XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ 2015

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Шанин Иван Александрович
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Город Москва
Регистрационный номер
3539

53340

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания	***13 апреля 2015г***
Количество заданий	***6***
Сумма баллов	***150***
Время написания	***240 минут***

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	25	7	1	3	10	21	
Подпись							

53340

Задача №7. Зная функцию реакции всех окружающих, каждый агент будет максимизировать то, что ему нужно.

а) Для учеников величину e_t можно принять за константу (для них эта величина экзогенна).

Тогда:

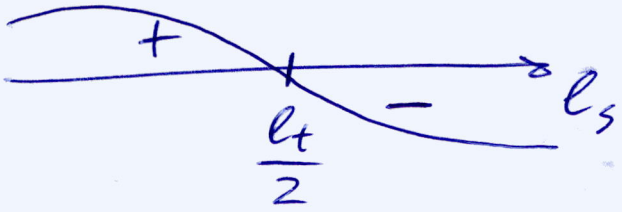
$$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \longrightarrow \max_{e_s \geq 0};$$

$$r'_{e_s} = 1 - \frac{2}{e_t} \cdot e_s = 0; \quad \frac{2e_s}{e_t} = 1; \quad e_s^* = \frac{e_t}{2}$$

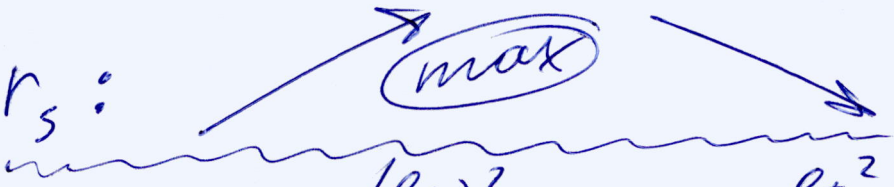
+5

оптимальный e_s при каждом значении e_t.

r'_{e_s}:



r_s:



Тогда в зависимости от e_t:

$$r_s^* = \frac{e_t}{2} - \frac{\left(\frac{e_t}{2}\right)^2}{e_t} = \frac{e_t}{2} - \frac{\frac{e_t^2}{4}}{e_t} = \frac{e_t}{2} - \frac{e_t}{4} = \frac{e_t}{4}$$

зависимость успеваемости учеников от усилий учителей.

Учителя действуют так:

$$U_t = w \cdot r_s - e_t^2 = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 = -e_t^2 + \frac{w}{4} e_t$$ — парабола; ветви вниз. экстремум — максимум.

$$U'_{e_t} = -2e_t + \frac{w}{4} = 0; \quad 2e_t = \frac{w}{4}; \quad e_t^* = \frac{w}{8}$$

+5

оптимальный уровень усилий учителей при каждом w.

б) выразим, соответственно, $e_s^* = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16}$

Тогда $r_s^* = \frac{e_t}{4} = \frac{w}{32}$; подставим всё в функцию полезности администрации:

$U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64} + \cancel{\frac{w^2}{32}} - \cancel{\frac{w^2}{32}} =$

$= \frac{1}{64}(-w^2 + 2w)$ — парабола с ветвями вниз относительно w. Экстремум — максимум.

$U_a \longrightarrow \max\limits_{w \geq 0}$; +1

$U_{a\,w}' = \frac{1}{64}(-2w + 2) = -\frac{w}{32} + \frac{1}{32} = 0$; $\frac{w}{32} = \frac{1}{32}$;

$w^* = 1$; Отсюда легко находим:

+4 $l_t^* = \frac{w}{8} = \frac{1}{8}$; $l_s^* = \frac{w}{16} = \frac{1}{16}$

в) Теперь $U_t = \frac{w}{64} - l_t^2$; $\boxed{l_t \geq \frac{1}{16}}$.

$l_s^* = \frac{l_t}{2}$ — по-прежнему, ничего не поменялось.

Но учителей теперь ученики не интересуют:

$U_t = \frac{w}{64} - l_t^2 \longrightarrow \max\limits_{l_t \geq \frac{1}{16}}$ (понятно, что учитель априори не хочет быть уволенным)?

— парабола, ветви вниз. Экстремум — максимум.

$U_{t\,l_t}' = -2l_t = 0$; $l_t^* = 0$ — но тогда он будет уволен.

