

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Кузнецов Арсений Дмитриевич
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Нижегородская область
Регистрационный номер
3297

53090

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Дата написания *12 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

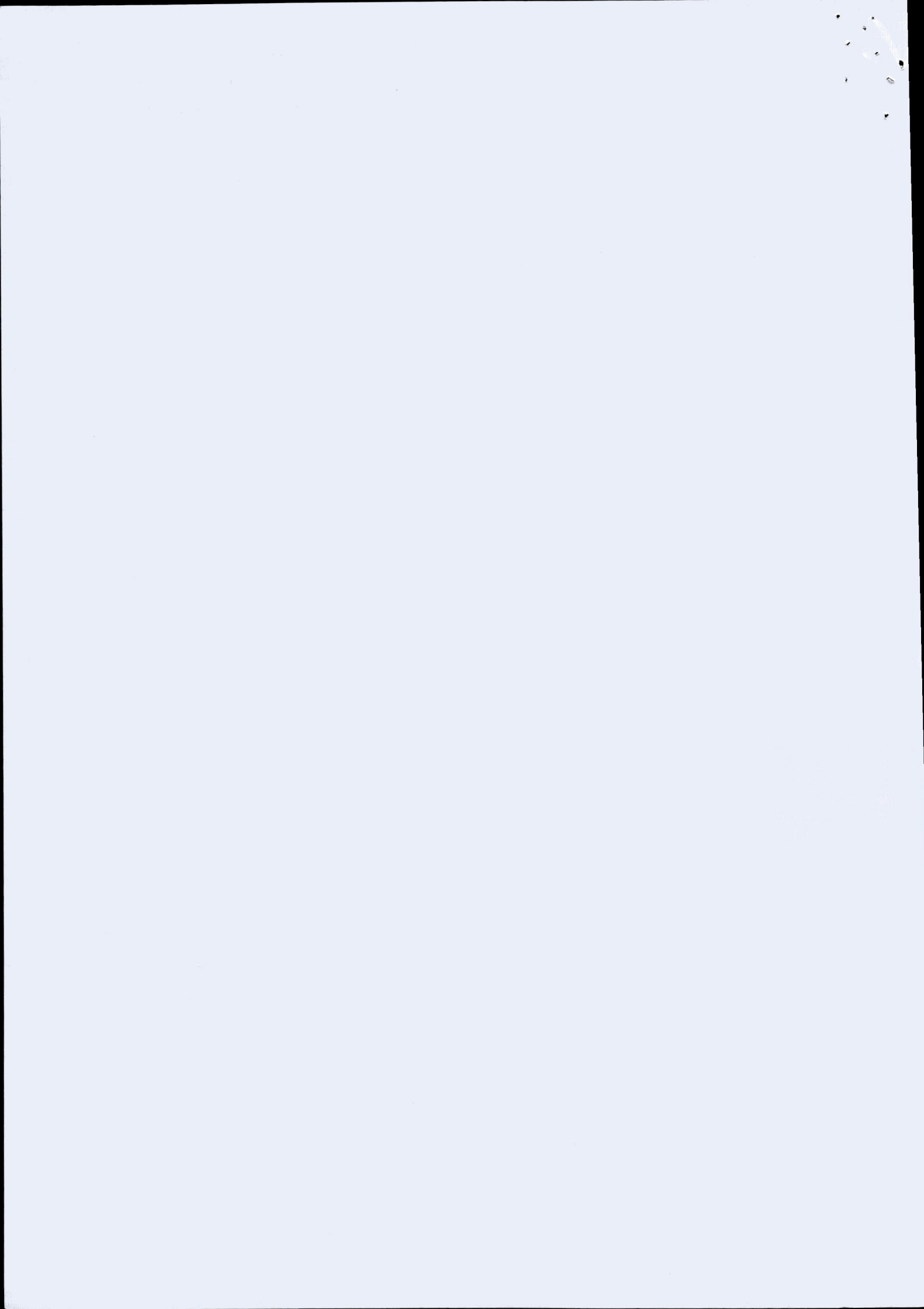
Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

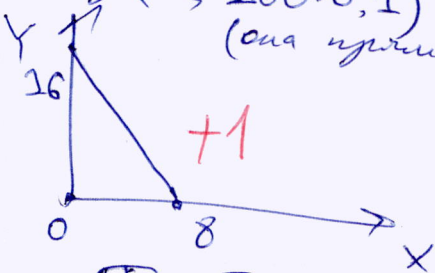
Задача	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	<i>10</i>	<i>5</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>6</i>	<i>②</i>	
Подпись	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	

53090



Задача №1.

а) Пусть компания получит L ед. продукта, из которых L_x загрузит в из-ве X , L_y в Y . ($L = L_x + L_y$). Тогда она произведет $q_x = 0,1L_y$ и $q_y = 0,05L_x$. Следовательно, чтобы достичь максимальных результатов в производстве, она должна продать всех 160 спец.-ков, и КПВ - прямая линия, проходящая через $(0; 160 \cdot 0,1)$ и $(160 \cdot 0,05; 0)$, т.е. $(0; 16)$ и $(8; 0)$. (она прямая, т.к. арг. изд. каждого из X и Y постоянны).



