

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Самков Алексей Игоревич
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Свердловская область
Регистрационный номер
3314

53229

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания *13 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	<i>20</i>	<i>25</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>2</i>	<i>10</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	

53229

Задача №7.

а) Поскольку ученики выбирают уровень усилий последними, то для них w и e_t — константы. Найдем их оптимальный уровень усилий:

$$r_s(e_s) = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \text{ — парабола с ветвями вниз, } \left(\text{коэф. перед } e_s^2 < 0 \right)$$

поэтому ее максимум — в вершине. $e_s^{\text{опт}} = \frac{-1}{-2(\frac{1}{e_t})} = \frac{e_t}{2}$.

Тогда $r_{s \text{ макс}} = \frac{e_t}{2} - \frac{e_t^2}{4e_t} = \frac{e_t}{4}$.
Учитель об этом знает, поэтому

$$U_t = w \cdot r_s - e_t^2 z = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 z$$

Это тоже парабола с ветвями вниз, максимум в вершине. $\Rightarrow e_t^{\text{опт}} = \frac{-w}{4 \cdot (-2 \cdot (-1))} = \frac{w}{8}$. Отсюда $e_s^{\text{опт}} = \frac{e_t^{\text{опт}}}{2} = \frac{w}{16}$.

$$\text{Ответ: } e_s = \frac{w}{16}, e_t = \frac{w}{8}.$$

б) Заметим, что так как порядок действий не изменяется, то для учителя зарплата вновь константа, а для учеников константы w и e_t . Поэтому равновесные уровни усилий и максимальные полезности учителя и родителей учеников не изменяются! (по сравнению с пунктом а).

$$\text{Тогда } r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{w}{32}, U_t = w \cdot \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64} = \frac{w^2}{64}.$$

$$\text{Тогда } U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} + \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = -\frac{w^2}{64} + \frac{w}{32}.$$

Это парабола с ветвями вниз, $\Rightarrow$ ее максимум в вершине $\Rightarrow w^{\text{опт}} = \frac{-1}{-2 \cdot (-\frac{1}{64})} = 1$. Значит, $e_s = \frac{1}{16}, e_t = \frac{1}{8}$.

$$\text{Ответ: } w = 1; e_s = \frac{1}{16}; e_t = \frac{1}{8}.$$

в) Теперь функция U_t имеет лишь одну переменную величину e_t , причем т.к. $U_t = (\frac{w}{64} - e_t^2) = -2e_t < 0$ при $e_t > 0$, то

U_t убывает на $(0, +\infty)$. Поэтому учитель выберет максимальный уровень усилий, при котором он получает зарплату, т.е. $\frac{1}{16}$. Тогда $U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$.

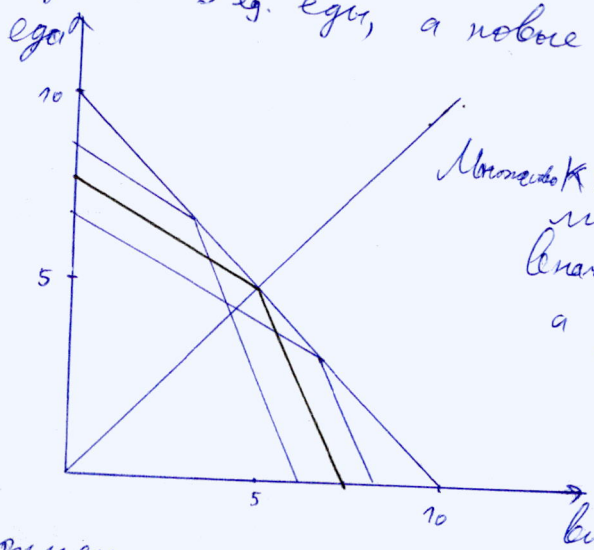
Но зарплата может быть настолько маленькой, что учителю вообще не будет выгодно работать, т.е. если $\frac{w}{64} - \frac{1}{256} < 0$, или, решив, получим $w < 0,25$, то учителю выгоднее вообще ничего не делать ($e_t = 0$).