Значит, $l_t^* = l_{t\,min} = \frac{1}{16}$; +5 $\Rightarrow U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$.

$\Rightarrow l_s^* = \frac{l_t}{2} = \frac{\frac{1}{16}}{2} = \frac{1}{32}$; $r_s = \frac{1}{32} - \frac{\left(\frac{1}{32}\right)^2}{\frac{1}{16}} = \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$

Если учитель заботится об учениках:

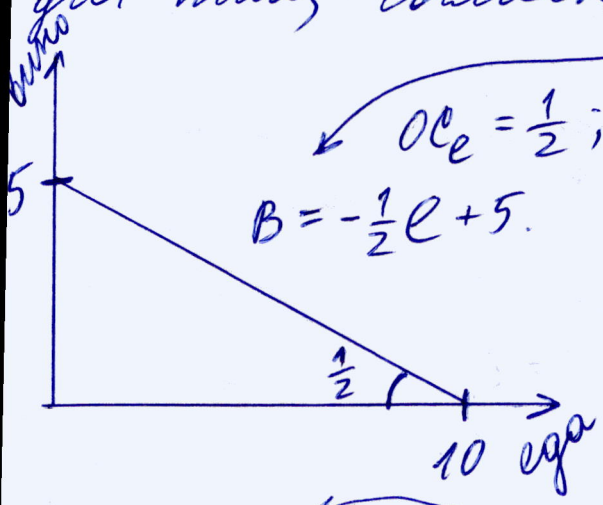
$U_t = -\frac{w^2}{64} + \frac{w^2}{32} = \frac{w^2}{64}$; Если не заботится: $U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$;

приравняем:

$\frac{w^2}{64} = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$; $\frac{4w^2}{256} = \frac{4w}{256} - \frac{1}{256}$;

$4w^2 - 4w + 1 = 0$; по обр. Т. Виета $\rightarrow$ $w = \frac{1}{2}$ +5 — уровень з/п, при котором учителю всё равно.

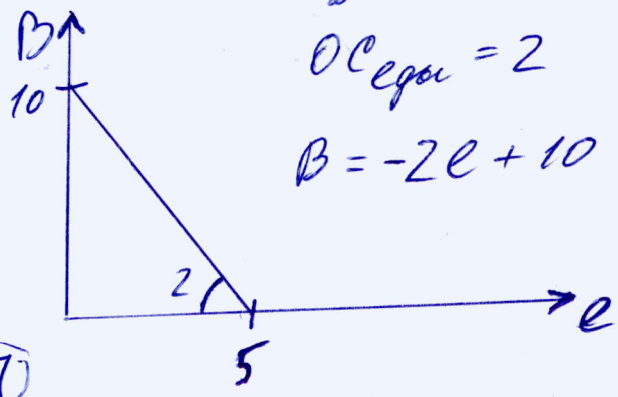
Задача №8. Сколько ч-ч Робинзон теряет на старой земле, столько же обретает на новой. Если все 10 ч-ч на старой земле, то КПВ выглядит так, согласно условию:



$OC_e = \frac{1}{2}$;

$B = -\frac{1}{2}e + 5$.

Если все 10 на новой земле, то так:

