

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
<u>Сергунин Андрей Владимирович</u>
Класс
<u>11</u>
Субъект Российской Федерации
<u>Новосибирская область</u>
Регистрационный номер
<u>3316</u>

52980

$$12^{22} - 12^{24}$$

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Дата написания *12 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

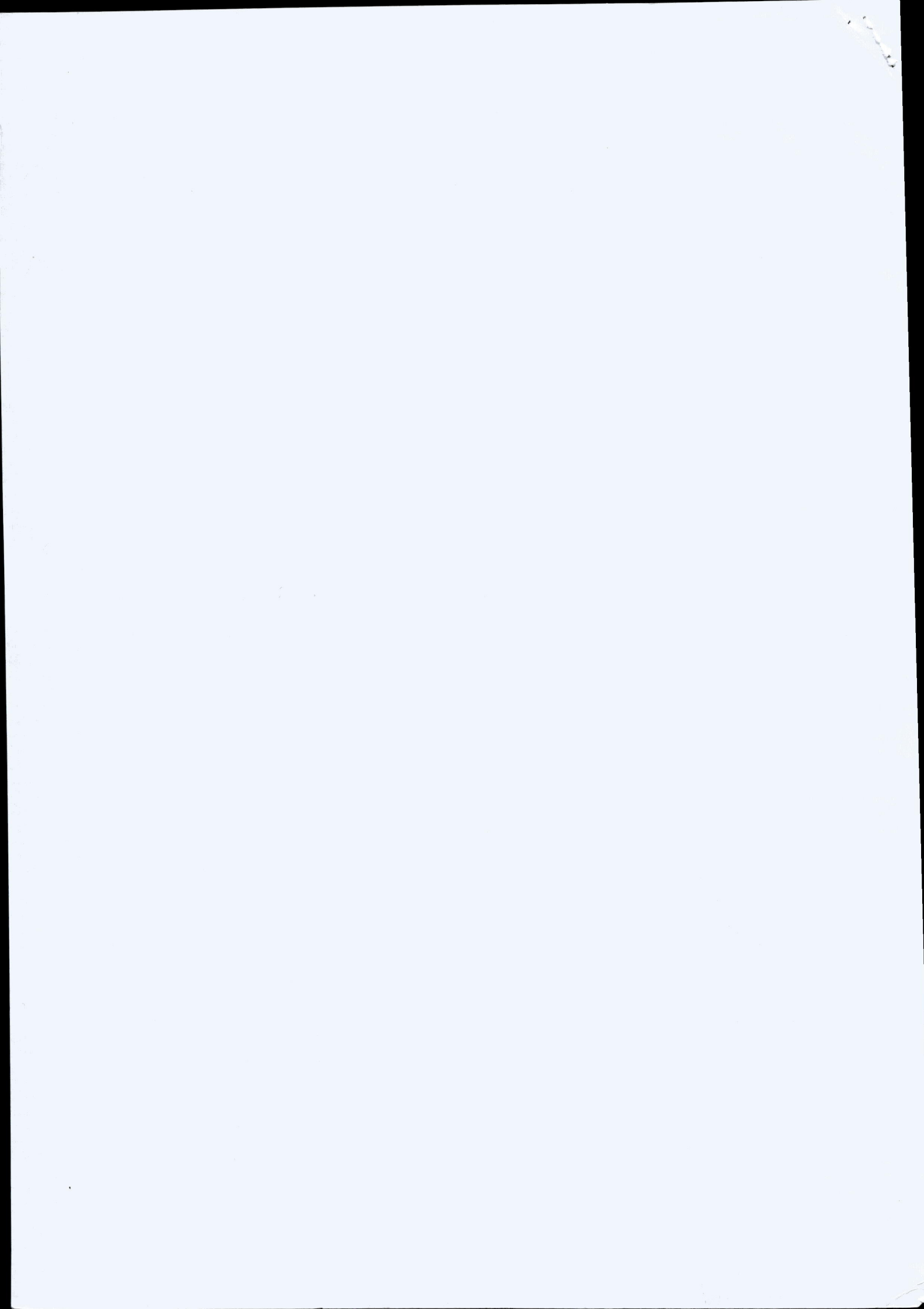
Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	<i>15</i>	<i>25</i>	<i>1</i>	<i>—</i>	<i>8</i>	<i>6</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	

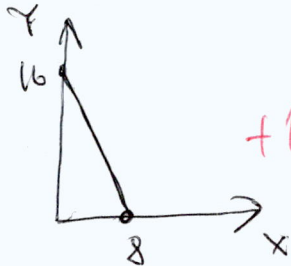
52980



Задача №1.

а) Пусть производится a единиц X и b единиц Y , тогда

~~или~~ $\frac{a}{8} + \frac{b}{16} = 1$, т.к. если производить X , то производится 8 единиц, если только Y , то 16 единиц.



