

**XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2015**

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
<u>Сергунин Андрей Владимирович</u>
Класс
<u>11</u>
Субъект Российской Федерации
<u>Новосибирская область</u>
Регистрационный номер
<u>3316</u>

53263

11.07 - 11.10

12.38 - 12.39

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Второй тур

З А Д А Ч И

Дата написания *13 апреля 2015г*

Количество заданий *6*

Сумма баллов *150*

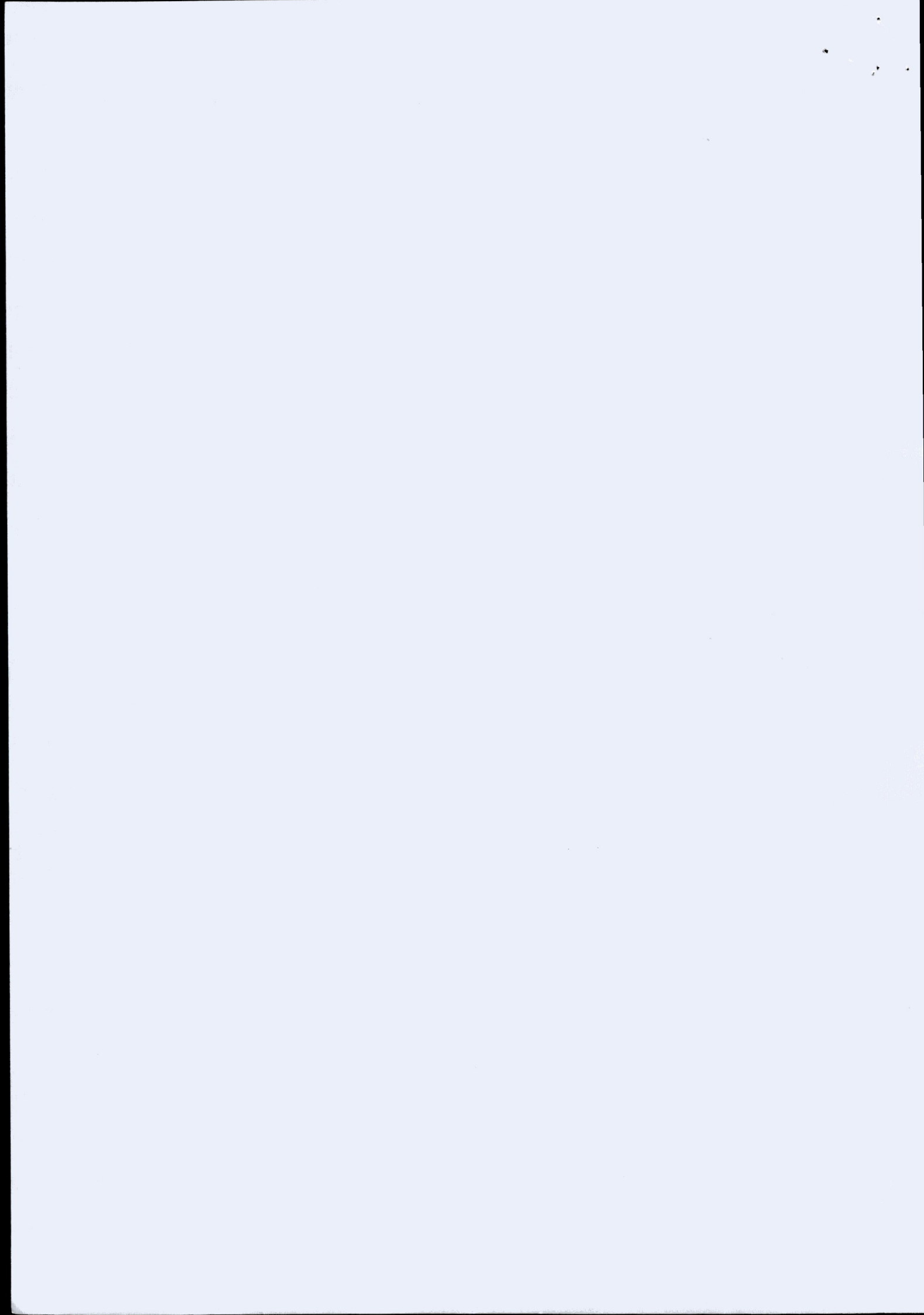
Время написания *240 минут*

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

*Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!*

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	<i>19</i>	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>1</i>	<i>17</i>	
Подпись	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	<i>[подпись]</i>	

53263



Задача №7.