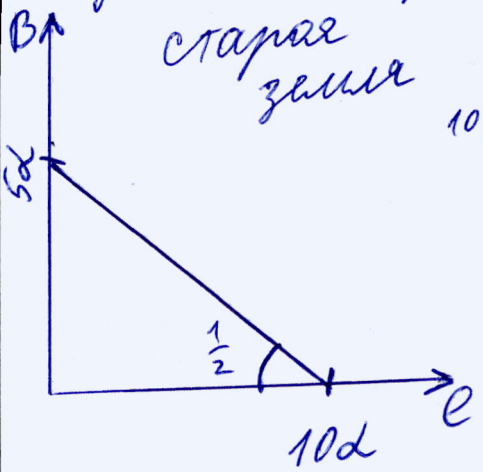


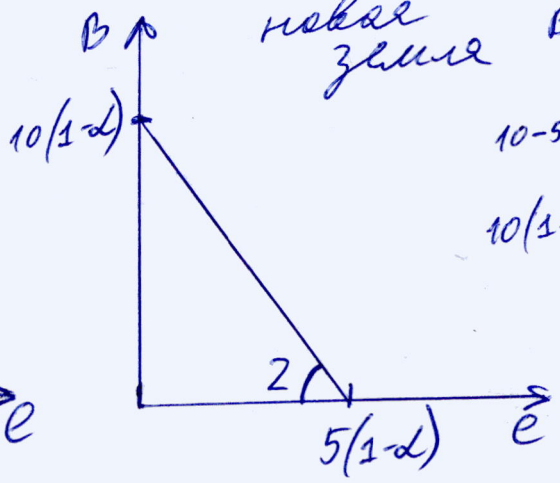
$OC_{еды} = 2$

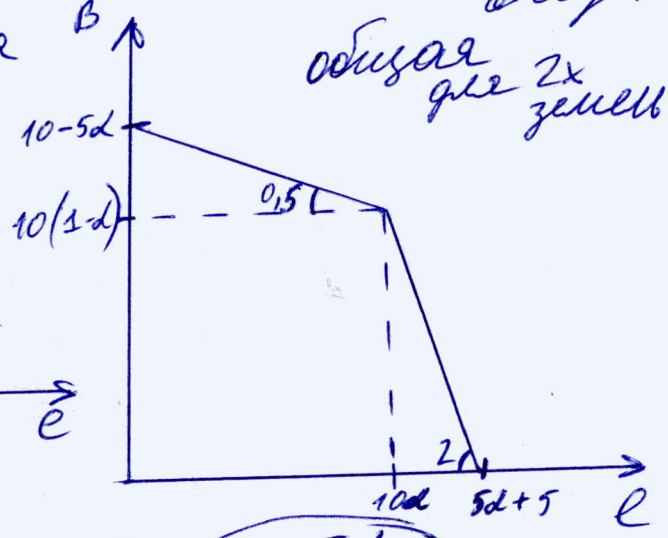
$B = -2e + 10$

Пусть α — доля тех десяти ч-ч, которые он тратит на старой земле, тогда $(1-\alpha)$ — доля потраченных ч-ч на новой земле. $\alpha \in [0;1]$

Тогда КПВ суммарная соответственно имеет вид:







$B_{max\ общ.} = 5\alpha + 10(1-\alpha) = 5\alpha + 10 - 10\alpha = 10 - 5\alpha$

$e_{max\ общ.} = 10\alpha + 5(1-\alpha) = 10\alpha + 5 - 5\alpha = 5\alpha + 5$

Запишем ур-е общей КПВ:

$$B = \begin{cases} -\frac{1}{2}e + (10-5\alpha); & e \in [0; 10\alpha) \\ -2e + (10\alpha + 10); & e \in [10\alpha; 5\alpha+5] \end{cases}$$

Начертим прямую $B = E$ (пропорции продуктов — 1 : 1).

$U = e + B \longrightarrow \max\limits_{\substack{e \geq 0 \\ B \geq 0}}$;

$$U = \begin{cases} e + \left(-\frac{1}{2}e + (10 - 5\alpha)\right); & e \in [0; 10\alpha) \\ e + \left(-2e + (10\alpha + 10)\right); & e \in [10\alpha; 5\alpha + 5) \end{cases};$$

$$U = \begin{cases} e - \frac{1}{2}e + 10 - 5\alpha \\ e - 2e + 10\alpha + 10 \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2}e + 10 - 5\alpha; & e \in [0; 10\alpha) \\ -e + 10\alpha + 10; & e \in [10\alpha; 5\alpha + 5] \end{cases}$$

Видно, что при $e \in [0; 10\alpha]$ U ~~при~~ возрастает с ростом e, т.к. $U'_e > 0$; $\Rightarrow e^* = e_{max} = 10\alpha$.

Также видно, что при $e \in [10\alpha; 5\alpha + 5]$ U убывает с ростом e, т.к. $U'_e < 0$ $\Rightarrow e^* = e_{min} = 10\alpha$.

Итак, оптимально еды производить 10α, а значит (что видно из графика), вина — $10(1-\alpha)$. По условию, $Q_{вина} = Q_{еды} \Rightarrow$

$10\alpha = 10(1-\alpha)$; $10\alpha = 10 - 10\alpha$;

$20\alpha = 10$; $\alpha = \frac{1}{2} = 0,5$ — оптимальная доля использования ч-ч на старой земле.