+1 КПВ

$$Pr = 16a + 10b - (a + b) - 16 \cdot 0,4 - 10 = 15a + 9b - 74$$

$$\frac{a}{8} + \frac{b}{16} = 1$$

$$b = 16 - 2a$$

$$Pr = 15a + 144 - 18a - 74 = 70 - 3a, \text{ максимизируя прибыль: } 70, a = 0$$

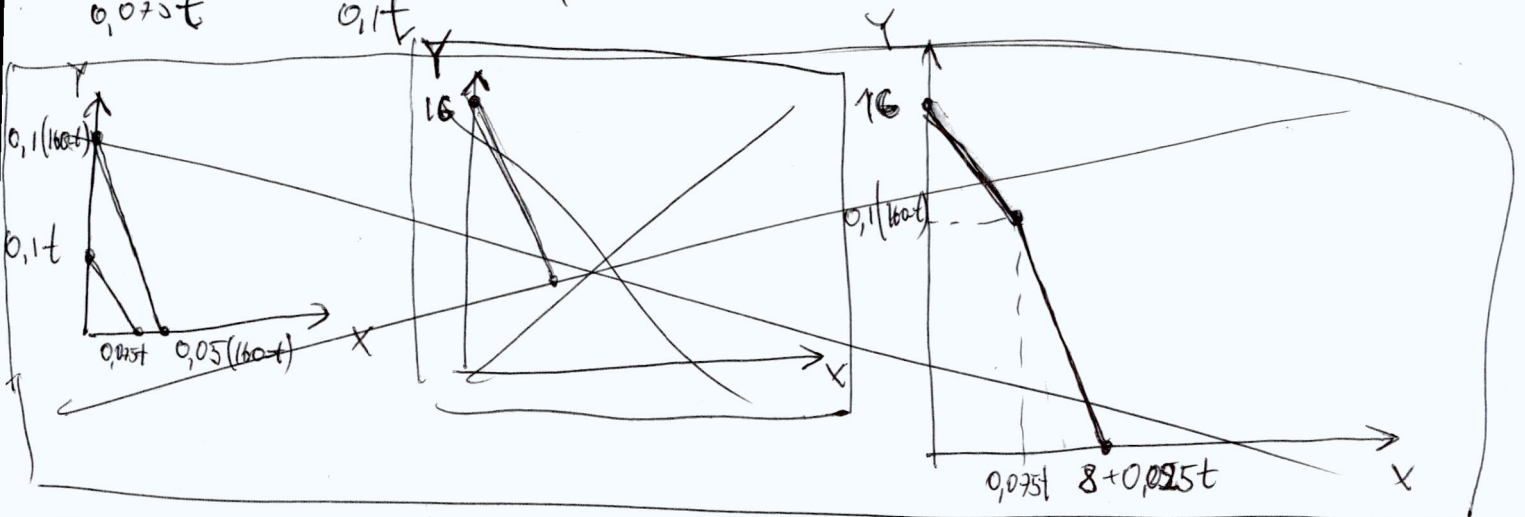
б) Пусть на курсах повышения квалификации было $4t$ человек (повысило квалификацию t человек)

Тогда эта группа может произвести $0,075t$ товара X или $0,1t$ товара Y

Пусть a_1, b_1, a_2, b_2 — количество единиц товара X и Y для обученных и необученных сотрудников.

$$\frac{a_1}{0,05(160-t)} + \frac{b_1}{0,1(160-t)} = 1$$

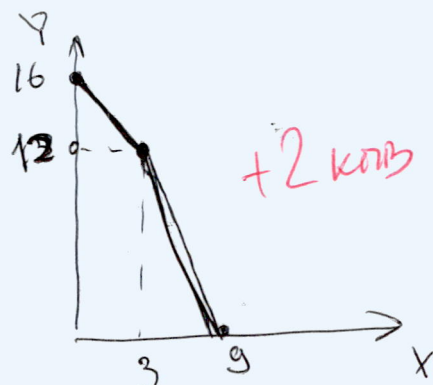
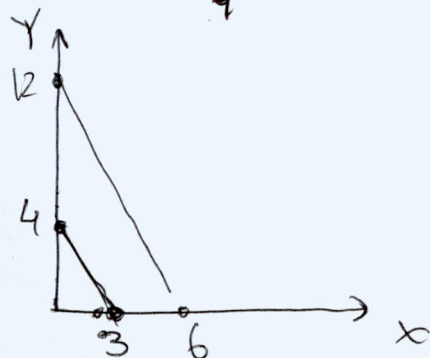
$$\frac{a_2}{0,075t} + \frac{b_2}{0,1t} = 1$$



В первом случае $t = 40$

$$\frac{a_1}{6} + \frac{b_1}{12} = 1$$

$$\frac{a_2}{3} + \frac{b_2}{4} = 1$$



то при $x \in [0, 3]$ $y = 16 - \frac{4}{3}x$

при $x \in [3, 9]$ $y = 18 - 2x$

а почему именно так?
объяснение КТВ $3-1=2$

Для любого выигрыша y выигрыш x увеличится не более чем на $40 \cdot 0,025 = 1$. При этом зарплату придется платить на $0,1 \cdot 40 = 4$ больше поэтому