а) 5

Прибыль компании составим:

$$\pi = TR - TC = (16 \cdot 0,05L_x + 20 \cdot 0,1L_y) - (10 + (q_x + q_y) + (L_x + L_y) \cdot 0,4) = 0,8L_x + L_y - 10 - 0,05L_x - 0,1L_y - 0,4L_x - 0,4L_y = 0,35L_x + 0,5L_y - 10.$$

т.е. она возрастает при наиме дополнительного изд. как на X , так и на Y .

Значит, компания будет все 160 спец.изделий. А, т.к. $\frac{\partial \pi}{\partial L_y} = 0,5 > \frac{\partial \pi}{\partial L_x} = 0,35$, то все будут загрузить в из-ве Y .

Тогда: $\pi = 0,5 \cdot 160 - 10 = 70$ ед. г.г. / год.

б) Компания не имеет смысла начинать на курсе Y . Кто будет производить все X (статистика курсов не зависит от к-ва, а из-ств. растет с увеличением этого к-ва). Тогда после курсов от производят:

$$\frac{L_x}{4} \cdot 0,05 \cdot 1,5 + \frac{L_x \cdot 3}{4} \cdot 0,05 = \frac{L_x}{4} \cdot (0,15 + 0,075) = \frac{0,1125}{2} L_x = 0,05625 L_x = q_x.$$

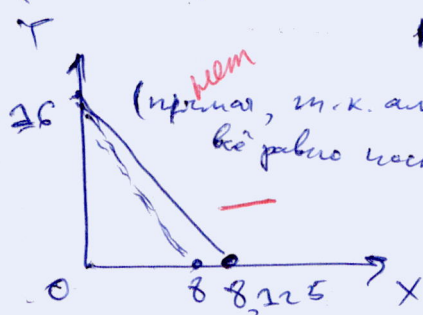
Тогда

прибыль составим:

$$\pi = TR - TC = (16 \cdot 0,05625L_x + 20 \cdot 0,1L_y) - (10 + (q_x + q_y) + 6 + 0,4L_y + 0,4 \cdot \frac{L_x \cdot 3}{4} + 0,4 \cdot 1,25 \cdot \frac{L_x}{4}) =$$

$$= 0,9L_x + L_y - 16 - 0,05625L_x - 0,1L_y - 0,4L_y - 0,3L_x - 0,125L_x = (0,6 - 0,05625 - 0,125)L_x - 0,5L_y - 16 = 0,41875L_x - 0,5L_y - 16.$$

и, пока неважно КТВ теперь пройдет через $(0; 160 \cdot 0,1)$ и $(160 \cdot 0,05625; 0)$, т.е. $(0; 16)$ и $(8,125; 0)$ (см. рис.)



Компания не станет брать сотрудников, ибо производство Y остается выгоднее, чем X , и все будут работать на Y . А прибыль составит $0,5 \cdot 160 - 16 = 64 < 70$.

б) 2

цель сравнения +2

в) Есть две причины. Во-первых, пройдут курсы, они станут лучше разбираться в своей работе, и на производство того же к-ва будут тратить меньше времени и сил, в итоге при неизменной $w_{\text{шт}}$, такая величина, как почасовая з/п, или з/п, рассчитанная на примененные часы, ~~ув.~~ вырастет. Абсорбируя свои ресурсы работники могут потратить на это-то другое, увеличив фирменный потенциал.

Во-вторых, если ~~они~~ пройдут курсы, их ценят как работников фирмы, и чтобы их не переманили другие компании, ~~и~~ придется привлекать их увеличением заработной платы, какими-то другими нематериальными факторами. (В конце концов, на курсах работники поднакаляются бешено, коллектив станет дружнее, будет работать приятнее). ~~Для фирмы~~ Здесь работает, в первую очередь, конкуренция отчасти з/п.

рабочники +3

Для фирмы возможен вариант, при котором ~~у~~ производство X станет еще выгоднее, чем Y , ~~и~~ вырастет прибыль.

Всегда фирма определяет тем, что вырастет, прирост производительности труда. На основе конкуренции предельная производительность.

б) 3

Σ 10

Задача №2.

При генерации α - функции:

$$\pi_q = TR_q - TC_q = q_2 P - 0,25q_1^2 \quad \text{— максимизация с учетом вынужденности}$$

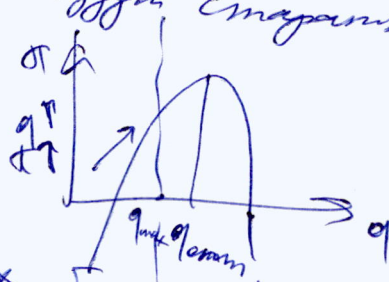
$\Rightarrow \max$ при $\sigma_1 = 0$, т.е. $P = 0,5$ $q_1 \leftarrow q_2 = 2p$.

$$\pi_m = TR_m - TC_m = q_2 P - 0,5q_2^2 - \text{написать с помощью кей} \Rightarrow$$

$\pi_1 = 0$, т.е. $p = q_2 \Rightarrow q_2 = p$.
 т.е. заданная функция
 $\pi_1 = 2p^2 - 0,25 \cdot 4p^2 = p^2 \Rightarrow \pi_1$ тем больше, чем больше p .
 Полагая q_1 произвольным, получим

Р. Поэтому он получит установленную цену как можно
 быстрее. Но ~~Р₀ не может быть меньше~~ Но фирма в
 итоге будет предлагать $q_1 + q_2 = 3p$ изделий. Чтобы
 от этого их реализовать, необходимо: $3p \leq 600 - p$, т.е.
 $p \leq 150$. В этот случай $\max \pi_0 = 150^2 = 22500$.