Но пусть всё же зарплата будет не меньше, чем $0,25$, и учитель будет работать. Тогда $e_t = \frac{1}{16} \Rightarrow e_s = \frac{e_t}{2}$ (из пункта а), $e_s = \frac{1}{32}$. $r_s = \frac{e_t}{4}$ (также из п. а), $r_s = \frac{1}{64}$.

При зарплате, равной 1, результаты учеников из пункта а), равные $r_s = \frac{w}{32}$, будут такие же, как и в пункте б).

Задача №8.

а) Пусть король завоевал x земель. Посмотрим, какое наибольшее число товаров в сумме смогут произвести жители королевства. Если мы максимизируем общее число товаров, то старые люди-мачи необходимо задействовать в производстве еды (т.к. они делают или 0,5 вина или 1 еду, то еду они производят больше), а новые — в производстве вина (они делают больше вина, чем еду). Тогда будет произведено $10-x$ еды и x вина, а в сумме будет $(10-x) + x = 10$ товаров. $\Rightarrow$ нельзя произвести более 5 напитков из вина и еды. А чтобы произвести 5 ед. вина и 5 ед. еды, необходимо завоевать 5 земель. Тогда 5 старых человек делают 5 ед. еды, а новые 5 — 5 ед. вина.



примечание: при $x=0$ или $x=10$, КПВ — прямая линия, соответственно, $y = 10 - 2x$ и $y = 5 - 0.5x$.

Множество КПВ представляет собой множество ломаных, имеющих в начале $tg_{\text{линии}} = \frac{1}{2}$ (новые люди-мачи), а затем по мере излома — $tg_{\text{линии}} = \frac{1}{2} - 2$ (старые люди-мачи). Излом на прямой $y = 10 - x$, т.к. они представляют собой точки, с $(Q_{\text{вина}} + Q_{\text{едя}}) = \max = 10$. Черным цветом выделена оптимальная КПВ, излом которой лежит на биссектрисе ($Q_{\text{вина}} = Q_{\text{едя}}$) начала координат. Видно, что в остальных случаях биссектриса пересекает КПВ выше и левее начала координат.

Ответ: $x = 5$.

б) Также посмотрим, сколько можно произвести максимум товаров в сумме. Новые ч.ч. также производят вино, старые — еду. $Q_{\max} = (10 - 2x) + x = 10 - x$. $\Rightarrow Q_{\text{едя}} + Q_{\text{вина}} = 10 - x = 10 - Q_{\text{вина}}$, $\Rightarrow Q_{\text{едя}} = 10 - 2Q_{\text{вина}}$. Т.к. $Q_{\text{едя}} = Q_{\text{вина}}$, то $3Q_{\text{едя}} = 10 \Rightarrow Q_{\text{едя}} = Q_{\text{вина}} = \frac{10}{3}$.

а) 6/6

~~Здесь, как и в пункте а), оптимальная КПВ такова, что ее угол лежит на пересечении биссектрисы и ограничительной линии (линии угла). Тогда:~~

Задача 8 (продолжение)