Максимум прибыли в одной из точек $(0, 16), (3, 12), (9, 0)$

$$Pr_1 = 15 \cdot 16 + 9 \cdot 0 - 94 = 240 - 94 = 146$$

$$Pr_2 = 15 \cdot 3 + 9 \cdot 12 - 94 = 45 + 108 - 94 = 153$$

$$Pr_3 = 15 \cdot 0 + 9 \cdot 0 - 94 = -94$$

$$Pr_4 =$$

$$Pr_1 = 15 \cdot 0 + 9 \cdot 16 - 94 = 144 - 94 = 50$$

$$Pr_2 = 15 \cdot 3 + 9 \cdot 12 - 94 = 45 + 108 - 94 = 153$$

$$Pr_3 = 15 \cdot 9 + 9 \cdot 0 - 94 = 135 - 94 = 41$$

$Pr_2 = 59$ максимална. А это меньше 70. Значит проводить не стоит

+2

8) 10
15
W

5-1=4

Задача №2.

Пусть выбраны цены p . Тогда в оптимальном случае миндус осуществит:

$$(Pr_2)' = (pq_2 - 0,5q_2^2)' = p - q_2 = 0 \quad (\text{находим ветви функции, значит максимума})$$

$$q_2 = p \text{ перевозок}$$

$$\text{Тогда Автолайм остается } 600 - p - q_2 = 600 - p - p = 600 - 2p$$

В оптимальном случае Автолайм осуществит

$$(Pr_1)' = (pq_1 - 0,25q_1^2)' = p - 0,5q_1 = 0 \quad (\text{находим ветви функции, значит максимума})$$

$$q_1 = 2p \text{ перевозок}$$

То есть Автолайм осуществит $\min(600 - 2p, 2p)$ перевозок (т.к. на отрезке $[0, 2p]$ функция возрастает)

$$1) p \leq 150$$

$$q_2 = \min(600 - 2p, 2p) = 2p$$

$$Pr = 2p \cdot p - 0,25q_1^2 = 2p^2 - p^2 = p^2$$

$$Pr_{\max} = 150^2 = 22500$$

$$2) p > 150$$

$$q_1 = \min(600 - 2p, 2p) = 600 - 2p$$

$$Pr = (600 - 2p)p - 0,25(600 - 2p)^2 = 600p - 2p^2 - 90000 + 600p - p^2 = 1200p - 3p^2 - 90000 \rightarrow \max$$