Итак, Король будет использовать $10\alpha = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ ч-ч на старой земле, и завоюет 5 новых земель. Ч-ч он на них будет использовать поровну. а) 6/6

б) Из графика видно (да и так вполне логично и понятно), что при $e = B$ максимальный выпуск всегда будет достигаться на изломе КПВ, просто при разных потерях излом будет либо ближе к началу координат, либо дальше от него. +

Для того, чтобы излом находился на

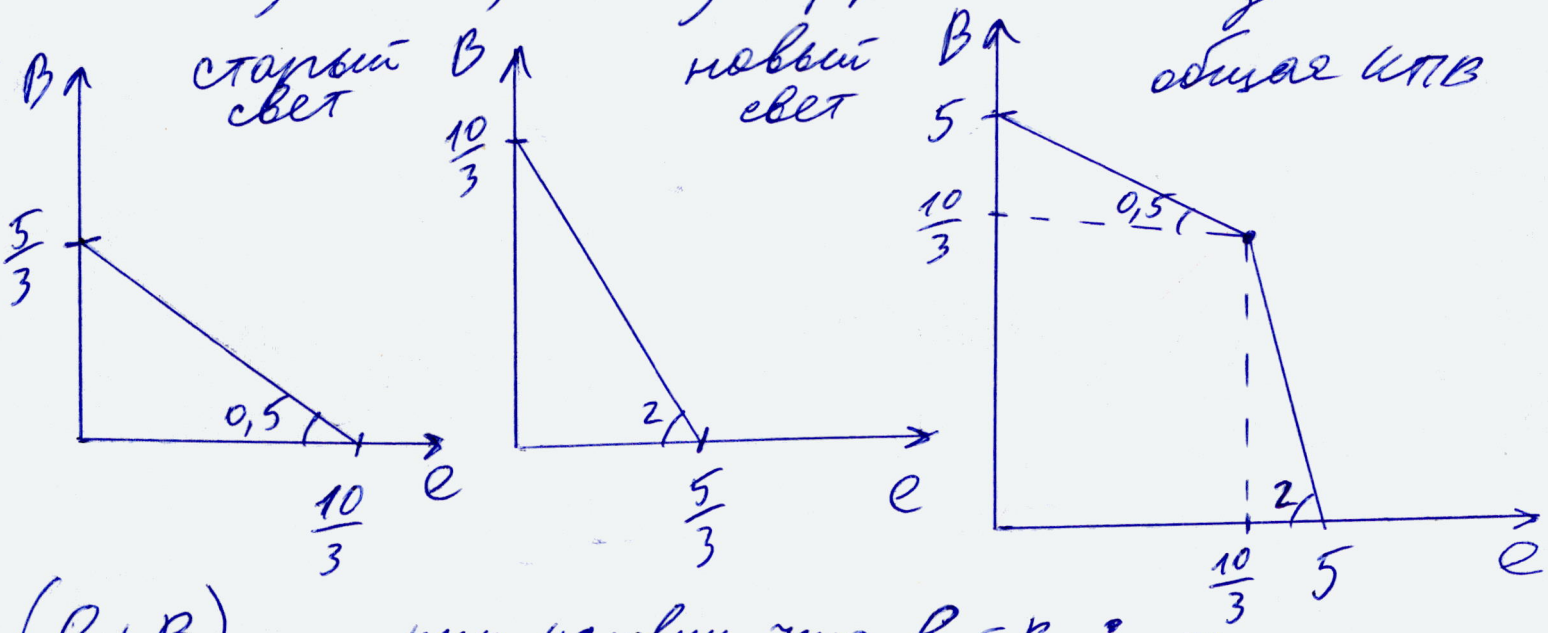
Продолжение задачи 8

прямой $e = в$, необходимо и достаточно, чтобы прямая $e = в$ была "осью их симметрии", и чтоб КПВ двух земель (новой и старой) с учётом количества человеко-часов пересекались на прямой $e = в$.

А нам необязательно, чтобы центром находился на прямой $e=в$. Он может быть хоть где, а площади мы будем все равно $e-в$.

Итак, всего мы располагаем $10 = \frac{30}{3}$ ч-ч.

Для того, чтоб КПВ получились симметричные, необходимо одну треть ресурсов "перекинуть" на новую землю. Тогда дома останется $\frac{10}{3}$ ч-ч, и $\frac{10}{3}$ будет на новых землях:



$(e+в)_{max}$ при условии, что $e = в$:

$\Rightarrow$ коровы надо завоевать $\frac{10}{3}$ новых земель.