$$Q_{\text{дег}} = Q_{\text{вина}}$$

$$Q_{\text{дег}} = 10 - Q_{\text{вина}}^2;$$

$$Q_{\text{вина}} = 10 - Q_{\text{вина}}^2$$

$$Q_{\text{вина}}^2 + Q_{\text{вина}} - 10 = 0$$

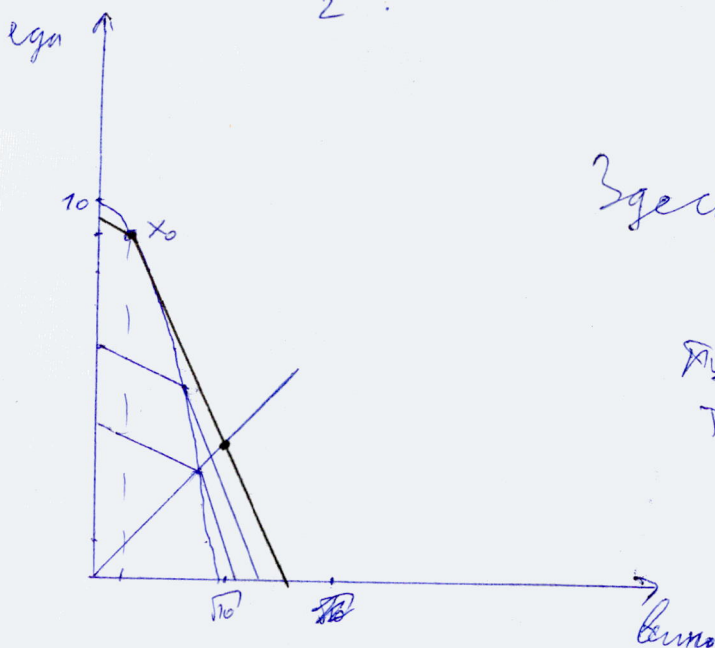
$$Q_{\text{вина}} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{2}$$

отрицательный корень не подходит,

$$\Rightarrow Q_{\text{вина}} = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$$

$\Rightarrow H = Q_{\text{вина}}$ (т.к. только они делают вино по 1 ед. за 1 ч.ч.),

$$H = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$$



Здесь КПВ выходит за пределы линии множества излучений.

Путь $(x_0; 10 - x_0^2)$ — излуч.

Тогда второй участок

КПВ (который выходит

за пределы),

имеет $\text{tg} \alpha = -2$.

Если он имеет вид

$$y = kx + b = -2x + b,$$

$$\text{то } 10 - x_0^2 = -2x_0 + b;$$

$$\Rightarrow b = 10 + 2x_0 - x_0^2;$$

$$\Rightarrow y = -2x + (10 + 2x_0 - x_0^2).$$

Его пересечение с биссектрисой означает, что $y = x$,

и необходимо, чтобы $x = x_{\text{max}}$.

$$\text{Тогда } x = -2x + (10 + 2x_0 - x_0^2);$$

$$3x = 10 + 2x_0 - x_0^2;$$

$$\Rightarrow 10 + 2x_0 - x_0^2 \rightarrow \text{max},$$

это параболы с вершинами вниз,

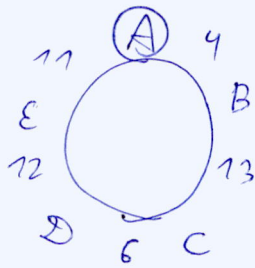
$$\Rightarrow x_0 = \frac{-2}{-2} = 1, \Rightarrow$$

$$3x = 10 + 2 - 1 = 11, \Rightarrow x = \frac{11}{3} = Q_{\text{дег}} = Q_{\text{вина}}$$

В х.ч. $x = x_0$, новое ч.ч. производят лишь вино, а старые — лишь дег, $\Rightarrow H = x_0 = 1$. Ответ: $H = 1$.