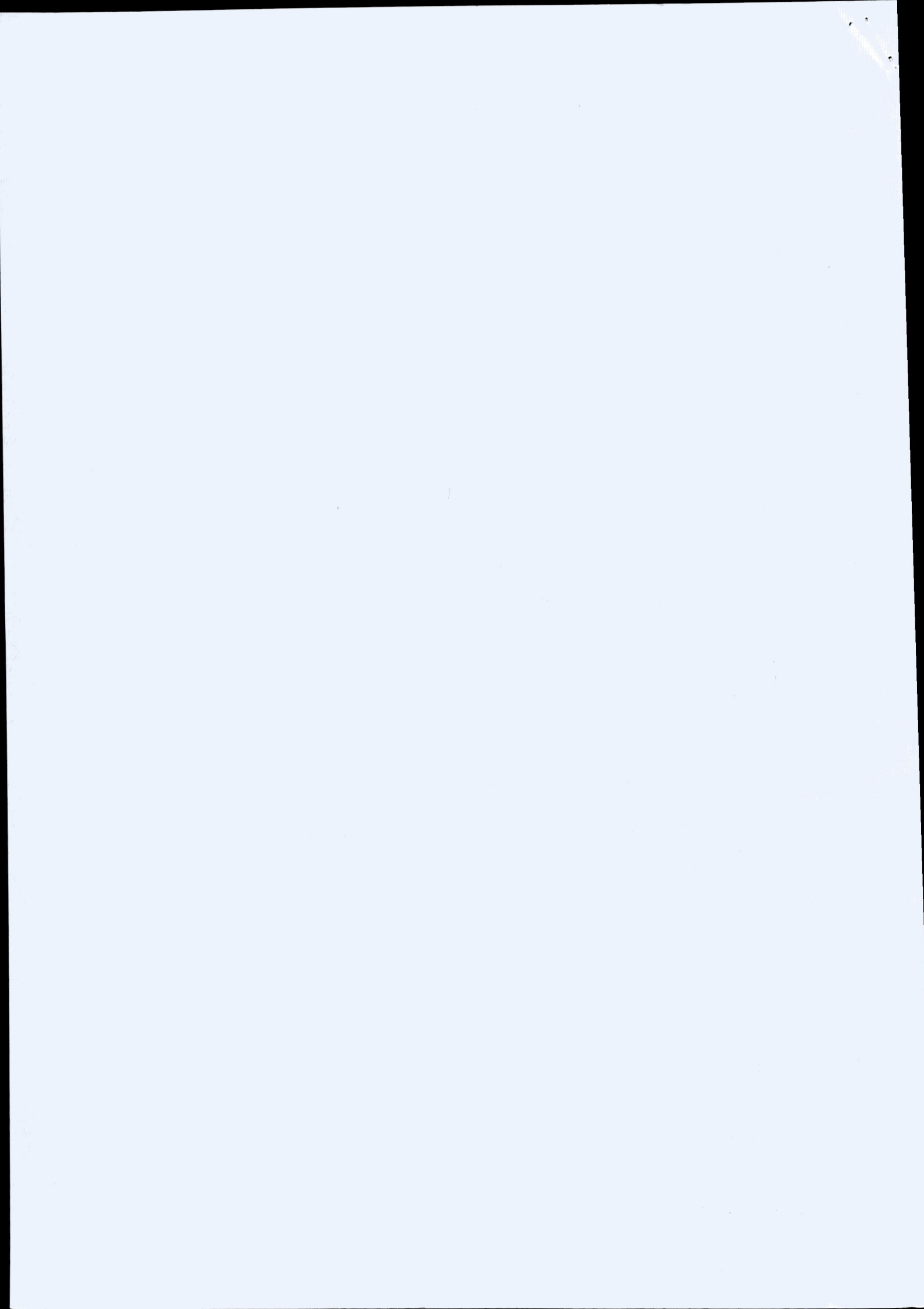
$$1200 - 6p = 0$$

$$1200 - 6p = 0$$

$$p = 200 \quad (\text{находим ветви функции, значит точка максимума})$$

$$Pr_{2\max} = 1200 \cdot 200 - 3 \cdot 200^2 - 90000 = 240000 - 120000 - 90000 = 30000$$

$$Pr_{2\max} > Pr_{1\max} \Rightarrow \text{цена будет } 200,$$



Задача №3.

$$a) \frac{dQ_s^x}{dP_x} \cdot \frac{P_x}{Q_s^x} = 1$$

$$(Q_s^x)' = \frac{Q_s^x}{P_x} \Rightarrow Q_s^x = a P_x \quad \text{✓}$$

$$MC_x = bQ + c$$

~~$$Pr = PQ - QMC_x - TFC$$~~

$$MR = P_x$$

$$P_x = bQ + c = abP_x + c, \text{ при всех } P \Rightarrow c=0, b=\frac{1}{a}$$

$$MC = \frac{Q_x}{a}$$

У-сов. спрос.

~~$$Pr_y = P_y Q_y - P_x Q_x = 70P_y - P_y^2 - 70P_x + P_x P_y \rightarrow \max$$~~

$$P_y = \frac{70 + P_x}{2} = 40 \text{ (находим ветви макс - минимум)}$$

$$Q_y = 70 - P_y = 30$$

$$Q_x = Q_y = 30$$

$$Q_x = a P_x = 10a$$

$$Q_y = 70 - P_y = 30$$

$$a=3, MC_x = \frac{Q}{3}$$

$$b) Pr = (P_y^t Q_y - P_x Q_x = 70P_y - P_y^2 - 70P_x + P_x P_y - 70t + P_y \rightarrow \max$$

$$70 - 2P_y + P_x + t = 0$$

$$P_y = \frac{70 + P_x + t}{2}$$

$$R = Q_x P_x - \frac{Q_x^2}{3} - TFC$$

$$P_x - \frac{2}{3} Q_x \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} P_x = \frac{8}{3} Q_x = \frac{8}{3} Q_y = \frac{8}{3} (70 - P_y) \\ P_y = \frac{70 + P_x + t}{2} \end{cases}$$

$$\text{В итоге получ } Q_y \cdot t = 378$$

$$P_x = 135 - \frac{3}{2} P_y$$

$$P_y = \frac{70 + P_x + t}{2} = \frac{70 + 135 - \frac{3}{2} P_y + t}{2}$$

$$\frac{7}{2} P_y = 175 + t$$

$$P_y = 25 + \frac{2}{7} t$$

$$t = \frac{7}{2} P_y - 175$$

$$378 = t Q_y = \left(\frac{7}{2} P_y - 175 \right) (70 - P_y) = \left(\frac{7}{2} P_y - 175 \right) Q_y =$$

$$\left(\frac{7}{2} (70 - Q_y) - 175 \right) Q_y = \left(245 - \frac{7}{2} Q_y - 175 \right) Q_y = \left(70 - \frac{7}{2} Q_y \right) Q_y$$

