XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ 2015

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Зуев Михаил Алексеевич
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Томская область
Регистрационный номер
3404

53148

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания	***13 апреля 2015г***
Количество заданий	***6***
Сумма баллов	***150***
Время написания	***240 минут***

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	20	25	25	—	10	21	
Подпись							

53148

Задача №7.

а.) Т.к. все знают, ~~на~~ кто какие ф-ции макс., то учитель при выборе усилий будут учитывать, какие результаты при разном e_t будут выдавать ученики. Ученики макс. r_s исходя из полученной от учителей e_t:

$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t}$; парабола, ветви вниз => макс в вершине.

$e_в = 1 : \frac{2}{e_t} = \frac{e_t}{2}$; $r_s = \frac{e_t}{2} - \frac{e_t^2}{4}$; $e_t = \frac{e_t}{4}$. +5 ~~Такое~~ Такое значение ~~рез~~ r_s будут получать, ~~такие~~ ученики, максимизируя r_s.

Исходя из это V_t принимает следующий вид:

$V_t = W \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2$. парад., ветви вниз => макс. в вершине.

$e_в = \frac{W}{4} : 2 = \frac{W}{8}$; $V_t = \frac{W^2}{8 \cdot 4} - \frac{W^2}{64} = \frac{W^2}{32} - \frac{W^2}{64} = \frac{W^2}{64}$

$e_t = \frac{W}{8} => e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{W}{16}$; $r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{W}{32}$

Ответ: $e_t = \frac{W}{8}$; $e_s = \frac{W}{16}$ +5

б.) Администрация будет выбирать плату, учитывая, что для любой платы ученики и учителя будут выбирать $V_t = \frac{W^2}{64}$ и $r_s = \frac{W}{32}$ для макс. своих ф-ций. +1

$V_a = r_s + V_t = \frac{W^2}{32} = \frac{W}{32} + \frac{W^2}{64} - \frac{W^2}{32} = \frac{W}{32} - \frac{W^2}{64} = \frac{1}{64}(2W - W^2)$.

парабола, ветви вниз => макс. в вершине.

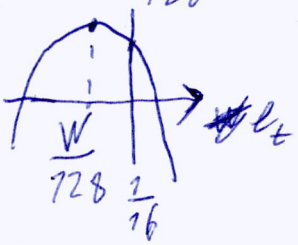
$W_в \frac{1}{32} : \frac{2}{64} = 1$; $V_a = \frac{1}{64}(2-1) = \frac{1}{64}$ +4

$e_t = \frac{W}{8} = \frac{1}{8}$; $e_s = \frac{W}{16} = \frac{1}{16}$

в.) $V_t = \frac{W}{64} - e_t^2$; парабола, ветви вниз => макс. в вершине. Зачем?

$e_в = \frac{W}{64} : 2 = \frac{W}{128}$; Если $\frac{W}{128} \geq \frac{1}{16}$, то учитель использует $e_t = \frac{W}{128}$

Если $\frac{W}{128} < \frac{1}{16}$: нарисуем схематично график V_t:



часть графика слева от $\frac{1}{16}$ недоступна (т. к. ведёт к увеличению). Значит, нас интересует только правая часть это убывающая ветвь параболы => макс. знач. при наим. e_t => $e_t = \frac{1}{16}$ (наим. доступное знач.)

$e_t = \begin{cases} \frac{W}{128}, \text{ при } W \geq 8 \\ \frac{1}{16}, \text{ при } W < 8 \end{cases}$ 0

$\frac{W}{128} \geq \frac{1}{16}$

$\frac{W}{2^7} \geq \frac{1}{2^4}$

$W \geq 8$

r_s зависит только от e_t и e_s. Эта зависимость не изменялась => ученики выберут $r_s = \frac{e_t}{4}$

$$r_s = \begin{cases} \frac{W}{512}, \text{ при } W \geq 8 \\ \frac{1}{64}, \text{ при } W < 8 \end{cases}$$

1.) $r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{W}{128} : 4 = \frac{W}{512}$

2.) $r_s = \frac{e_t}{4} = \frac{1}{16} : 4 = \frac{1}{64}$

$e_s = \frac{e_t}{2}$ также сохранится

$$e_s = \begin{cases} \frac{W}{256}, W \geq 8 \\ \frac{1}{32}, W < 8 \end{cases}$$

