$e_t = \frac{W}{8} \text{ это должно быть равно } 1/16$$

$$\text{т.е. } \frac{W}{8} = 1/16 \Rightarrow W = 1/2 \quad (> 1/4)$$

Ответ: при $W = 1/2$ $\times 5$

Задача №8.

- а) Жители соседнего королевства обладают сравнительным преимуществом в производстве вина, а жители своего - в производстве еды. Поэтому при возможности "закрыть" своих жителей ^{нужными} соседнего королевства в соотношении 1 к 1 Емоданей должен указывать своим жителям производить еду, а захваченным - вино. Пусть он захватил H еды, значит тогда $X = (10 - H) \cdot 1$ - столько будет производиться ~~еда~~ вина
 $Y = H \cdot 1$ - столько будет производиться вина
 $\Rightarrow X = 10 - Y$



$X = 10 - 2Y$ - КПВ своих жителей (для 10 человек-часов)
 $X = 5 - \frac{1}{2}Y$ - КПВ жителей соседнего королевства (для 10 человек-часов)
 отсюда видно сравнительное преимущество
 ----- $X = Y$ - столько Емоданей хочет, чтобы было произведено (как внешнего рынка, так и внутреннего)

Емоданей хочет, чтобы $X = Y$, поэтому некую точку можно найти:

$$X = 10 - X \Rightarrow X = 5, Y = 5 \Rightarrow H = 5$$

Ответ: $H = 5$

б) Если Емоданей будет грабить $2H$ из своих человек-часов можно найти H по-другому.

Те жители, которых в ^{захваченных} количестве меньше производят только то, в чем имеют сравнительное преимущество, другие производят и то и то (чтобы в результате $X = Y$).

Тогда 1) $10 - H > H$ т.е. $H < 5$

$$Y = \underbrace{H \cdot 1}_{\text{производство своих}} + \underbrace{(10 - H - X) \cdot 0,5}_{\text{захваченные}}$$

$X = Y$, поэтому

$$X = H + 5 - 0,5H - 0,5X \Leftrightarrow X = \frac{H + 10}{3}$$

2) $10 - H \leq H$ т.е. $H \geq 5$

$$X = \underbrace{(10 - H) \cdot 1}_{\text{свои}} + \underbrace{(H - Y) \cdot 0,5}_{\text{захваченные}}$$

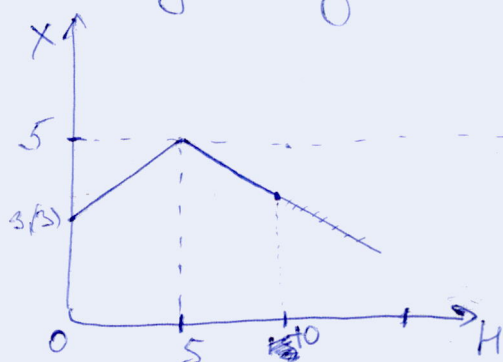
$X = Y$, поэтому

$$X = 10 - H + 0,5H - 0,5X \Leftrightarrow 1,5X = 10 - 0,5H \Leftrightarrow X = \frac{20 - H}{3}$$

Тогда

$$\begin{cases} X \leq \frac{10+H}{3} & \text{при } H \leq 5, \\ X \leq \frac{20-H}{3} & \text{при } H \geq 5, \end{cases}$$

Емкостью придется максимизировать X (т.к. иными словами $X=Y$)
из графика видно, что $X_{\max} = 5$ при $H=5$