Но возможен случай, когда предельные издержки
свыше π_k (т.е. $\pi_k = 150^2 = 22500$), а q меньше $q_{\text{опт}}$. Это не, от $q_{\text{опт}}$ стараемся выбрать
нах возможный q (см. рис.)



т.е. при цене $p > 150$ у них будет война за клиентов?
т.к. особая предпосылка не та как нет, ~~наоборот~~ выигрывает
то, кто каждый посетитель может и другой, равный
потенциал $q_2 = q_2 = \frac{600 - p}{2}$, $\pi_2 = 600 - p$
— $300p - p^2$

$$= 300p - \frac{p^2}{2} - \frac{600^2}{2} + \frac{p^2}{2} + 1500p = 1800p - \frac{600^2}{2}$$

$\pi_9 = 1500 - \frac{1}{4}p$
 $p = 6000 - 4\pi_9$
 $\pi_9 = 1500 - \frac{1}{4}(6000 - 4\pi_9) = 1500 - 1500 + \pi_9 = \pi_9$
 $\pi_9 = 1500$
 $p = 6000 - 4 \cdot 1500 = 0$
 $\pi_9 = 1500$

$$p = \frac{1500}{4} \mid \Rightarrow p = 1000 \frac{1}{3} \mid \Rightarrow p = 1000 \frac{1}{3}$$

$$q_2 = \frac{400}{3}$$

$$\text{Итого, } \pi_a = \frac{400}{3} \cdot \frac{2000}{3} - 0,25 \cdot \frac{400^2}{9} =$$

$$= \frac{400000}{9} - \frac{160000}{9 \cdot 4} = \frac{400000 - 40000}{9} = \frac{360000}{9} =$$

$$= 40000 > 22500, \text{ (т.е. это)}$$

т.е. этот вариант максимизирует π во всех
возможных случаях, т.е. Иван Иванович будет $p = 300\frac{1}{3}$.

Ответ: $p = \frac{1000}{3}$.



Это есть спрос на продукцию в отрасли X. Определим:

$$Q_x = Q_y = \frac{70 - P_x}{2} = \frac{3P_x}{2}; \quad 70 - P_x = 2P_x \cdot 2$$

$$P_x = \frac{70}{1+2} = 10 \text{ (по условию)} \Rightarrow 70 = 10 + 20 \cdot 2$$

~~$$60 = 20$$~~

$$2 = 3.$$

~~к-т, предложение на X:~~

Предложение на X:

$$Q_s = 3P_x.$$

Итого предложение в отрасли X: $Q_E = 3 \cdot P_E = 30$;
 б/у: (м.к. $Q_y = Q_x$): $Q_y = 30$; $P_y = 70 - Q_y = 40$.

Объемы в X: $P_E = 10$; $Q_E = 30$

б/у $P_E = 40$; $Q_E = 30$.

2) Предустановитель Y будет устанавливать цену β на свою продукцию, как условие MC на β . До этого $MC = P_x$, теперь $MC = P_x + \beta$. Максимизируя свою прибыль в Y:

$$\begin{aligned} & \cancel{70 - P_x - \beta} Q_y - (P_x + \beta) Q_y = (70 - P_x - \beta) Q_y - (P_x + \beta) Q_y = \\ & = (70 - P_x - \beta) Q_y - Q_y^2 \text{ (находясь в равновесии б/у)} \Rightarrow \max \\ & \text{при } Q_y = \frac{70 - P_x - \beta}{2}. \text{ Маржа в отрасли X:} \end{aligned}$$

$$\frac{70 - P_x - \beta}{2} = 3P_x$$

$$70 - P_x - \beta = 6P_x$$

$$70 - 7P_x = \beta, \text{ равновесная цена } P_x = \frac{70 - \beta}{7} = 10 - \frac{\beta}{7}.$$

$$\text{Итого } Q_x = 3P_x = 30 - \frac{3\beta}{7} = Q_y \Rightarrow P_y = 70 - Q_y = 40 + \frac{3\beta}{7}.$$

$$\text{Маржа } \beta \cdot Q_y = 378 = \beta \cdot (30 - \frac{3\beta}{7}) = 30\beta - \frac{3\beta^2}{7}.$$

$$\frac{3\beta^2}{7} - 30\beta + 378 = 0.$$

$$\frac{\beta^2}{7} - 10\beta + 126 = 0; \quad \beta^2 - 70\beta + 882 = 0.$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{70 \pm \sqrt{4900 - 3528}}{2} = \frac{70 \pm \sqrt{1372}}{2} = \frac{70 \pm 14\sqrt{7}}{2} = \\ &= 35 \pm 7\sqrt{7}. \text{ т.к. } 35 + 7\sqrt{7}, \text{ то берем } \end{aligned}$$