Учителю всё равно, учитывать или нет результаты учеников, если $U_t = U_t^*$ (новая зависимость)

1.) $U_t^* = \frac{W}{64} - e_t^2 = \cancel{\frac{W}{64}} \frac{W}{2^6} - \frac{W^2}{2^{14}}$

2.) $U_t = \frac{W}{64} - e_t^2 = \frac{W}{2^6} - \frac{1}{2^8}$

$$U_t^* = \begin{cases} \frac{W}{2^6} - \frac{W^2}{2^{14}}, W \geq 8 \\ \frac{W}{64} - \frac{1}{256}, W < 8 \end{cases}$$

$U_t = \frac{W^2}{64}$

$$U_t = U_t^* \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{W}{2^6} - \frac{W^2}{2^{14}} = \frac{W^2}{2^6}, W \geq 8 \\ \frac{W}{2^6} - \frac{1}{2^8} = \frac{W^2}{2^6}, W < 8 \end{array} \right.$$

1.) $\frac{W}{2^6} - \frac{W^2}{2^{14}} = \frac{W^2}{2^6}$;

$2^8 \cdot W - W^2 = 2^8 W^2$

$256W - 257W^2 = 0$

$257W\left(\frac{256}{257} - W\right) = 0$

$W = 0 < 8$

$W = \frac{256}{257} < 8$

2.) $\frac{W}{2^6} - \frac{1}{2^8} = \frac{W^2}{2^6}$

$4W - 1 = 4W^2$

$4W^2 - 4W + 1 = 0$

$(2W-1)^2 = 0$

$W = \frac{1}{2}$

5

Подходит только $W = \frac{1}{2}$. При этом знач. учителю безразлично, учитывать r_s или нет.

Задача №8.

Для максимальн. ~~эффект.~~ производства ~~2-х~~ 1-е жители стараются смену на еде, а ~~в~~ 2-е на вине.

а.) 2 случая:

1.) $M \le (10-M)$.

Тогда при полной смену. ~~вина буде~~ ~~ка~~ 1-х жителей на еде, вина $\le$ еды.

a – кол-во 1-х людей, ~~фок~~ производ. вино. Тогда ~~равенство~~ верно равенство:

6

$M + \frac{1}{2}a = (10-a-M)$ ($M + \frac{1}{2}a$ = кол-во вина)

$2M + \frac{3}{2}a = 10$

$3a = 20 - 4M$

$a = \frac{20-4M}{3}$

$f(M) = M + \frac{1}{2}a$ – кол-во вина = кол-во ~~е~~ еды

$f_1(M) = M + \frac{20-4M}{6} = M + \frac{10-2M}{3} = \frac{3M+10-2M}{3} = \frac{M+10}{3}$

2.) $M > (10-M) \Leftrightarrow M > 5$ ($M \le 10$)

вина > еды

a – кол-во 2-х жителей, произв. еду.

$M - a = (10-M) + \frac{1}{2}a$

$2M - 10 = \frac{3}{2}a$

$\frac{4M-20}{3} = a$

$f(M) = M - a$ = кол-во вина = еды.

$f_1(M) = M - \frac{4M-20}{3} = \frac{3M-4M+20}{3} = \frac{20-M}{3}$

f_1 ~~убывает по~~ возраст. по $M \Rightarrow$ макс. при макс. $M = 5$

f_2 убывает. по $M \Rightarrow$ макс. при мин. $M = 5$

~~f~~ $M = 5$ – наилучш. знач. ~~обоих ф-ций~~ аргумента обоих ф-ций

$f_1(5) = \frac{10+5}{3} = 5$

Ответ: 5 ед. земли.

б.) Аналогично строим 2 ф-ции. Знач. f_1, f_2 и a ~~прин~~ носят тот же смысл.