Ответ: $H=5$

2) Аналогичным образом

6 1) $10-2H > H$ ($H < \frac{10}{3}$)

$$Y = H + (10-2H-X) \cdot 0,5$$

$$1,5X = 5$$

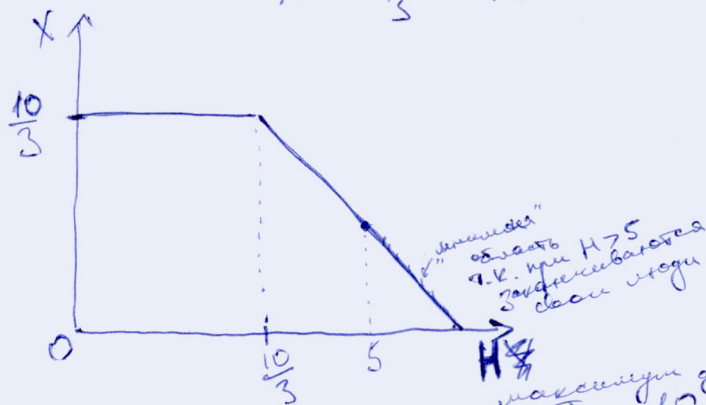
$$X = \frac{10}{3}$$

2) $10-2H \leq H$ ($H \geq \frac{10}{3}$)

$$X = (10-2H) + (H-Y) \cdot 0,5$$

$$1,5X = 10 - 1,5H$$

$$X = \frac{20}{3} - H$$



Т.е.

$$\begin{cases} X \leq \frac{10}{3} & \text{при } H < \frac{10}{3}, \\ X \leq \frac{20}{3} - H & \text{при } H \geq \frac{10}{3}, \end{cases}$$

Отсюда видно, что $H \leq \frac{10}{3}$ и при этом производится будет столько же, как если бы работали только один. Короче, вероятно решит не захватывать соседей (вот так ли, вобщем?)

Ответ: $H=0$

б) 1) $10-H^2 > H$ $f(H) = H^2 + H - 10$

$$Y = H + (10-H^2-X) \cdot 0,5$$

$$1,5X = 5 - 0,5H^2 + H$$

$$X = \frac{10-H^2+2H}{3}$$

$$2) 10 - H^2 \leq H$$

$$X = (10 - H^2) + (H - Y) \cdot 0,5$$

$$1,5X = 10 - H^2 + 0,5H - 20$$

$$X = \frac{20 - 2H^2 + H}{3}$$

Найдем, что значение $10 - H^2 > H$

$$H^2 + H - 10 < 0$$

$$H_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+40}}{2}$$



$$\frac{-1-\sqrt{41}}{2} < H < \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$$

Учитывая также, что $H \geq 0$ и $H \leq \sqrt{10}$

$$0 \leq H < \frac{\sqrt{41}-1}{2}$$

Тогда $H^2 + H - 10 > 0$ значение

$$\frac{\sqrt{41}-1}{2} \leq H \leq \sqrt{10}$$

$$\text{Т.е. } \begin{cases} X \leq \frac{10 - H^2 + 2H}{3} & \text{при } 0 \leq H < \frac{\sqrt{41}-1}{2} \\ X \leq \frac{20 - 2H^2 + H}{3} & \text{при } \frac{\sqrt{41}-1}{2} \leq H \leq \sqrt{10} \end{cases}$$

1) $X = \frac{10}{3} - \frac{H^2}{3} + \frac{2}{3}H$ - парабола с ветвями вниз, поэтому ее вершина находится в точке $H = \frac{-\frac{2}{3}}{2 \cdot (-\frac{1}{3})} = 1$ - подходит под условие $0 \leq H < \frac{\sqrt{41}-1}{2}$

$$\text{При этом } X = \frac{11}{3}$$

2) $X = \frac{20}{3} - \frac{2H^2}{3} + \frac{1}{3}H$ - парабола с ветвями вниз, поэтому координата H ее вершины $H = \frac{-\frac{1}{3}}{2 \cdot (-\frac{2}{3})} = \frac{1}{4}$