$\frac{10}{3}$ б) 1/6

Если спрашивают, завоевывать ли нет!

в) аналогично, как для п. б): кол-во ч-ч должно быть равным на новой и старой землях:

$н$ — приобретёт на новой З.

$10 - н^2$ — останется на старой З.

$10 - н^2 = н$;

$н^2 + н - 10 = 0$

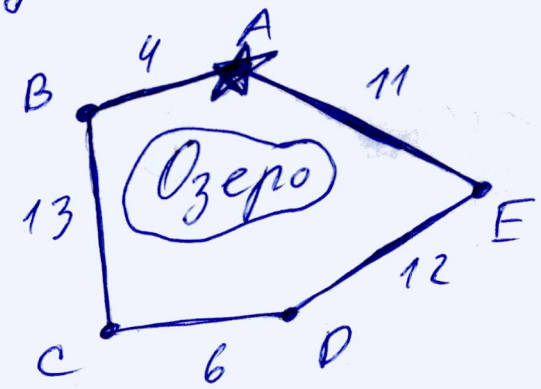
$н = \frac{\sqrt{41}-1}{2}$

в) 0

столько новых земель он завоюет

Задача №9. $TC_g = 100Q$, где Q — кол-во километров.

Нарисуем чертёж:



Итак, если DC не принимает гос. заказ, его прибыль равна нулю. Будем считать, что ~~ф~~ DC выйдет на работу, если $\Pi \geq 0$.

Итак, чтоб соединить с городом A города:

B: нужно построить 4 км (или 13+6+12+11 = 42 км, если против часовой)

C: нужно 4+13 = 17 км (или 11+12+6 = 29 км)

D: нужно 23 км (и так, и так, т.к. 4+13+6 = 11+12 = 23)

E: нужно 11 км (или 12+6+13+4 = 25 км).

Ясно, что при $TR < 400$ монет DC не выйдет на работу, а при $TR = 400$ сделает только город B. Далее, как только B будет построен, уменьшается кол-во километров, кот. нужно достроить до остальных городов:

C: нужно еще 17−4 = 13 км (или 29, по-прежнему)

D: нужно еще 19 км (или 23 через другую сторону)

E: нужно еще 21 км (или 11 через другую).

~~Итак, при ф~~ И так, постепенно увеличивая цену и уменьшая "оставшиеся издержки", получим:

$TR \geq 400$ монет — только B;

$TR \geq 400 + 1100 = 1500$ — B и E;

$TR \geq 1500 + 200 = 1700$ — можно соединить C и B, но всё ещё выгоднее B и E;

$TR \geq 1700 + 600 = 2300$ — можно E и D, но выгоднее B, C и D

$p_{TR} \geq 2300 + 600 = 2900$ — можно, если мы уже сделали E и D, присоединить к ним C;

$p_{TR} \geq 2300 + 1200 = 3500$ — можно, если уже есть B, C и D, присоединить к ним E;

$p_{TR} \geq 2900 + 1300 = 4200$ — можно, если уже есть E, D, C, присоединить к ним B.

"Замыкать" кольцо не имеет смысла, т.к. города, фактически, получаются уже соединены (своё p мы забрали, только издержки понесём).

В каждом из перечисленных случаев p — общая сумма З/П, которую получит Д/С. Соответственно, искомое в задаче "p" — цена за 1 сделанный город — можно найти, поделив каждую сумму на кол-во городов. Тогда:

$p < 400$ — ничего не будет соединено. 1б

— только B (если фирма соглашается работать за $\pi = 0$).

$p \in [400; 750)$

$p = 750$ — минимум, при кот. начнут соединять 2 города

$\Rightarrow p \in [750; 766,(6))$ — соединяют B и E;

при $p \in [766,(6); 933,(3))$ — соединяют 3 города: B, C и D;

при $p \in [933,(3); \infty)$ — соединяют B, C, D и E — все 4.

π во всех случаях равна $TR - TC =$
$= p \cdot$(кол-во городов) $- 100 \cdot$(кол-во километров)

Задача №10. $N=100$; $AD: y = 40 + \frac{1{,}2M}{P}$

$Q(L) = 2\sqrt{L}$; $w = 2 = const$.