6) 13

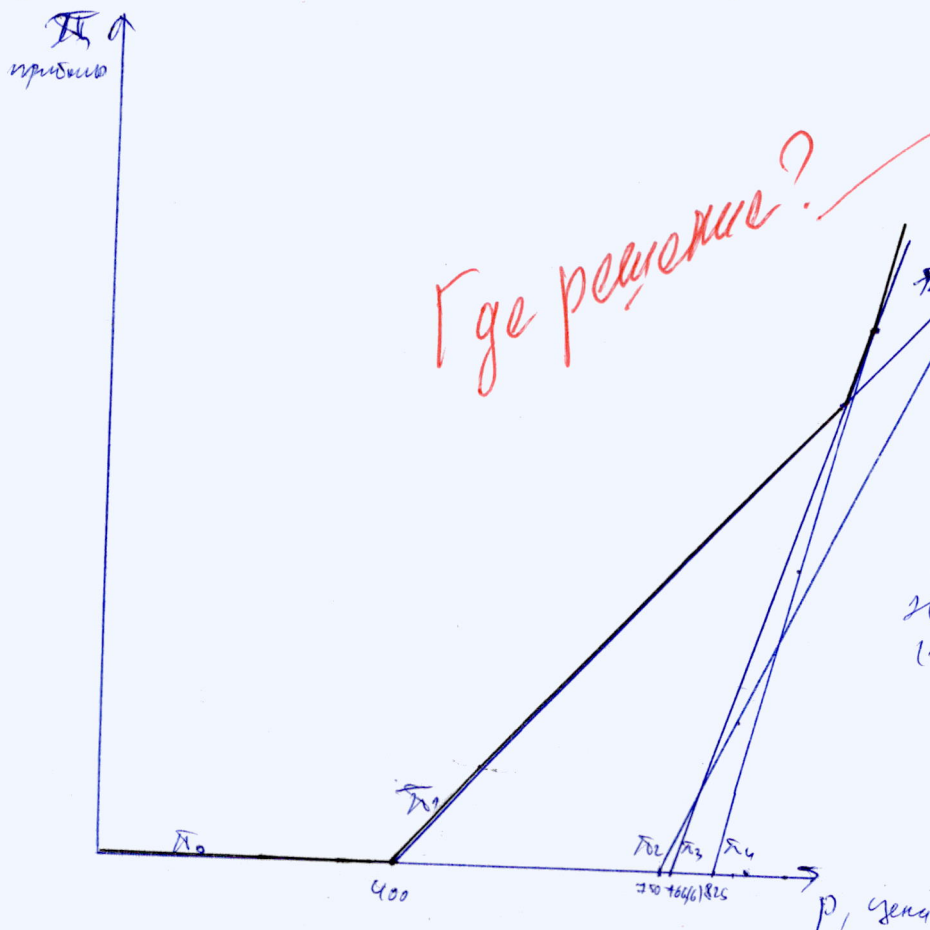
Задача №9.



У нас есть 4 города, которые можно присоединить. Если мы хотим присоединить ~~город, то не будет~~ сколько-то городов, то необходимо обеспечить минимальную длину дорог.

Кол-во городов	Мин. длина дорог	Присоединяемые города	Прибыль
0	0	Нет	0
1	4	В	$p - 400$
2	$4 + 11 = 15$	В, Е	$2p - 1500$
3	$4 + 13 + 6 = 23$	В, С, Д	$3p - 2300$
4	$4 + 11 + 12 + 6 = 33$	В, С, Д, Е	$4p - 3300$

Для того, чтобы сравнить получаемую прибыль при разных p , построим 5 графиков для каждой из функций прибыли:



Где решение?

Итак, в начале самую высокую прибыль приносит π_0 , затем π_1 , π_3 и π_4 (последовательно).

Найдем точки излома (где прибыль функции равна):

$$\pi_0 = \pi_1 \Rightarrow p = 400$$

$$\pi_1 = \pi_3 \Rightarrow p = 950$$

$$\pi_3 = \pi_4 \Rightarrow p = 1000.$$

Что происходит?

Таким образом, фирма ничего не делает;
 при $p \in [0, 400)$ ~~фирма соединяет город В,~~
 $p \in [400, 950)$ - ~~В, Е~~ фирма соединяет город В.
 $p \in [950, 1000)$ - В, С, Д
 $p \in [1000, +\infty)$ - В, С, Е, Д.