Общая функция, т.к. все величины $Q_{ij} > 0$,
равновесные цены:

$$Q_x = Q_y = 30 - \frac{3\beta}{7} = 15 \mp 3\sqrt{7}$$

$$P_x = \frac{Q_x}{3} = 5 \mp \sqrt{7}$$

$$P_y = 70 - Q_y = 55 \pm 3\sqrt{7}$$

б) В отрасли y; как и в отрасли x:

$$Q_y = \frac{70 - P_x - P_y}{2}$$

В отрасли x предельные издержки всех фирм возрастают на одну и ту же β_x , значит и в отрасли y, поэтому $Q_y = 3(P_x - \beta_x) = 3P_x - 3\beta_x$. Приравняем:

$$\frac{70 - P_x - P_y}{2} = 3P_x - 3\beta_x$$

$$70 - P_x - P_y = 6P_x - 6\beta_x$$

$$70 - 7P_x = P_y - 6\beta_x$$

$$P_x = 10 - \frac{P_y - 6\beta_x}{7}; Q_x = Q_y = 3(P_x - \beta_x) = 3\left(10 - \frac{P_y - 6\beta_x}{7}\right) = 30 - \frac{3}{7}(P_y - 6\beta_x)$$

$$P_y = 70 - Q_y = 40 + \frac{3}{7}(P_x + \beta_x)$$

$$P_x \cdot Q_x + P_y \cdot Q_y = (P_x + P_y) Q_x = 305 - \frac{3}{7} S^2 \text{ где } S = P_x + \beta_x$$

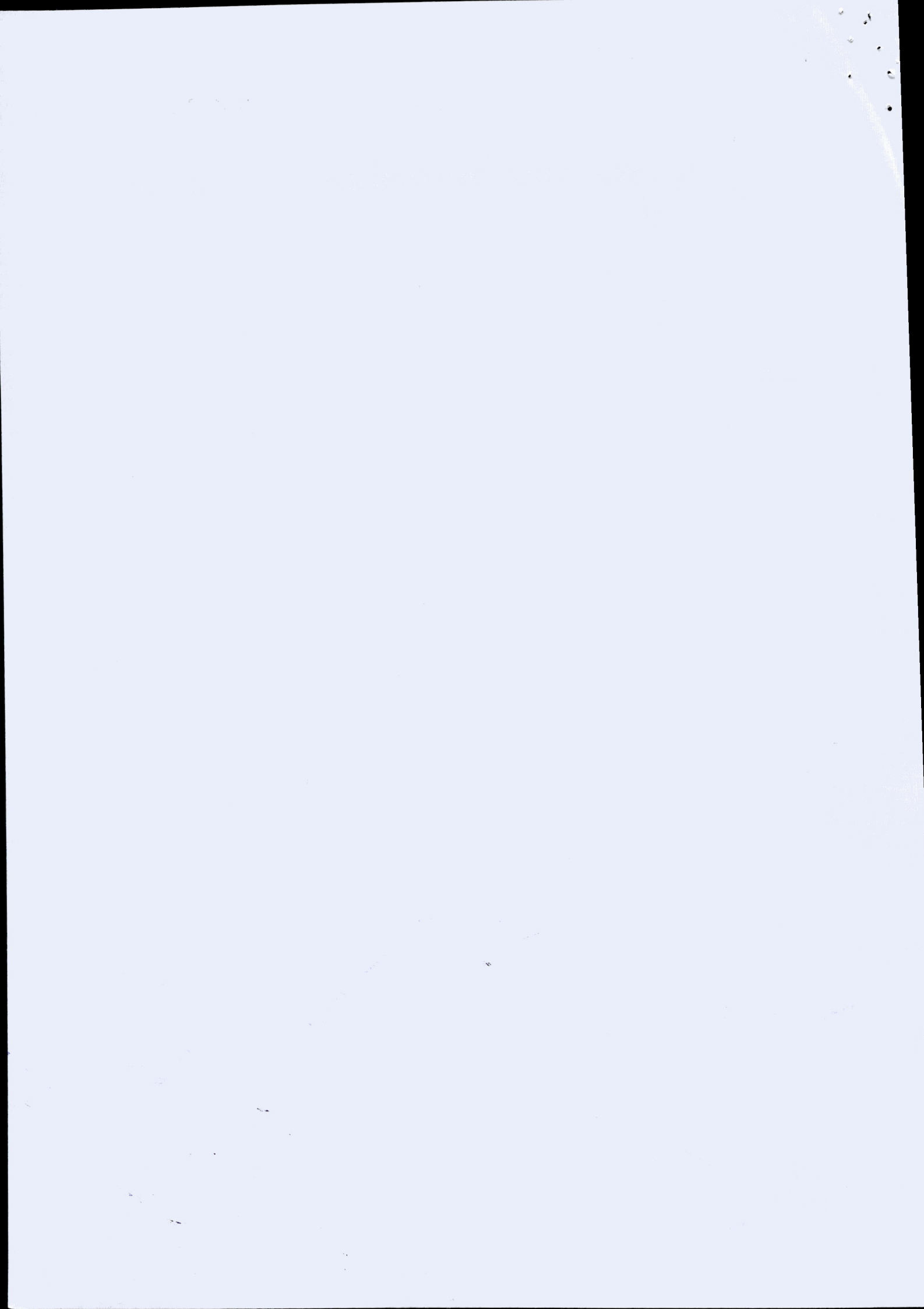
Аналогично б), это равно $35 \pm 7\sqrt{7}$, независимо от β_x и β_y , величина потерь одна и та же, если посчитать их сумму. $Q_x = Q_y = 15 \mp 3\sqrt{7}$; $P_x = 5 \mp \sqrt{7} + \beta_x$; $P_y = 55 \pm 3\sqrt{7}$.