~~а) всех фирм делает~~

Заработные платы в экономике жёсткие; величину реальной з/п запишем как $\frac{w}{P} = \frac{2}{P}$.

Посчитаем прибыль 1 фирмы:

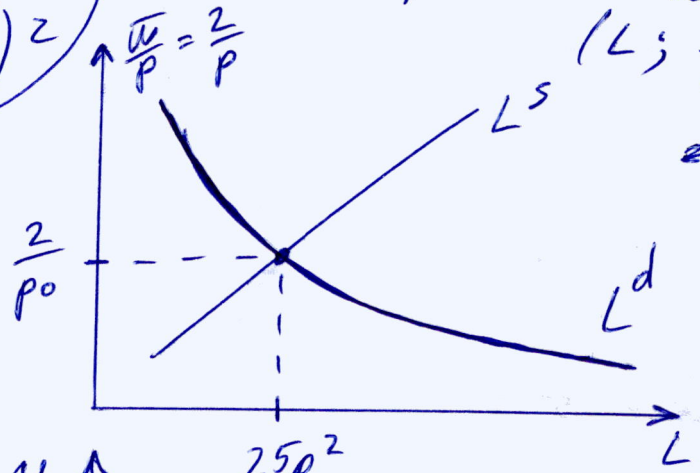
$\pi = TR - TC = P\cdot Q(L) - w\cdot L = 2P\sqrt{L} - 2L$ — парабола отн. $\sqrt{L}$; ветви вниз. Экстремум — максимум.

$\pi'_L = \frac{\cancel{2}P}{\cancel{2}\sqrt{L}} - 2 = 0$; $\frac{P}{\sqrt{L}} = 2$;

$\frac{P^2}{L} = 4$; $L = \frac{P^2}{4}$

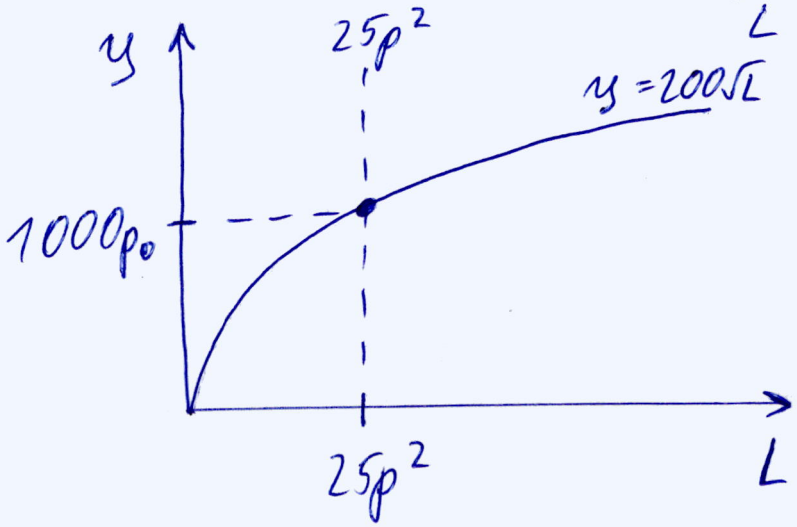
Спрос одной фирмы на труд в зависимости от P.

Спрос всех фирм: $L^d = 100\frac{P^2}{4} = 100\left(\frac{P}{2}\right)^2 = \frac{100}{\left(\frac{2}{P}\right)^2} = \frac{100}{\left(\frac{w}{P}\right)^2}$ → Начертим в координатах $\left(L; \frac{w}{P}\right)$:



По условию, на рынке в модели AD-AS краткосрочное равновесие. Пусть на нём установилась некая цена P_0. Тогда L^s и L^d пересекаются при $\frac{w}{P} = \frac{2}{P_0}$.

$\Rightarrow L^d = \frac{100}{\left(\frac{2}{P_0}\right)^2} = 100\frac{P_0^2}{4} = 25P_0^2$.