а) Пусть зафиксированы w и e_t

Тогда учитель максимизирует

$$v_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \rightarrow \max$$

$$v_s' = 1 - \frac{2}{e_t} \cdot e_s = 0$$

$$e_s = \frac{e_t}{2} \quad (\text{парабола ветвится вниз, значит максимум})$$

Пусть зафиксированна w .
Учитель знает, что $e_s = \frac{e_t}{2}$, значит:

$$U_t = w \cdot \left(e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \right)$$

$$v_s = \frac{e_t}{2} - \frac{\left(\frac{e_t}{2}\right)^2}{e_t} = \frac{e_t}{4}$$

Пусть зафиксированна w

Учитель знает, что $e_s = \frac{e_t}{2}$ и $v_s = \frac{e_t}{4}$. Значит:

$$U_t = w \cdot v_s - e_t^2 = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 \rightarrow \max$$

$$U_t' = \frac{w}{4} - 2e_t$$

$$e_t = \frac{w}{8} \quad (\text{максимум, т.к. парабола ветвится вниз})$$

$$e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{w}{16}$$

$$U_t = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 = w \cdot \frac{w}{32} - \left(\frac{w}{8}\right)^2 = \frac{w^2}{64}, \quad v_s = \frac{e_t}{4} = \frac{w}{32}$$

б) $U_a = v_s + U_t - \frac{w^2}{32} \stackrel{!}{=} \frac{w}{32} + \frac{w^2}{64} = \frac{w^2}{32} = \frac{3w - 2w^2}{64} \rightarrow \max$

$$U_a' = \frac{3 - 4w}{64} = 0$$

$$w = \frac{3}{4}$$

$$e_t = \frac{w}{8} = \frac{3}{32}$$

$$e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{3}{64}$$

в) $U_t = \frac{w}{64} - e_t^2$. Чем больше e_t тем меньше $U_t \Rightarrow e_t = \frac{1}{16}$