$$378 = \left(70 - \frac{7}{2} Q_y \right) Q_y$$

$$108 = (70 - Q_y) Q_y$$

$$Q_y^2 - 70 Q_y + 108 = 0$$

0

$$6) P_y = \frac{P_x + 70 + t_x}{2}$$

$$Q_x (P_x - t_x) - \frac{Q_x^2}{3} \rightarrow \max$$

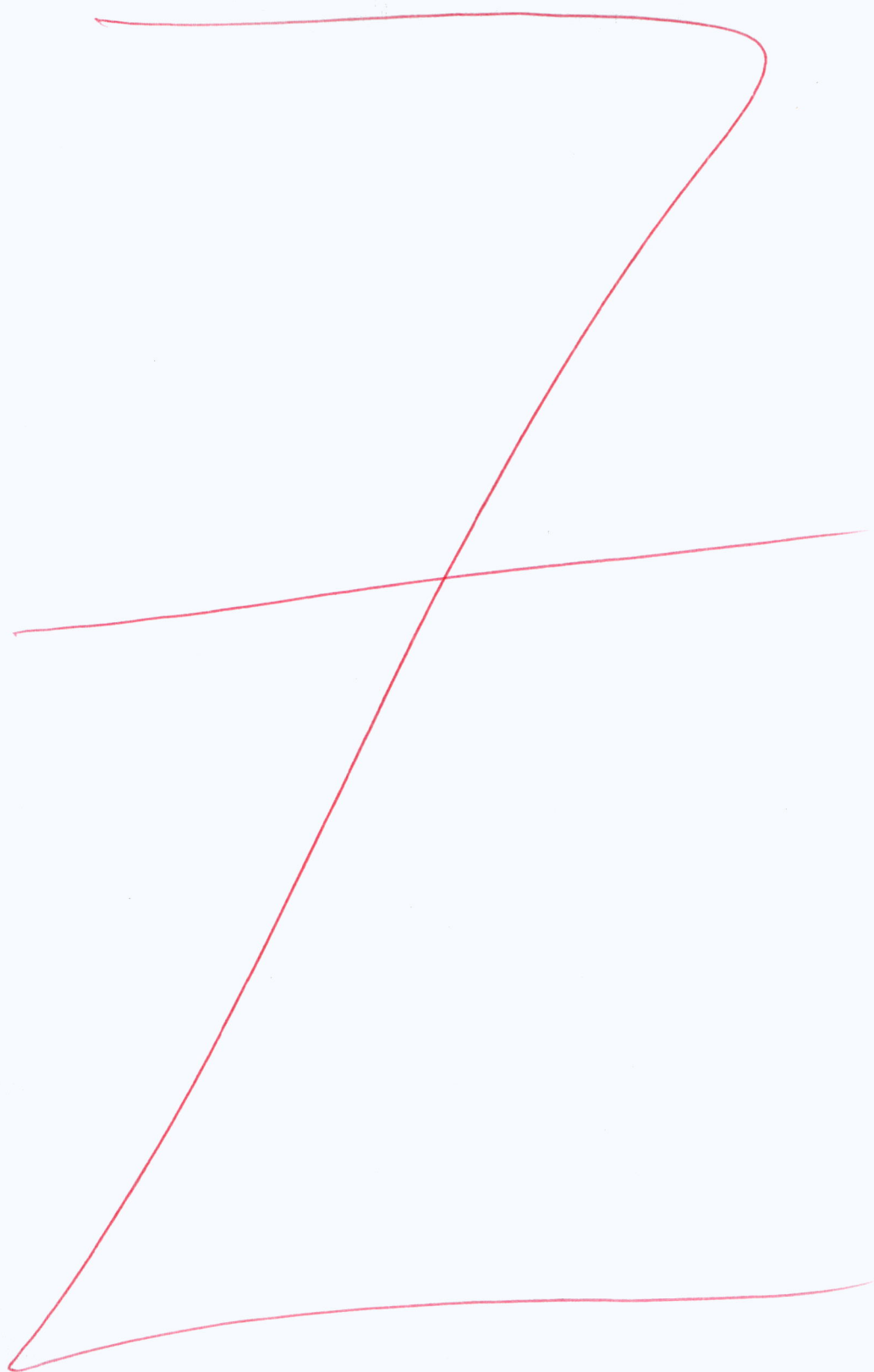