$M \le (10-2M) \Leftrightarrow 3M \le 10 \Leftrightarrow M \le 3\frac{1}{3}$

$M + \frac{1}{2}a = (10-2M-a)$

$3M + \frac{3}{2}a = 10$

$a = \frac{20-6M}{3}$;

$f_1 = M + \frac{1}{2}a = M + \frac{10-3M}{3} = \frac{10}{3}$

2.) $u \geq 3\frac{1}{3}$ $(2u \leq 10;\ u \leq 5)$

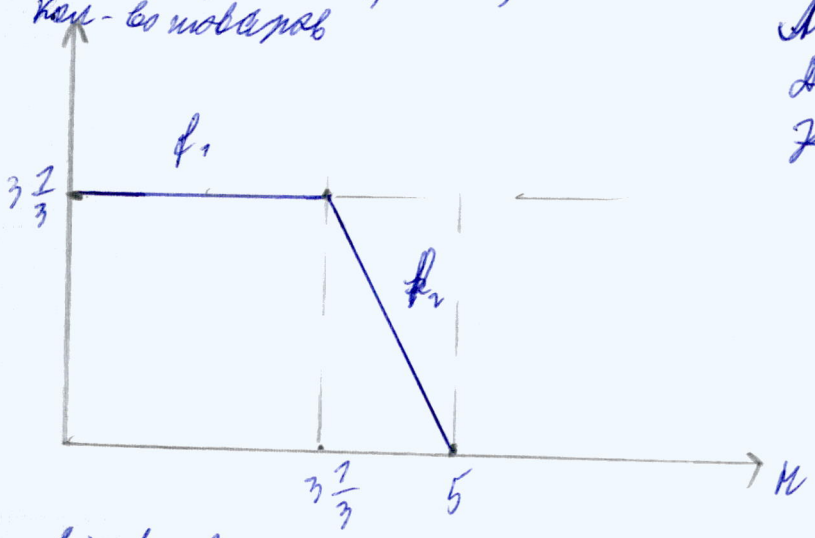
$u - a = (10 - 2u) + \frac{1}{2}a$

$3u - 10 = \frac{3}{2}a$

6 $\frac{6u - 20}{3} = a$; $f_2 = u - a = u - \frac{6u-20}{3} = \frac{3u - 6u + 20}{3} = \frac{20 - 3u}{3}$

$f_1 = const$; f_2 убывает по $u \Rightarrow$ макс. знач. при мин. $u = 3\frac{1}{3}$

$f_2(u = 3\frac{1}{3}) = \frac{20 - 10}{3} = \frac{10}{3}$



Макс значение $= 3\frac{1}{3}$
достигается при $u \in [0; 3\frac{1}{3}]$
~~Ко~~ Ответ: ~~на~~ король может выбрать любое $u \in [0; 3\frac{1}{3}]$

в.) f_1, f_2 и a Аналогично пунктам а и б; рассуждения аналогичные.

1.) ~~Ка~~ $u \leq (10 - u^2)$; $u^2 + u - 10 \leq 0$; $u \leq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$

$u^2 + u - 10 \leq 0$
$D = 1 + 40 = 41$
$u_1 = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} < 0$
$u_2 = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \approx 2{,}5$

~~$u + \frac{1}{2}a = (10 - u^2 - u) +$~~
~~$u^2 + u - 10 = \frac{3}{2}a$~~
~~$\frac{2u^2 + 2u - 20}{3} = a$;~~

~~$f_1 = u + \frac{1}{2}a = u + \frac{u^2 + u - 10}{3} =$~~
~~$= \frac{u^2 + 4u - 10}{3} = \frac{1}{3}(u^2 + 4u - 10)$~~

~~2.) $u \geq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$ $(u \leq \sqrt{10})$~~

~~$u - a = (10 - u^2) + \frac{1}{2}a$~~
~~$u^2 + u - 10 = \frac{3}{2}a$~~

$u + \frac{1}{2}a = 10 - u^2 - a$

$\frac{3}{2}a = 10 - u^2 - u$

$a = \frac{20 - u^2 - 2u}{3}$

$f_1 = u + \frac{1}{2}a = u + \frac{10 - u^2 - u}{3} = \frac{10 - u^2 + 2u}{3}$

2.) $n \geq \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$ $(n \leq \sqrt{10})$