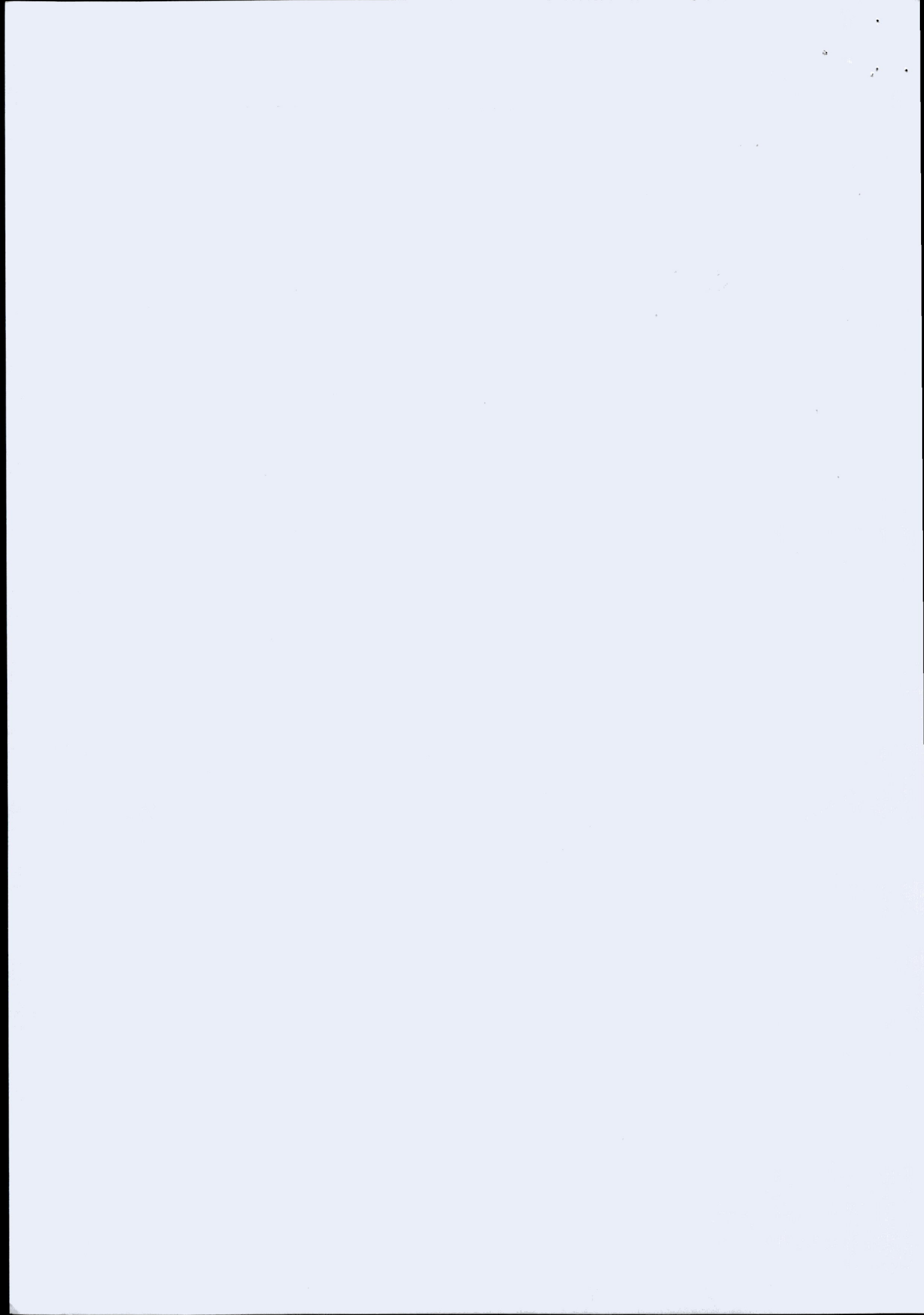
$$U_t = \frac{w}{64} - \left(\frac{1}{16}\right)^2 = \frac{4w - 1}{256}$$

$$e_s = \frac{e_t}{2} = \frac{1}{32}$$

$$v_s = \frac{e_t}{4} = \frac{1}{64}$$

Если учителю все равно, учитывать или не учитывать результат учеников, то

$$\frac{4w - 1}{256} = \frac{w^2}{64} \Rightarrow 4w - 1 = 4w \Rightarrow \cancel{4w} - 1 = 0, \text{ то есть ни при каком.}$$



Задача №8.

а) Пусть было захвачено N земель, тогда

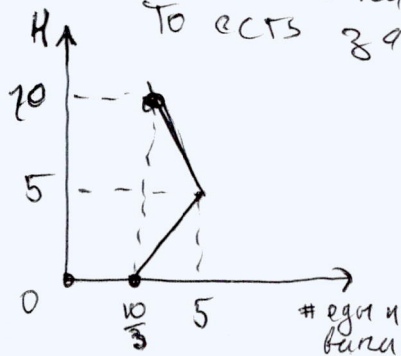
а) Пусть захвачено N земель. ~~Предположим $N \leq 10 - N$~~ . Пусть $A \geq 0$ людей захваченных земель производит еду, а B изначальных вино.

Тогда скажем производить $\min(A, B)$ захваченных земель вино, и $\min(A, B)$ изначальных еду. Еды и вина останется одинаковое количество, но оно увеличится.

Предположим $N \leq 10 - N$. Тогда все люди захваченных земель производят вино. При этом N человек-человек тратится на еду у изначальных людей. Остилось $10 - 2N$ человеко-часов. Пусть они производят a еду и b вина и тогда $2a + b = 10 - 2N$, $a = b \Rightarrow 3a = 10 - 2N \Rightarrow a = \frac{10 - 2N}{3}$.