$$P_x - t_x - \frac{2}{3} Q_x = 0$$

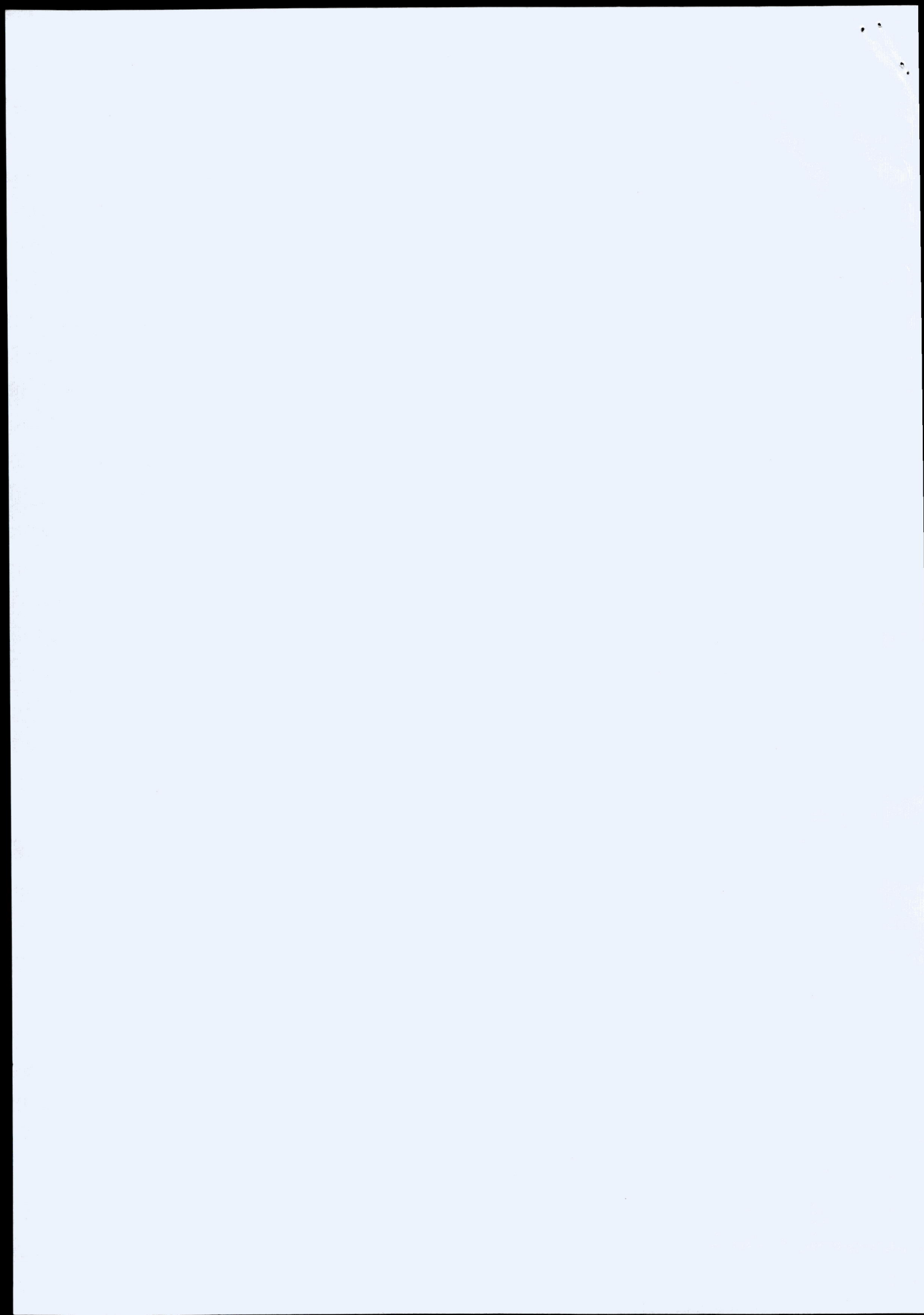
$$P_x = \frac{2}{3} Q_x + t_x = \frac{2}{3} (70 - P_y) + t_x$$

$$P_y = \frac{2}{3}$$

0

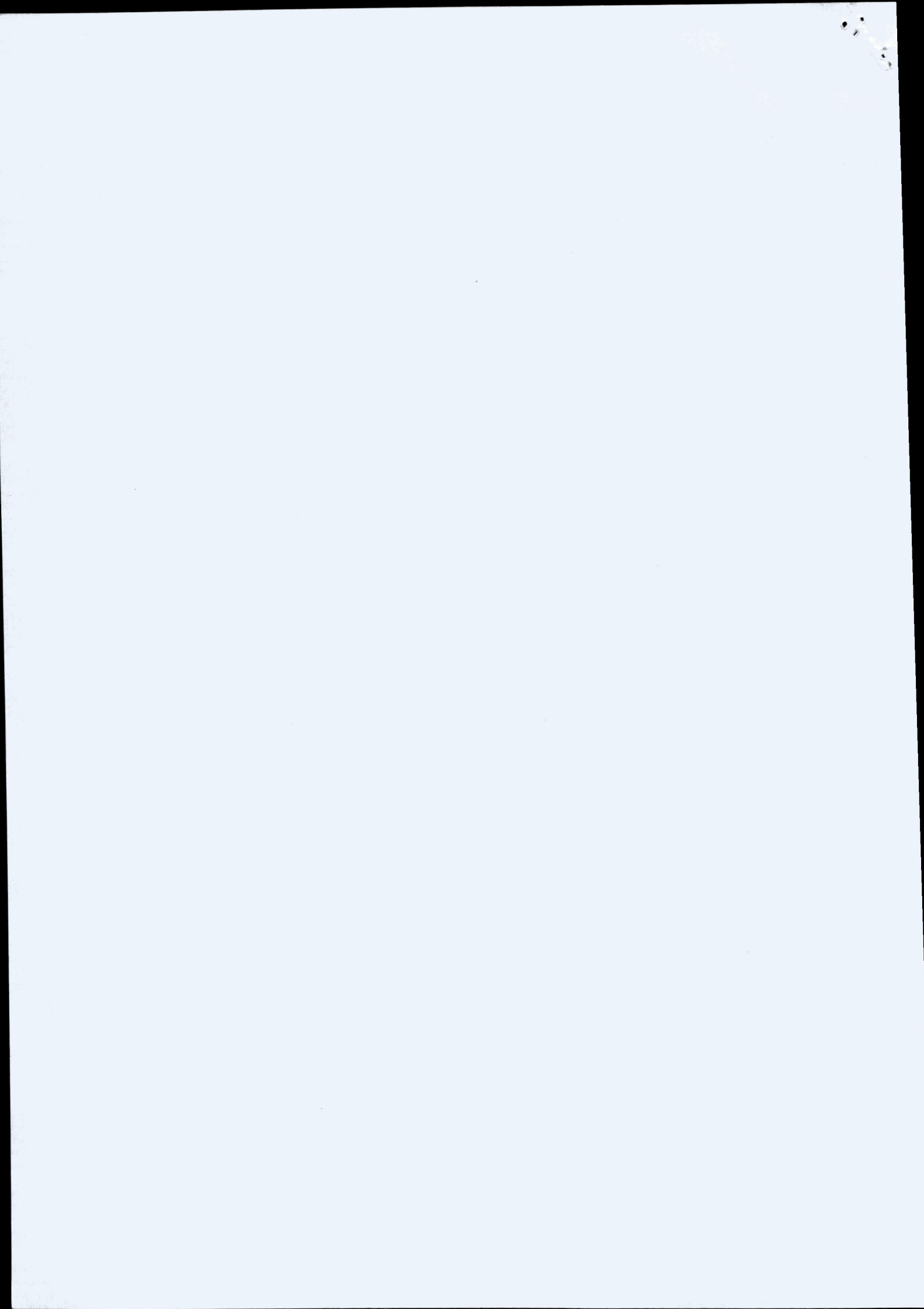
Задача №4.