г) Если задать сторону ~~первого~~ ^{второго} движения, т.е. а) б) не "разрешить" движение фирм между отраслями, а ~~не~~ ^{возможность} на одну. Как и в б), в отрасли y ничего не изменилось относительно б), а в ~~x~~ вырастет цена при падении спроса и предложении $\Rightarrow$ уменьшится суммарный издержки и суммарные потери. При той же сумме потерь суммарные потери больше. Я выберу б).

Задача №4.

б) после кризиса все банки больше рисков,
банки не дают кредитов.

а 3/15 :)



Задача №5.

а) Максимизирует π в случае первого завода:

$$\pi_2 = pq_2 - q_2^2 - q_2 - 200 - \text{награда с введением выг} \Rightarrow \max$$

или $2q_2 + 1 = p$; $q_2 = \frac{p-1}{2}$ (от к. $q_2 \geq 0$, в случае $p < 1$ значимый максимум в $q_2 = 0$)

В случае второго завода все абсолютно аналогично,

$$\pi_2 = pq_2 - 2q_2^2 - q_2 - 28 - \text{награда с введением выг} \Rightarrow \max$$

или $4q_2 + 2 = p$; $q_2 = \frac{p-2}{4}$ (в случае $p < 2$ значимый максимум в $q_2 = 0$).

Оценим π :

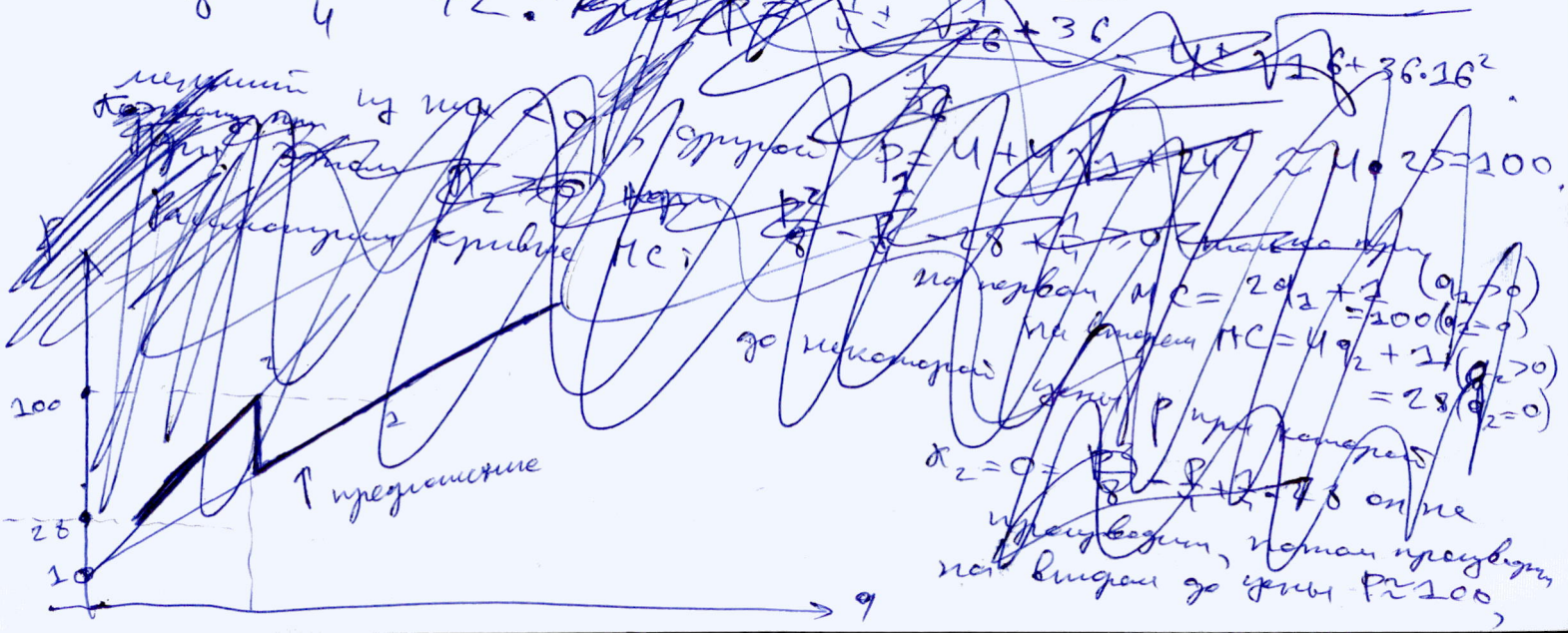
$$\pi_{2\max} = p \frac{p-1}{2} - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 - \frac{p-1}{2} - 200 = \frac{p^2}{2} - \frac{p}{2} - \frac{p^2}{4} + \frac{p-1}{2} - 200 =$$