Всего производится $a + N$ еду и столько же вина $a + N = \frac{10 + N}{3} \rightarrow \max$, $N \leq 5 \Rightarrow \max(a + N) = \frac{10 + 5}{3} = 5$.

Заменяя N на $10 - N$ получим аналогичный случай $N \geq 10 - N$. То есть захватит 5 земель



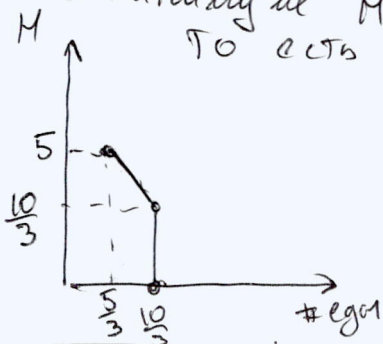
б) Предположим $N \leq 10 - 2N$. Тогда аналогично пункту а);

$$\# \text{ еды} = N + \frac{10 - 2N - N}{3} = \frac{10}{3}$$

б) Предположим $N \geq 10 - 2N$. Тогда аналогично пункту а);

$$\# \text{ еды} = 10 - 2N + \frac{N - (10 - 2N)}{3} = \frac{20}{3} - N \quad (\text{что достигает максимума в минимуме } N, \text{ а он равен } \frac{10}{3})$$

То есть захватит от 0 до 10/3 земель



б) Пусть $M \leq 10 - M^2$. Тогда аналогично а):

13) $\# \text{едн} = M + \frac{10 - M^2 - M}{3} = \frac{10 + 2M - M^2}{3} \rightarrow \max$
 $\max \quad 2 - 2M = 0$

$M = 1$ (максимум, т.к. парабол ветвится вниз)
 $\# \text{едн} = \frac{11}{3}$

2) Пусть $M \geq 10 - M^2$

$$\# \text{едн} = 10 - M^2 + \frac{M - (0 - M^2)}{3} = \frac{20 - 2M^2 + M}{3} \rightarrow \max$$

$$-4M + 1 = 0$$

$M = \frac{1}{4}$ (максимум, т.к. парабол ветвится вниз)

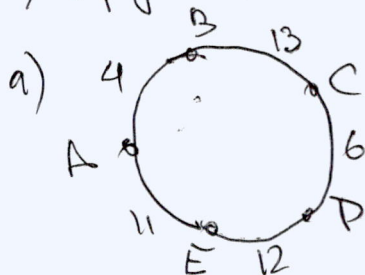
Но $\frac{1}{4} < 10 - (\frac{1}{4})^2$ поэтому максимум на отрезке из концов
если он ~~внутри~~ при $M = 10 - M^2$ то это значение меньше
получаемого в 1) т.к. эта точка принадлежит графику ~~внутри~~ случаю 1)
если в ~~случае~~ $M = \sqrt{10}$ то $\frac{20 - 2 \cdot \sqrt{10}^2 + \sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3} < \frac{11}{3}$.

~~То есть $\max(\# \text{едн}) = \frac{11}{3}$.~~

То есть захватит 1 землю

Задача №9.

а) Предположим построены дороги $BC = 13$ км.



Будем называть длину отрезка XY расстоянием между пунктами по прямой стрелке. (обозначаем $|XY|$)

Дороги будут соединять некоторый отрезок городов, содержащий A .

1) Пусть ~~он~~ Пусть Дорогострой соединит 0 городов тогда получит 0.

2) Пусть соединит 1 город, тогда получит $P - \min(|AB|, |EA|) \cdot 100 =$
 $P - 400$

3) Пусть соединит 2 города, тогда получит $2P - \min(|DA|, |EB|, |AC|) \cdot 100 =$
 $2P - \min(23, 15, 17) \cdot 100 =$
 $2P - 1500$

4) Пусть соединит 3 города тогда получит $3P - \min(|CA|, |DB|, |EC|, |AD|) \cdot 100 =$
 $3P - \min(29, 27, 28, 23) \cdot 100 =$
 $3P - 2300$

5) Пусть соединит 4 города, тогда выкинет длиннейшую дорогу и получит
 $4P - 3300$

Пусть он выберет вариант 2) тогда $P - 1100 \geq 0$ (или выберет 1)).