Задача №6.

- а) Чаще всего в Престижные вузы подают документы более умные и талантливые, чем в средние. Поэтому они могут добиться больших успехов, чем люди, обучающиеся в Средних университетах. 3/3
- б) Люди пытаются ездить по дорогам, на которых как можно меньше ям. Поэтому ямы на хороших дорогах используются чаще, чем на плохих. Поэтому ямы на плохих дорогах реже, чем на хороших. При этом на плохих дорогах люди пытаются избежать ям, а на хороших меньше. 3/8
- в) Люди, состоящие на учете в полиции, можно сказать, удовлетворяют своего потребностей в приключении с помощью походов в кинотеатры. Иначе они будут заниматься этим в жизни. 2/8



Задача №5.

а) Пусть выбран завод 1. Тогда прибыль:

$$\pi_1 = p q_1 - q_1^2 - q_1 - 100 \rightarrow \max$$

$$(\pi_1)' = p - 2q_1 - 1 = 0$$

$$q_1 = \frac{p-1}{2} \quad (\text{точка максимума, т.к. парабола ветвится вверх})$$

$$\pi_1 = p \frac{p-1}{2} - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 - \frac{p-1}{2} - 100 = \frac{p^2}{2}p - \frac{p^2 - 2p + 1}{4} - \frac{p-1}{2} - 100 = \frac{p^2 - 2p - 399}{4}$$

Пусть выбран завод 2. Тогда:

$$\pi_2 = p q_2 - 2q_2^2 - q_2 - 28 \rightarrow \max$$

$$(\pi_2)' = p - 4q_2 - 1 = 0$$

$$q_2 = \frac{p-1}{4} \quad (\text{точка максимума, т.к. парабола ветвится вверх})$$

$$\pi_2 = p \frac{p-1}{4} - 2\left(\frac{p-1}{4}\right)^2 - \frac{p-1}{4} - 28 = \frac{p^2}{4}p - \frac{p^2 - 2p + 1}{8} - \frac{p-1}{4} - 28 = \frac{p^2 - 2p - 223}{8}$$

$$\pi_1 \vee \pi_2$$

$$\frac{p^2 - 2p - 399}{4} \vee \frac{p^2 - 2p - 223}{8}$$

$$2p^2 - 4p - 798 \vee p^2 - 2p - 223$$

$$p^2 - 2p - 575 \vee 0$$

$$p^2 - 2p - 2300 \vee 0$$

$$p = \frac{2 \pm \sqrt{9204}}{2}$$

$$p^2 - 2p - 2300 \geq 0 \quad \text{при} \quad p \geq \frac{2 + \sqrt{9204}}{2} = 1 + \sqrt{2301}$$

$$\frac{p^2 - 2p - 223}{8} > 0 \quad \text{при} \quad p > \frac{2 + \sqrt{896}}{2} = 1 + \sqrt{224}$$

$$\text{При } p < \text{при } p \leq 1 + \sqrt{224} \quad \text{никакой}$$

$$\text{При } 1 + \sqrt{224} \leq p \leq 1 + \sqrt{2301} \quad \text{II завод}$$

$$\text{При } 1 + \sqrt{2301} \leq p \quad \text{I завод}$$

5/8

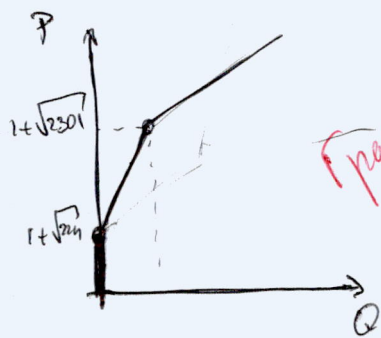


График не линейный
(-1)

$$Q_s = \begin{cases} \frac{P-1}{4} & \text{при } 1+\sqrt{24} \leq P < 1+\sqrt{301} \\ \frac{P-1}{2} & \text{при } 1+\sqrt{301} \leq P \\ 0 & \text{при } P < 1+\sqrt{24} \end{cases}$$