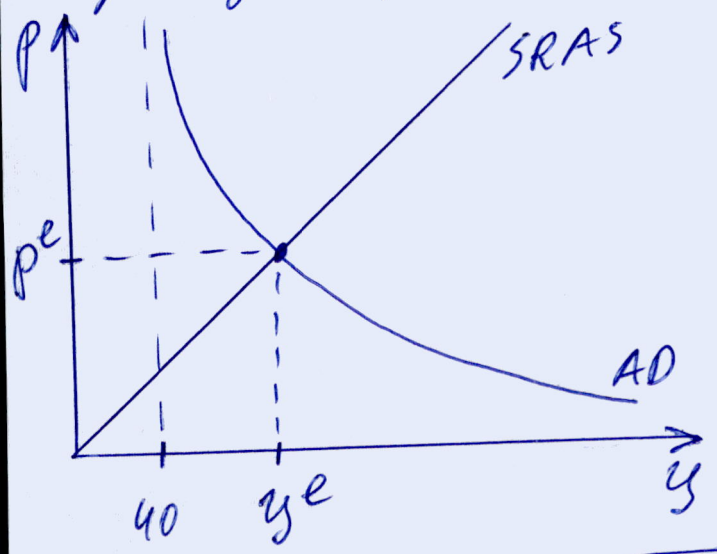
Суммарный выпуск эта фирм имеет вид: $Y(L) = 100\cdot Q(L) = 200\sqrt{L}$

Таким образом, $Y = 200\sqrt{25p_0^2} = 200 \cdot 5p_0 = 1000p_0$. Итак, мы определили зависимость ~~цены~~ выпуска от цены; это и есть функция краткосрочного предложения:

SRAS: $\boxed{Y = 1000p.}$

а) Известно, что $M_0 = 50 \Rightarrow$ AD: $Y = 40 + \frac{60}{p}$

Нарисуем равновесие в AD–AS:



приравняем:

$40 + \frac{60}{p} = 1000p \quad | \cdot p \geq 0$

$1000p^2 - 40p - 60 = 0;$

$100p^2 - 4p - 6 = 0;$

$50p^2 - 2p - 3 = 0$

по обр. Т. Виета:

$P^e = \frac{1+\sqrt{151}}{50} \approx 0{,}265.$

$Y^e = 1000P^e = 20 + 20\sqrt{151}$

б) $M_1 = 1{,}6M_0 = 1{,}6 \cdot 50 = 80; \Rightarrow$ AD: $Y^{new} = 40 + \frac{96}{p}$

приравняем: $40 + \frac{96}{p} = 1000p \quad | \cdot p \geq 0; \quad 1000p^2 - 40p - 96 = 0;$

$125p^2 - 5p - 12 = 0;$

$P^e = \frac{1+\sqrt{241}}{50}; \quad Y^e = 20 + 20\sqrt{241}.$

$$\Delta P\% = \frac{\frac{1+\sqrt{241}}{50} - \frac{1+\sqrt{151}}{50}}{\frac{1+\sqrt{151}}{50}} = \frac{\sqrt{241} - \sqrt{151}}{\sqrt{151}+1};$$

$$\Delta Y\% = \frac{\cancel{20} + 20\sqrt{241} - \cancel{20} - 20\sqrt{151}}{20 + 20\sqrt{151}} = \frac{\sqrt{241} - \sqrt{151}}{1 + \sqrt{151}}$$

Продолжение задачи № 10.

3). Если профсоюз узнает о планах ЦБ., это поведёт к увеличению издержек фирм, следовательно, к падению SRAS одновременно с увеличением AD.

В долгосрочном периоде это повлечёт за собой только инфляцию, выпуск останется прежним.

10/25

Задача №11. а) Для ~~государства~~ правительства и экономики несомненно важно доверие всех национальных и зарубежных экономических агентов. Стабильная экономическая ситуация в государстве увеличивает приток капитала, +2 повышает инвестиции, делает более действенными каналы воздействия монетарной политики. В случае же объявления дефолта доверие к государству безвозвратно теряется, наблюдается отток частного капитала со всеми вытекающими последствиями: спадом производства, возможной девальвации, падению спроса на государственные ценные бумаги. +2

б) 1. Погашение за счёт эмиссии денег. +2 4/6 Выпустив дополнительную валюту в оборот, ЦБ сможет рассчитаться с иностранными кредиторами. Однако, это существенно разгонит инфляцию.