$$-200 - \frac{p}{2} + \frac{1}{2} = \frac{p^2}{4} + \frac{1}{4} - 100 \quad (p \geq 1), \text{ либо } 0.$$

$$\pi_{2\max} = p \frac{p-2}{4} - \left(\frac{p-2}{4}\right)^2 \cdot 2 - \frac{p-2}{4} - 28 =$$

$$= \frac{p^2}{4} - \frac{p}{4} - \frac{p^2}{8} + \frac{p}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 28 = \frac{p^2}{8} - \frac{p}{4} + \frac{1}{8} - 28 \quad (p \geq 2), \text{ либо } 0.$$

$$\pi_1 \Rightarrow \pi_2 = \frac{p^2}{4} + \frac{1}{4} - \frac{p}{2} - 200 - \frac{p^2}{8} + \frac{p}{4} - \frac{1}{8} + 28 =$$



~~поднимается переходом на первый. Это связано с тем~~

Корни:

$$p^2 - 2p - 576 + 1 = 0$$

$$(p-1)^2 = 576$$

$$p = 25. \text{ (вспомогательное } < 0).$$

4

При этой цене он переходит на первый завод, а во втором он не работает. Это начинается с того момента, как $\pi_2 \geq 0$, т.е. $\frac{p^2}{8} - \frac{p}{4} + 3 - 28 \geq 0$

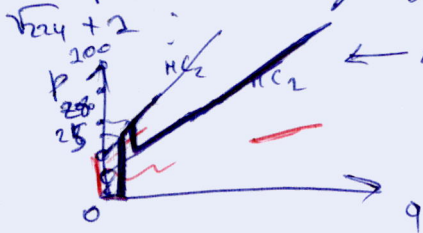
$$p^2 - 2p + 1 - 224 = 0$$

$$(p-1)^2 = 224 = 15^2 - 1$$

$$p \approx 16. \text{ (на самом деле } \sqrt{224} + 1).$$

2

Ит.о. до цены $\sqrt{224} + 1 \approx 16$ он не производит, при $16 \leq p \leq 25$ производит на втором, при $p > 25$ на первом.



← производство

$$Q = \int \dots ?$$

а) 60.

б) ~~Матрица~~
 ~~$\pi_{12} = 4q_2 + 1$~~

Производит q_1 на первом и q_2 на втором заводе, он получит прибыль:

$$\begin{aligned} \pi &= p q_1 + p q_2 - q_1^2 - q_2 - 100 - 2q_2^2 - q_2 - 28 = \\ &= \text{---} - q_1^2 + (p-1)q_1 + 2q_2^2 + (p-1)q_2 - 128 \end{aligned}$$

относительно q_1 , и относительно q_2 это параболы с ветвями вниз. Если общий объем составил q , то $q_2 = q - q_1$:

$$\begin{aligned} \pi &= -q_1^2 + (p-1)q_1 - 2(q-q_1)^2 + (p-1)(q-q_1) - 128 = \\ &= -q_1^2 + p q_1 - q_1 - 2q^2 + 2q q_1 - 2q_1^2 + p q - q - \\ &= -p q_1 + q_1 - 128 = -3q_1^2 - 2q^2 + 2q q_1 + (p-2)q - 128. \end{aligned}$$