б) $MC_1 = MC_2$

это только если он производит на
одной заводе

$$2q_1 + 1 = 4q_2 + 1$$

$$q_1 = 2q_2$$

$$Pr = P \cdot q_1 - q_1^2 - q_1 - 100 + P \cdot q_2 - 2q_2^2 - q_2 - 28 = 3Pq_2 - 4q_2^2 - 2q_2 - 100 - 2q_2^2 - q_2 - 28 = 3Pq_2 - 6q_2^2 - 3q_2 - 128 \rightarrow \max$$

$$3P - 12q_2 - 3 = 0$$

$$P = 4q_2 + 1$$

$$q_2 = \frac{P-1}{4}$$

? Кто это означает? Выбор теперь другой.
То есть производить на заводе он будет так же как и в а).

$$q_1 = \frac{P-1}{2}$$

~~$$Pr = Pr_1 + Pr_2 = \frac{P^2 - 2P - 389}{4} + \frac{P^2 - 2P - 223}{8} = \frac{3P^2 - 6P - 1021}{8} \rightarrow \max$$~~

~~$$6P - 6 = 0$$~~

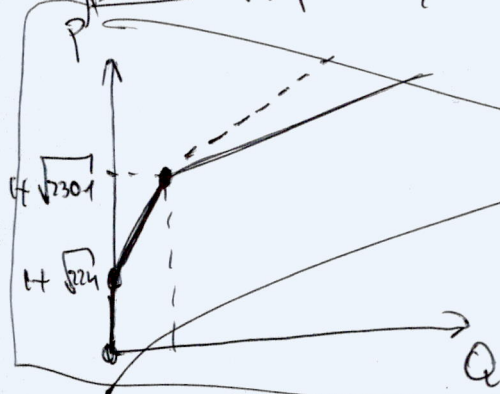
~~$$P = \frac{P^2 - 2P - 389}{4} + \frac{P^2 - 2P - 223}{8} = \frac{3P^2 - 6P - 1021}{8} > 0$$~~

~~$$Pr = Pr_1 + Pr_2 = \frac{P^2 - 2P - 389}{4} + \frac{P^2 - 2P - 223}{8} = \frac{3P^2 - 6P - 1021}{8} > 0$$~~

~~$$\text{при } P > \frac{6 + \sqrt{12288}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{12288}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{1024}}{3}$$~~

~~$$\text{при этом } Pr_1 > 0 \text{ и } Pr_2 > 0$$~~

~~$$Pr = Pr_1 + Pr_2 \text{ при этом } Pr_1 \text{ и } Pr_2 > 0$$~~



$$Q = \begin{cases} \frac{P-1}{4} & \text{при } 1+\sqrt{24} \leq P < 1+\sqrt{301} \\ \frac{3P-3}{4} & \text{при } 1+\sqrt{301} \leq P \\ 0 & \text{при } P < 1+\sqrt{24} \end{cases}$$

N5

$$Pr_1 > 0$$

$$\frac{p^2 - 2p - 399}{4} > 0$$

б)

$$p^2 - 2p - 399 > 0$$

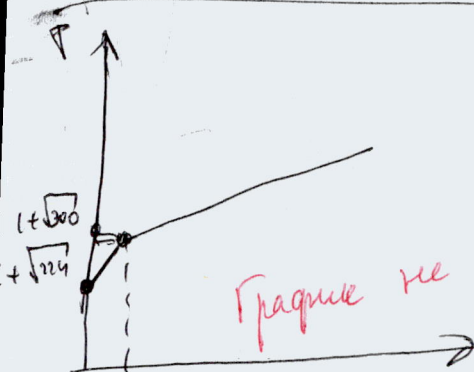
$$p > \frac{2 + \sqrt{1200}}{2} = 1 + \sqrt{300}$$

Корни на границе северно

б) Пусть пусть p

Заметим, что $37 < 1 + \sqrt{2304}$. Поэтому производиться будет максимум 1 завод. Тогда

$$q = \frac{p-1}{4}$$



$$Q = \begin{cases} 0, & \text{при } p < 1 + \sqrt{224} \\ \frac{p-1}{4}, & \text{при } 1 + \sqrt{224} \leq p < 1 + \sqrt{300} \\ \frac{3p-3}{4}, & \text{при } 1 + \sqrt{300} \leq p \end{cases}$$

График не непрерывен!

3/6

на I участке никто не производится

на II участке на II заводе производится $\frac{p-1}{4}$

на III участке на II заводе $\frac{p-1}{4}$, на I - $\frac{p-1}{2}$

б) Пусть когда завода работают ($p \leq 1 + \sqrt{300}$)

Тогда $q = \frac{p-1}{4}$

$$q = 32 - p$$

$$\frac{p-1}{4} = 32 - p$$

$$5p = 148 + 1 = 149$$

$$p = \frac{149}{5} > 1 + \sqrt{224}$$

Сравнение прибыли
для трех случаев?

0/11

Поэтому $\frac{3p-3}{4} = 32 - p$

$$p = \frac{151}{7}$$