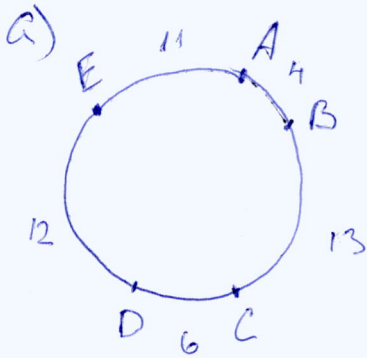
это левее отрезка, на котором она у нас определена, значение макс. значение на нашем отрезке достигается при $H = \frac{\sqrt{41}-1}{2}$

$$\text{При этом } X = \frac{20 - \frac{41 - 2\sqrt{41} + 1}{2} + \frac{\sqrt{41}-1}{2} \cdot \frac{3(\sqrt{41}-1)}{2}}{3} < \frac{11}{3}$$

Поэтому будем рассуждать
максимум X достигается при $H=1$

Ответ: $H=1$

Задача №9.



$\left\{ \begin{array}{l} \text{никакие при } P < 400, \\ \text{A, B при } 400 \leq P < 950, \\ \text{B, C, D при } 950 \leq P < 1100, \\ \text{B, C, D, E при } 1100 \leq P. \end{array} \right.$

решение нет

б) $\left\{ \begin{array}{l} \pi_{\max} = 0 \text{ при } P < 400, \\ \pi_{\max} = P - 400 \text{ при } 400 \leq P < 950, \\ \pi_{\max} = 3P - 2300 \text{ при } 950 \leq P < 1100, \\ \pi_{\max} = 4P - 3300 \text{ при } P \geq 1100. \end{array} \right.$

$V+1$

(т.к. соединены города:

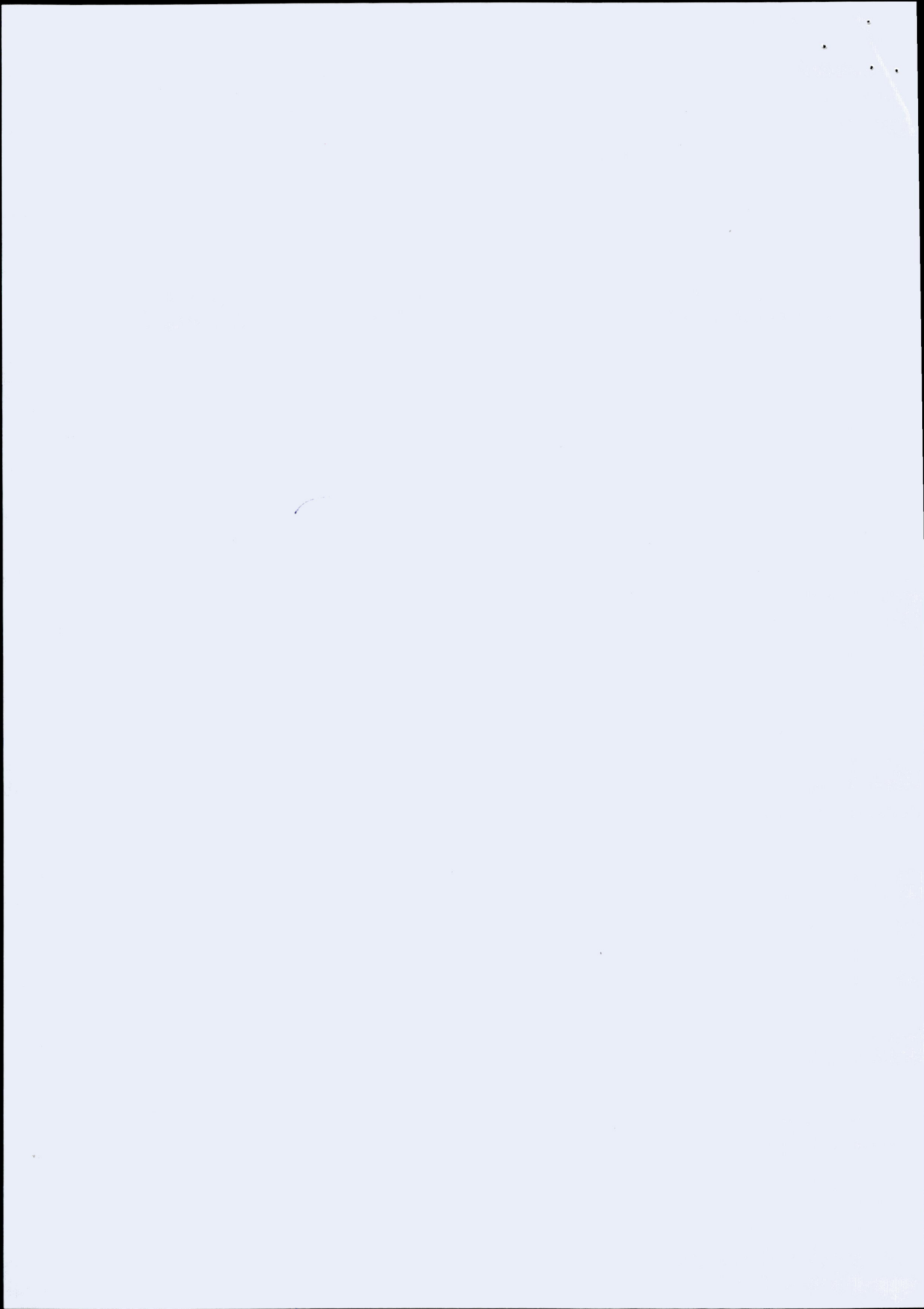
—
A и B

A и B, B и C, C и D

A и B, A и E, E и D, D и C)

города +5

≤ 6



Задача №10.

Обозначим γ - производительность труда каждого работника. Тогда $y = \gamma L$. В то же время $y = 2\sqrt{L}$. Тогда

$$\gamma L = 2\sqrt{L} \Rightarrow \sqrt{L} = \frac{2}{\gamma}$$

$$y = 2 \cdot \frac{2}{\gamma} = \frac{4}{\gamma}$$

На конкурентном рынке $MC = P$

MC каждой фирмы будет равен $\frac{W}{\gamma}$. Значит

$$\frac{W}{\gamma} = P \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{P}{W} \Rightarrow y = 4 \frac{P}{W}$$

Таких фирм в экономике 100, поэтому

$$Y = 100y = 400 \frac{P}{W}$$

$$400 \frac{P}{W} = 40 + 1,2 \frac{M}{P}$$

$$W=2 \quad M=50$$

$$200P = 40 + \frac{60}{P} \Leftrightarrow 200P^2 - 40P - 60 = 0$$

$$10P^2 - 2P - 3 = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+30}}{10}$$

$$P = \frac{1 + \sqrt{31}}{10} \quad (\text{т.к. } P > 0)$$

$$Y = 200 \cdot \frac{1 + \sqrt{31}}{10} = 20(1 + \sqrt{31})$$

$$\delta) \quad W=2 \quad M_2 = 50 \cdot 1,6 = 80$$

$$Y_2 = 200P_2 = 40 + \frac{80 \cdot 1,2}{P_2} = 40 + \frac{96}{P_2}$$

$$200P_2^2 - 40P_2 - 96 = 0$$

$$P_{2,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 8 \cdot 12 \cdot 200}}{200} = \frac{1 \pm \sqrt{4+48}}{10} = \frac{1 \pm 7}{10}$$

$$P_2 = 0,8 \quad (\text{т.к. } P > 0)$$

$$Y_2 = 200 \cdot 0,8 = 160$$

$$\frac{P_2 - P}{P} = \frac{0,8 - \frac{1 + \sqrt{31}}{10}}{\frac{1 + \sqrt{31}}{10}} = \frac{7 - \sqrt{31}}{1 + \sqrt{31}}$$

$$\frac{Y_2 - Y}{Y} = \frac{160 - 20(1 + \sqrt{31})}{20(1 + \sqrt{31})} = \frac{7 - \sqrt{31}}{1 + \sqrt{31}}$$