13

$n - a = (10 - n^2) + \frac{1}{2}a$

$n^2 + n - 10 = \frac{3}{2}a$

$a = \frac{2n^2+2n-20}{3}$

$f_2 = n - a = n - \frac{2n^2+2n-20}{3} = \frac{20-2n^2+n}{3}$

f_1 и f_2 – параболы. их макс. или в вершинах, или в т. 0; $\frac{-1+\sqrt{41}}{2}$; $\sqrt{10}$ (концы отрезков) (это следует из св-ств квадратичной ф-ции)

$f_1(0) = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

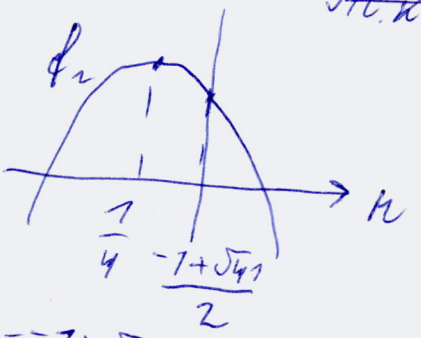
$n_{в_1} = \frac{-2}{-2} = 1 < \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$. т.к. $f_1 = \frac{10-n^2+2n}{3}$ – пар. с ветвями вниз и $n=1$ попадает в отрезок $[0; \frac{-1+\sqrt{41}}{2}]$, то при $n=1$ f_1 прин. макс. знач.

$f_1(1) = \frac{10-1+2}{3} = \frac{11}{3}$

2.) $f_2 = \frac{20-2n^2+n}{3}$; парад., ветви вниз.

$n_в = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} < \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$;

~~Т.к.~~



Т.к. ветви вниз и нас устраивает только лев. ветка, то макс. f_2 при мин. $n = \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$

рассмотрим при каком n $f_2 = \frac{11}{3}$. если это $n \leq \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$, то эта точка выше $f_2(\frac{-1+\sqrt{41}}{2})$ => $f_2(\frac{-1+\sqrt{41}}{2}) < \frac{11}{3}$

$\frac{11}{3} = \frac{20-2n^2+n}{3}$

$2n^2 - n - 9 = 0$ $\quad n_1 = \frac{1-\sqrt{73}}{4} < 0$

$D = 1 + 72 = 73$ $\quad n_2^* = \frac{1+\sqrt{73}}{4}$

$\frac{1+\sqrt{73}}{4} < \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$

$1+\sqrt{73} < -2+2\sqrt{41}$

$3 < 2\sqrt{41} - \sqrt{73}$

$\sqrt{41} > 6 \Rightarrow 2\sqrt{41} > 12$

$\sqrt{73} < 9 \Rightarrow$

$2\sqrt{41} - \sqrt{73} > 12 - 9 > 3$

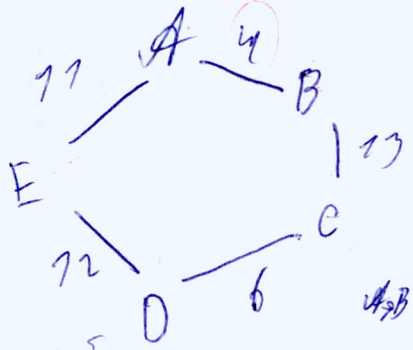
Значит, в $f_2\left(\frac{-1+\sqrt{41}}{2}\right)$ значение $< \frac{11}{3}$ =>

=> $+\frac{11}{3}$ - макс. значение. Принимаемое в

т. 1

Ответ: $k=1$

Задача №9.



а) Т.к. затраты „дорогих" ↑↑ длине дорог, то минимизация расходов <=> мин. суммарной длины.
Если мы хотим подсоединить только B, то сделать это дешевле всего дорогой B → A. (4).
Если подсоединять только E, то E → A
~~что~~ к.
Т.к. дороги B → C и E → D ~~самые~~ дороже A→B и A → E соот., то подсоед. E и B к A другими способами менее выгодно. ~~Мы~~ Строить все дороги не имеет смысла, т.к. тогда образ. цикл и можно удалить 1 дорогу ~~удалив~~ сократив длину.