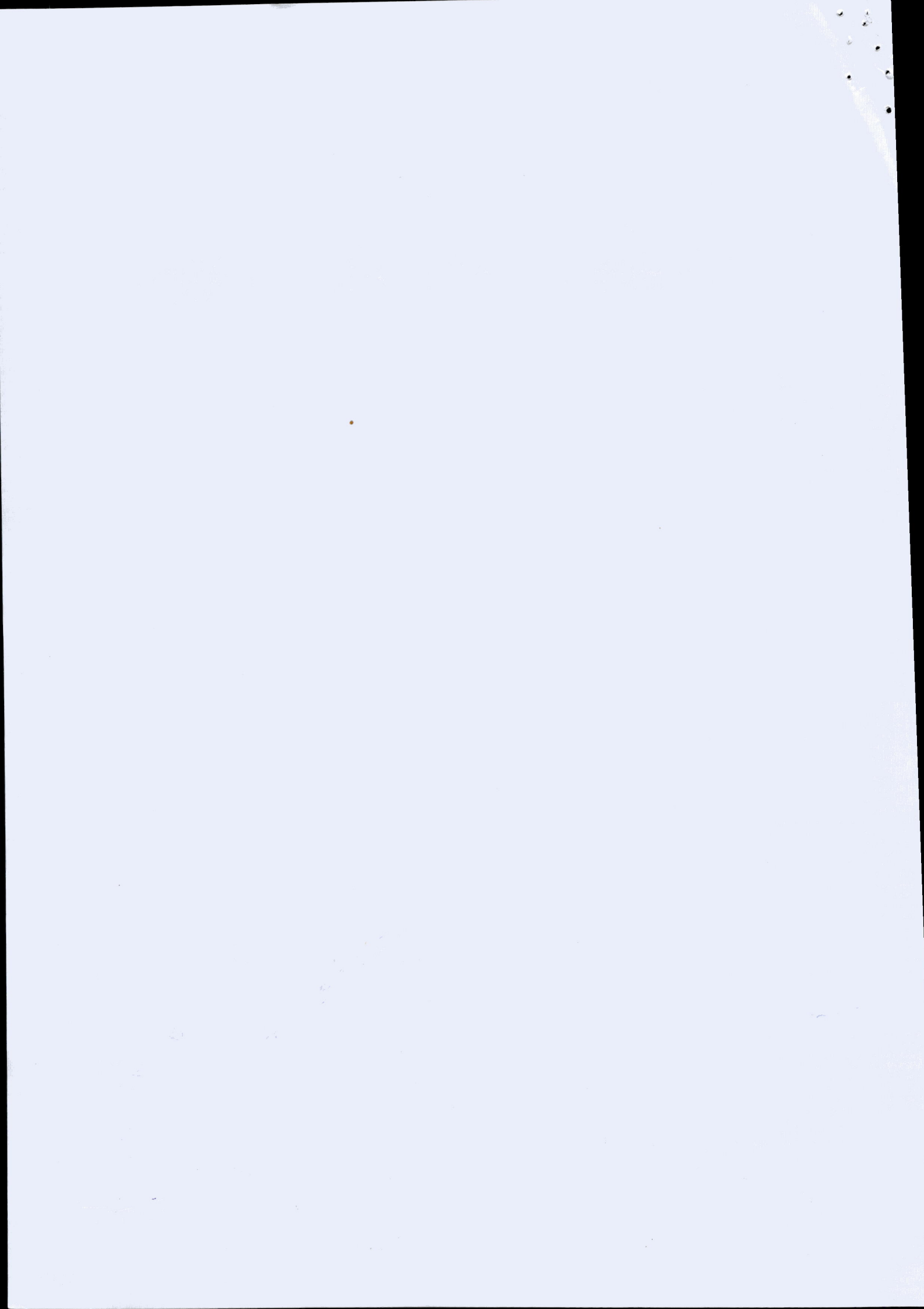
max при: ~~Матрица~~

$$q_1 = \frac{2q}{6} = \frac{q}{3}; \quad q_2 = \frac{2q}{3}; \quad \pi = -\frac{q^2}{9} + (p-2)q - 128 - \frac{8q^2}{9} = -q^2 + (p-2)q - 128$$

(представление в кассе).

Задача №6.

0



Задача №5:

$$MC_1 = 2q_1 + 1$$

$$MC_2 = 4q_2 + 1$$

По началу производства на первом заводе, при первом спросе 100, а на втором только 28. Поэтому, спрос на первом заводе не и меньше при $q_1 > 0$, отсюда производство не имеет смысла, только если спрос первого завода равен 28 и 100:

$$2q_1 \neq 100 - 28 = 72 \quad TC_1(q) - TC_2(q) = -q_1^2 + 72$$

Или q_1 при 28 $\geq 4q_2 + 1$, т.е. $q_2 \leq \frac{27}{4}$

$$\pi = p(q_1 + q_2) - q_1^2 - 2q_2^2 - q_1 - q_2 - 128$$

Относительно q_1 и q_2 - параболы с вогнутым концом.

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 0 = \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = -2q_1 = -4q_2$$

$$2q_2 = q_1, \quad q_2 = \frac{q_1}{2}; \quad q_1 = \frac{2q_2}{1} \quad \pi = pq - \frac{4q_2^2}{1} - 2q_2^2 - q_1 - 128 =$$

$$pq - q_1^2 - q_1 - 100 \quad \text{парабола с вогнутым концом, max при } q = \frac{p-1}{2}$$

$$pq - 2q_2^2 - q_1 - 28 \quad \text{аналогично, при } q = \frac{p-1}{2} \text{ либо } q = 0$$

Сравним эти случаи:

$$\pi_1 - \pi_2 = q_1 + q_2 - 42 \geq 0 \text{ при } q_1 = q_2 = \frac{p-1}{2}$$

но во всем $q_1 < 0$ и поэтому вогнутые не производим.

$$\pi_{\text{выг}} = pq - \frac{q^2}{3} - q - 128 \quad \text{парабола с вогнутым концом, max при } q = \frac{3}{2}(p-1)$$