Ответ: на $\frac{7 - \sqrt{31}}{1 + \sqrt{31}} \cdot 100\%$, выпуск - на $\frac{7 - \sqrt{31}}{1 + \sqrt{31}} \cdot 100\%$

$$b) \frac{w_3}{P_3} = \frac{W}{P} = \frac{2}{\frac{1+\sqrt{31}}{10}} = \frac{20}{1+\sqrt{31}}, \quad M_3 = M_2 = 80$$

$$400 \frac{P_3}{W_3} = 40 + 1,2 \cdot \frac{M_3}{P_3}$$

$$400 \frac{1+\sqrt{31}}{20} = 40 + \frac{12 \cdot 8}{P_3}$$

$$20(1+\sqrt{31}) - 40 = \frac{96}{P_3}$$

$$P_3 = \frac{(\sqrt{31}-1) \cdot 20}{12 \cdot 8} = \frac{5(\sqrt{31}-1)}{24}$$

$$\cancel{Y_3} \rightarrow W_3 = \frac{5(\sqrt{31}-1)}{24} \cdot \frac{20}{1+\sqrt{31}} = \frac{\sqrt{31}-1}{1+\sqrt{31}} \cdot \frac{25}{6}$$

$$Y_3 = 400 \frac{P_3}{W_3} = 400 \frac{1+\sqrt{31}}{20} = 20(1+\sqrt{31})$$

$$\frac{Y_3 - Y}{Y} = \frac{20(1+\sqrt{31}) - 20(1+\sqrt{31})}{20(1+\sqrt{31})} = 0$$

$$\frac{P_3 - P}{P} = \frac{\frac{5}{24}(\sqrt{31}-1) - \frac{1+\sqrt{31}}{10}}{\frac{1+\sqrt{31}}{10}} = \frac{1200(\sqrt{31}-1) - 24(1+\sqrt{31})}{24(1+\sqrt{31})}$$

Ответ: $W_3 = \frac{25}{6} \cdot \frac{\sqrt{31}-1}{\sqrt{31}+1}$, уровень выпуска - на 0% (не изменился)
 уровень цен - на $\frac{\frac{5}{24}(\sqrt{31}-1) - \frac{1+\sqrt{31}}{10}}{\frac{1+\sqrt{31}}{10}}$

г) более эффективная производственная технология

Задача №11.

а) При отказе от обязательств теряется доверие к стране, что может привести к падению курса валюты и невозможности взять в долг впоследствии. Кроме того, отказ от обязательств свидетельствует о плохом ^{и слабом} состоянии экономики, что может служить сигналом к прекращению иностранных инвестиций и падению курса валюты. +2

б) Ввести богатых налогом продать выпустить пос. облигации +2
устроить благотворительный вечер на помощь родина (подать кто сколько сможет) +1

в) Введение однократного налога на имущество не стимулирует ~~увеличение производства~~ ^{снижение производства}, в то время как однократный налог неизбежно приводит к некоторому уменьшению производства товара. Снижение предложения ^{количества} означает также повышение цены товара, так что

введение однократного налога не стимулирует? ⁰
увеличение прибыли.

Стимулирует уменьшение прибыли незначительно, т.к. ведет к неэффективности и уменьшению производства. 3

г) Нет предложение цены возросло, т.к.

богатые стали специально продавать имущество и проку, делая вклады в иностранные банки (в иностран. валюту). +1

Прос урал, т.к. никто не хотел увеличивать? 19

close my eyes

Задача №12.

а) Фирмы делают это, чтобы уменьшить налог.
с Оплаты проезда и медицинского страхования
работников, в отличие от заработной платы,
налог не взимается.

(2/9)

? *налог?*
уход от налогов?
Почему тогда
не все компании
имеют то же
делают?

б) ^{много} меньше будут ездить на собственном транспорте,
что уменьшит пробки, не так быстро будут раз-
матываться дороги.

(8/8)

Это не всегда оправдано, т.к. может

⊖