~~Заметим, что т.к. D→C дорога D→C < D→E и D→C < C→B, то~~
~~Если подключение к столице D или C отдельно~~
~~дороги подключать с стоимостью C до нас. D то C→B→A~~
~~Если подкл. D без C, то~~ ~~D→E→A (4+6+11=23)~~
~~D→E→A~~

Рассмотрим, ~~нас~~ как изменятся самые выгодные построение дорог с ростом P:
Т.к. A→B - самая деш. дор., то если не выгодно строить A→B, то и не выгодно строить вообще (т.к. ~~1 дорога~~ кол-во дорог = кол-ву ~~при P~~ городов, подсоед. к столице).
Дорога A→B стоит 400; при P < 400 ничего не будет построено. Т.е. при P < 400 подсоед. 0 городов, P ≥ 400 минимум 1.
1 города: это или B, C; или B и E; или D и E. ~~B~~ A→B→C = 4+13=17
D→E→A = 11+12=23; ~~D~~ A→B + A→E = 4+11=15.
2 города можно подсоед. при затратах 1500
3 города: 1.) D→C→B→A = 6+13+4 = 23
2.) ~~B~~ C→B→A + E→A = 6+13+4+11 = 28
3.) B→A + D→E→A = 11+12+4 = 27
4.) ~~B~~ C→D→E→A = 6+12+11 = 29
мин. расходы – 2300
4.) Т.к. для подсоед. 4 гор. треб. 4 дороги, 1 из 5 дорог не будет взята. т.к. ~~11~~ B→C – самая ~~по~~ дорогая, то для мин. расходов её следует не брать.
B→A + C→D→E→A = 4+6+11+12 = 33. Для 4 гор. минимум – 3300 расход.

составим таблицу:

Кол-во городов:	Прибыль
0	0
1	~~70~~ P-400
2	2P-1500
3	3P-2300
4	4P-3300

~~Но~~ При одинаковой ~~При~~ ~~бо~~ прибыли строим большее число ~~городов~~ дорог (т.к. цена больше). Т.к. при фикс. числе городов доход фиксирован, то при ~~на~~ подсчёте прибыли минимизируются расходы для этого числа гор.

~~Рассмотрим, в каких м. меньше расходы из~~

Рассмотрим самые выгодные варианты при разных P.

1.) $P-400 \geq 0;\ P \geq 400$

$2P-1500 \geq 0;\ P \geq 750$

$3P-2300 \geq 0;\ P \geq \frac{2300}{3}$

$4P-3300 \geq 0;\ P \geq 825$

Значит, выгоднее первым станет 1.

2.) Сравним, что ~~на~~ первым станет выгоднее 1:

~~2P-400~~ $2P-1500 \geq P-400;\ P \geq 1100$

$3P-2300 \geq P-400;\ 2P \geq 1900;\ P \geq 950$

$4P-3300 \geq P-400;\ 3P \geq 2900;\ P \geq 950\frac{50}{3}$

Выгоднее 1 раньше станет 3.

3.) Найдём, что станет раньше выгоднее 3:

~~3~~ $4P-3300 \geq 3P-2300$

$P \geq 1000$

~~4~~ $2P-1500 \geq 3P-2300$

$P \leq 800 < 950$

Значит, 4 станет выгоднее 3 на $P \geq 1000$

Т.к. с ростом кол-во городов ув. коэф. при P и ф-ция лин., то если большее число городов выгоднее при P_0, то оно выгоднее и при всех $P_1 > P_0$.

Значит, множество городов выглядит след. ~~образом~~ образом:

$\varnothing$ — $P \in [0; 400)$

$\{B\}$ — $P \in [400; 950)$

$\{D; C; B\}$ — $P \in [950; 1000)$

~~{A, B, C}~~ $\{B; C; P; E\}$ — $P \in [1000; +\infty)$

~~При~~ б) Прибыль (из вычислений пункта а.):

$$\text{Пр} = \begin{cases} 0; & P \in [0; 400) \\ P-400; & P \in [400; 950) \\ 3P-2300; & P \in [950; 1000) \\ 4P-3300; & P \in [1000; +\infty) \end{cases}$$

Задача №10.

Задача №11.

а.) Отказ от обязательств очень сильно ударит рейтинг доверия к стране со стороны кредиторов и затруднит для страны займы в дальнейшем. +2 Это ~~зам~~ сильно замедлит ~~рост~~ восстановление экономики на долгое время. Оплата долга хоть и ~~налоги~~ станет тяжелым ~~и~~ испытанием для экономики в первое время, но не уменьшит (а возможно даже и повысит) ~~привлекательность~~ доверие к стране ~~и наш~~ в плане долговых обязательств и в дальнейшем позволит осуществлять займы.