2. Финансирование гос. бюджета за счёт политики высоких налогов и низких гос. расходов. +2 Профицит (образовавшийся) отправлять за границу. 6/6

3. Займы за границей. +2 Взять у одних — отдать другим. [Также, как вариант, можно рассматривать снижение импортных и увеличение экспортных расходов (возвращать товарами и услугами).] —

в) Одноразовый (аккордный) налог взимается 1 раз и никак не непосредственно связан с количеством? приобретаемого имущества. Проще говоря,

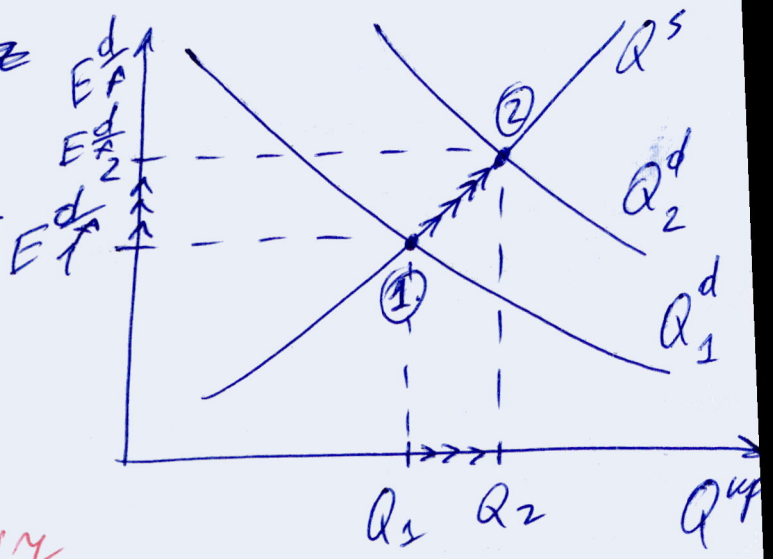
он не влияет на цены и уровень выпуска, на потребление, на склонность к инвестированию и пр. 0/6

г) Как только объявили о сборах налогов, богатые стали пытаться скрыть его. Большая часть дорогого имущества покупается и держится в иностранной валюте? Попыткой вывезти его за рубеж богатые люди резко предъявили спрос на ~~[illegible]~~ крону, в результате чего денежная масса (в крона) выросла, а ~~[illegible]~~

E^d_f — курс (крон за ин. валюту) — вырос.

?

В здоровом падении?!



0/7

а) **Задача №12.** "Социальный пакет" существенно снижает издержки компании в долгосрочной перспективе и повышает её производительность. Работники благополучно добираются на транспорте и перестают опаздывать, мед. страхование не даёт людям болеть и снижает издержки на оплату больничных листов и замену работников). Кроме того, такие меры могут повышать конкурс за рабочее место (многие граждане очень высоко ценят предоставление социальных льгот).

9/9

Компании предпочитают сами осуществлять подобные сделки лишь потому, что только в этом случае потраченные деньги будут использованы по назначению. Сами работники могут быть и не заинтересованы в получении "социального пакета", поэтому банальную "прибавку к з/п" они потратят на что-то другое ⇒ компания потеряет деньги впустую. Фактически, при предоставлении компанией "соц. пакета" люди получают ту же самую прибавку к з/п, но не имеют права потратить деньги ни на что другое.

б) В городах мира общественный транспорт бесплатен не полностью. В большинстве случаев, право бесплатного проезда имеют только местные жители, а

туристы а приезжие обязаны платить.
Однако, расходы гос-ва действительно
существенно снизятся: не будет расходов на
установку и профилактику турникетов и
считывающих устройств, не надо будет
платить з/п кондукторам и кассирам
Кроме того, очень большое кол-во сделок
не может быть заключено между людьми
по причине больших транспортных издер-
жек. Отмена платы за общественный
транспорт сделает людей более любиз
ными, а значит, и их деньги.
Такую политику принимают не все города,
потому что она имеет и ряд минусов.
В городах с развитой и массивной транс-
портной системой в этой сфере создаётся
гиганское количество рабочих мест: тех
же кассиров и ремонтников турникетов.
Их упразднение увеличит безработицу.
Кроме того, как-никак, общественный
транспорт — солидный плотный источник доходов
для гос-ва (если это гос.предприятие) или фирм
(если транспорт приватизирован). Кроме того,
плата за транспорт помогает уменьшить
неравенство в распределении доходов (ведь
определённым классам общества предостав-
ляются скидки).