Оценим полученные эти функции. Пусть $p-1 = t$:

$$\pi_{\text{выг}} = (t+1)t \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{4} \frac{t^2}{3} - \frac{3}{2}t - 128 = -\frac{3}{4}t^2 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2}t - 128 = \frac{3}{4}t^2 - 128$$

$$\pi_1 = (t+1) \frac{t}{2} - \frac{1}{4}t^2 - \frac{t}{2} - 100 = \frac{t^2}{2} + \frac{t}{2} - \frac{1}{4}t^2 - \frac{t}{2} - 100 = \frac{t^2}{4} - 100$$

$$\pi_2 = \frac{(t+2)t}{4} - \frac{2}{16}t^2 - \frac{t}{4} - 28 = \frac{t^2}{8} - 28$$

умок, выгасе 1:

$$\pi_1 - \pi_2 = \frac{t^2}{8} - 72 > 0 \text{ при } t \geq 24 \text{ (} p \geq 2$$

При этом пока $\pi_2 < 0$ предприятие не имеет смысла ($t^2 < 8 \cdot 28$, $t < 4\sqrt{28}$), $p < 4\sqrt{28} + 2$.

Потому что, когда вынуждены отбросить выгоду.

$$\frac{3}{4}t^2 - 128 > \frac{t^2}{4} - 200 \text{ при}$$

$$\frac{t^2}{2} > 28$$

$$t > \sqrt{56}$$

$$p > 1 + 2\sqrt{14}$$

$\Rightarrow$ б) при $p < 1 + 4\sqrt{14}$ не предприятие
 $1 + 4\sqrt{14} < p < 25$ на выгасе
 $p > 25$ на первом.

А когда сразу 2 завода будут производить?

$$\frac{3}{4}t^2 - 128 > \frac{t^2}{8} - 28 \text{ при}$$

$$\frac{5}{8}t^2 > 100$$

$$t^2 > 8 \cdot 20 = 160$$

$$t > 4\sqrt{10}$$

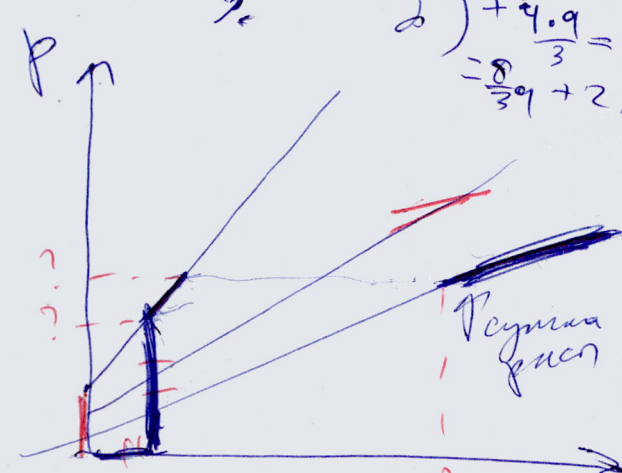
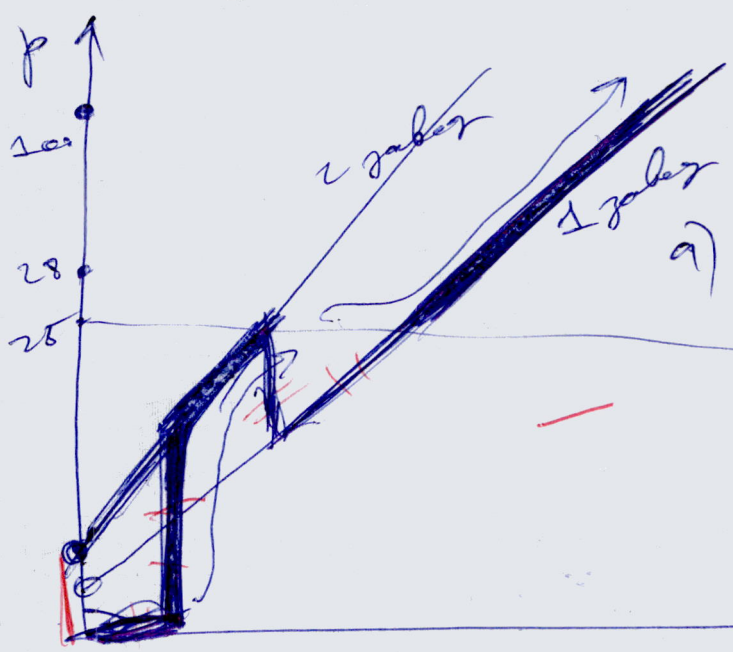
$$p > 1 + 4\sqrt{10}$$

Потому что при $1 + 4\sqrt{10} < p$ предприятие будет на обоих заводах в пропорции 2:1.

Прогнозирование: рассмотрим соотношение $\pi_1(\pi_2)$

$$\pi_{CFR} = \frac{2q \cdot 2}{3} +$$

$$\left(\begin{array}{l} +1+1+ \\ +4 \cdot q \\ = \frac{8}{3}q + 2 \end{array} \right)$$



б) значение 37-р и прогнозирование в точке

$$37 = \frac{8}{3}q + 2 \Rightarrow \frac{3 \cdot 35}{8} = q = \frac{105}{8}$$