б.) 1.) Увеличение налогов, введение новых налогов. +2
2.) Сокращение соц. ~~расходов~~ и др. видов расходов
3.) Продажа ~~высокоэффективных~~ не военных (в том числе и военных) предприятий. +2 0 баллов

в.) Одноразовый налог ~~для~~ несёт однократные затраты и не уменьшает нагрузку дальнейшую прибыль, что в долгосрочной перспективе не сильно повлияет на крупные предприятия. ~~Настал~~ Увеличение подоходного налога не сильно повлияет в краткосрочной перспективе, но может очень ~~сильно~~ негативно сказаться в дальнейшем и привести ~~к~~ к крупным потерям. 2

г.) Многие крупные предприниматели, не желая нести потерь от выплаты ~~де~~ налога, начали сокращать свои активы, распродавая их и выводя в другие страны. ~~Это привело к увеличению предложения~~ Продажа привела к увеличению предложения кроны на рынке и повысила спрос на валюту, что привело к падению курса кроны. 2

0

10

Задача №12.

а.) Введение „соц. пакета" делает работодателей более конкурентоспособными на рынке труда по сравнению с другими работодателями с той же платой. ~~Делая~~ Введя „соц. пакет" ~~раб~~ вместо прибавки к плате, работодатель несёт те же расходы, что и при прибавке, но она гарантирует себе, что эти ~~расходы~~ деньги пойдут на затраты, которые несёт ~~на~~ рабочий выполняя работу. Т.е. эти деньги будут расходоваться только на нужды, вызванные должностью, а при отсутствии деятельности (нет работу, когда компания оплачивает дорогу), компания затраты не понесёт. К тому же, ~~при~~ ~~той~~ ~~эти~~ при той же реальной плате это приведёт к уменьшению номинальной.

Для работника же ситуация обратная: он мог эти деньги распределить ~~на не все нужды~~ по-другому, или точно так же (т.е. оплата проезда, страхование и т.п.). ~~Но~~ Травмы на работе случаются не так часто и по мнению работника он мог бы использовать ~~эти~~ деньги, потраченные на страхование, более эффективно. Т.е. прибавка к заработной плате вместо соц. пакета открывала бы для работника больше вариантов траты средств.

б.) Выгоды:

1.) Разные категории транспорта обычно имеют разную оплату. Это ~~делает~~ повышает спрос на некоторые „дешёвые" виды транспорта, что, в свою очередь, вызывает „перегрузку" некоторых видов транспорта; люди тратят больше времени на ожидание „дешёвого" транспорта. Бесплатный транспорт ~~делает невыгодным~~ убирает такие ценовые ограничения.

2.) Затраты на транспорт делает ~~невыгодным~~ дорогим для некоторых людей частые поездки или поездки в некоторые места, что может привести к отказу от мест работы, учёбы, совершения покупок и т.п. Бесплатный транспорт не имеет таких ограничений.

3.) ~~Св~~ ~~Сво~~ Затраты на транспорт люди могут потратить ~~в дру~~ на другие нужды. (увелич. кол-ва денег у населения).

9/9

Но подобная политика имеет минусы, из-за которых некоторые города могут не переходить на неё:

1.) Транспортные перевозки в большинстве случаев осуществляют негосударственные компании и предприниматели. ~~Из~~ Бесплатный транспорт изменит ~~почту~~ положение на рынке ~~и сделает + более медленные~~ конкуренция между перевозчиками будет проходить по другой схеме и поэтому многие перевозчики (более медленные и ~~нед~~ менее комфортные) уйдут с рынка, т.к. потребители перестанут делать выбор в их сторону (уменьшение раб. мест)

2.) Исчезнет один из примеров эффективности транспорта и на рынке могут ~~присутс~~ оставаться малоэффективные компании. ? Получается, ~~убер~~ производчик?

3.) ~~Ценообразо~~ Ценообразование станет более оторванным от ~~потребителя~~ рынка. ?

4/8

А еще?