б) Функции прибыли рассчитаны в пункте а):

$$\pi = \begin{cases} 0, & p \in [0, 400) \\ p - 400, & p \in [400, 950) \\ 3p - 2300, & p \in [950, 1000) \\ 4p - 3300, & p \in [1000, +\infty). \end{cases}$$

22

Задача №10.

$$a) M = 50$$

$$\Rightarrow Y_0 = 40 + \frac{1,2 \cdot 50}{P} = 40 + \frac{60}{P};$$

Также $Y_s = 100p = 100 \cdot 2\sqrt{L} = 200\sqrt{L}$;
(выпуск
совокупный)

$$\pi_{\text{фирмы}} = Py - wL = P \cdot 2\sqrt{L} - wL; \quad \pi(L) - \text{прибыль}$$

- величина
выру,

$$\Rightarrow \sqrt{L} = \frac{P \cdot 2}{2w} = \frac{P}{w};$$

$$L = \frac{P^2}{w^2} = \frac{P^2}{4};$$

$$Y_s = \frac{200 \cdot P}{2} = 100P;$$

$$Y_s = Y_0, \Rightarrow 40 + \frac{60}{P} = 100P;$$

$$40P + 60 = 100P^2$$

$$100P^2 - 40P - 60 = 0$$

$$P = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{20} = \frac{4+16}{20} = 1;$$

$$Y = 100.$$

Ответ: $P=1; Y=100$;

$$b) M = 50 \cdot 1,6 = 80;$$

$$\Rightarrow Y_0 = 40 + \frac{1,2 \cdot 80}{P} = 40 + \frac{96}{P};$$

Y_s не меняется, $Y_s = 100P$;

$$40 + \frac{96}{P} = 100P;$$

$$100P^2 - 40P - 96 = 0;$$

$$P = \frac{40 \pm 200}{200} = \frac{40+200}{200} = 1,2;$$

$$Y = 100 \cdot 1,2 = 120.$$

Ответ: $P=1,2; Y=120$;

$$b) \frac{w}{p} \text{ в н. д.} = \frac{2}{1} = 2\}$$

$$\Rightarrow \frac{w_1}{p_1} = 2\} \quad w_1 = 2p_1 \quad \text{и } 2,4$$

$$\Rightarrow L = \frac{p^2}{w} = \frac{p^2}{2,4^2}$$

$$Y_s = 200 \quad \bar{L} = \frac{200 \cdot p}{2,4} = \frac{250p}{3}$$

$$Y_s = Y_d$$

$$46 + \frac{250p}{3} = 40 + \frac{96}{p}$$

$$L = \frac{p^2}{(2p)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow Y_s = 200 \bar{L} = \frac{200}{2} = 100$$

$$Y_d = 40 + \frac{96}{p}$$

$$100 = 40 + \frac{96}{p}$$

$$\frac{96}{p} = 60$$

$$p = \frac{96}{60} = \frac{32}{20} = \frac{16}{10} = 1,6$$

$$Y = 100$$

Ответ: $p = 1,6$; $Y = 100$.

W-?

5

2) Неожиданная политика эффективнее, т.к. она способствует увеличению ВВП (реального). Ожидаемая политика не способствовала увеличению реального ВВП, но цены поднялись еще выше по сравнению с неожиданной политикой.

Ответ: неожиданная - эффективнее.

4

Задача №11.

а) Отказ ведет к упадку доверия к стране и, как следствие, созданию неблагоприятного инвестиционного климата (раз страна не может вернуть

Задача №12.

а) Союз. пакет не позволяет тратить работникам эти деньги на их удовлетворение. Годовые расходы на каждого работника - разные, и если бы вместо сою. пакета было просто повышение з/п, то она была бы разной для каждого работника, выполняющего одну и ту же работу, что является "позежкой" для работников - они могли бы завышать свои ^{официальные} расходы для предоставления большей з/п (например, большие транспортные расходы, а на деле это не так).

б) Большая часть людей пересажет с автомобилей (за краем они платят и налоги, и несут расходы на бензин) на общественный транспорт - и уменьшится число ДТП и расходов на их последствия, а также расходы на З/Н сотрудникам ДПС тоже сократятся - это приведет к экономии средств. +

а почему? (0/8)