Но тогда $P - 800 > 0$ и ему выгоднее брать 3). Поэтому он никогда не выберет этот вариант

$$Pr = \max(0, P - 400, 3P - 2300, 4P - 3300).$$

$P < 400$ $P - 400 < 0$, $3P - 2300 < 0$, $4P - 3300 < 0$. То есть ничего не будет строить

$$P - 400 \leq 3P - 2300 \quad \text{при } P \leq 500 \quad 3500 \leq \text{при } 350 \leq P$$

$$P - 400 \leq 4P - 3300 \quad \text{при } \frac{2800}{3} \leq P$$

$$3P - 2300 \leq 4P - 3300 \quad \text{при } 1000 \leq P.$$

Будет выбран город

То есть на отрезке $P \in [400; 350]$ будут выбраны города B и $Pr = P - 400$

На интервале $P \in [350; 1000]$ будут выбраны города B, E, D и $Pr = 3P - 2300$

При $P \geq 1000$ будут выбраны роза В, С, D, E и $P_r = 4P - 3300$

б)

$$P_r = \begin{cases} 0 & P < 400 \\ P - 400 & 400 \leq P < 850 \\ 3P - 2300 & 850 \leq P < 1000 \\ 4P - 3300 & 1000 \leq P \end{cases}$$

✓
25

Задача №10.

а) Соловучий конус:

$$Y = 2\sqrt{L} \cdot 100 = 200\sqrt{L}$$

Каждая фирма максимизирует прибыль:

$$Pr = P \cdot 2\sqrt{L} - wL$$

$$Pr' = P \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} - w = 0$$

$$\sqrt{L} = \frac{P}{w}$$

$$L = \left(\frac{P}{w}\right)^2 \text{ (точка максимума, т.к. } Pr(0) = 0, \text{ а } Pr\left(\left(\frac{P}{w}\right)^2\right) = P \cdot 2 \cdot \frac{P}{w} - w \frac{P^2}{w^2} = \frac{P^2}{w} > 0)$$

$$200\sqrt{L} = 40 + 1,2 \frac{M}{P} \quad \text{~~не подходит~~}$$

$$200\sqrt{L} = 200 \frac{P}{w}$$

$$200 \frac{P}{w} = 40 + 1,2 \frac{M}{P} = 40 + \frac{60}{P}$$

$$100P = 40 + \frac{60}{P}$$

$$5P^2 = 2P + 3$$

$$P = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{10}$$

$$P = 1$$

$$Y = 200 \frac{P}{w} = 100 \quad \text{~~не подходит~~}$$

б) $M_1 = 1,6M$

$$200 \frac{P}{w} = 40 + 1,2 \frac{M_1}{P} = 40 + \frac{96}{P}$$

$$100P = 40 + \frac{96}{P}$$

$$25P^2 = 10P + 24$$

$$P = \frac{10 \pm \sqrt{2500}}{50}$$

$$P = \frac{6}{5} \text{ увеличится на } 20\%$$

$$Y = 200 \cdot \frac{P}{w} = 120 \text{ увеличится на } 20\% \quad \text{~~не подходит~~}$$

в) профессор хочет, чтобы $\frac{w}{P} = 2$, тогда

$$200 \cdot \frac{P}{w} = 40 + \frac{96}{P}$$

$$100 = 40 + \frac{96}{P}$$

$$P = \frac{96}{60} = 1,6 \text{ увеличится на } 60\%$$

$$w = 2P = 3,2$$

$$Y = 200 \frac{P}{w} \geq 100 \text{ не изменится.}$$

2) более эффективная неожиданка, т.к. при этом увеличивается выпуск в стране.

Задача №11.

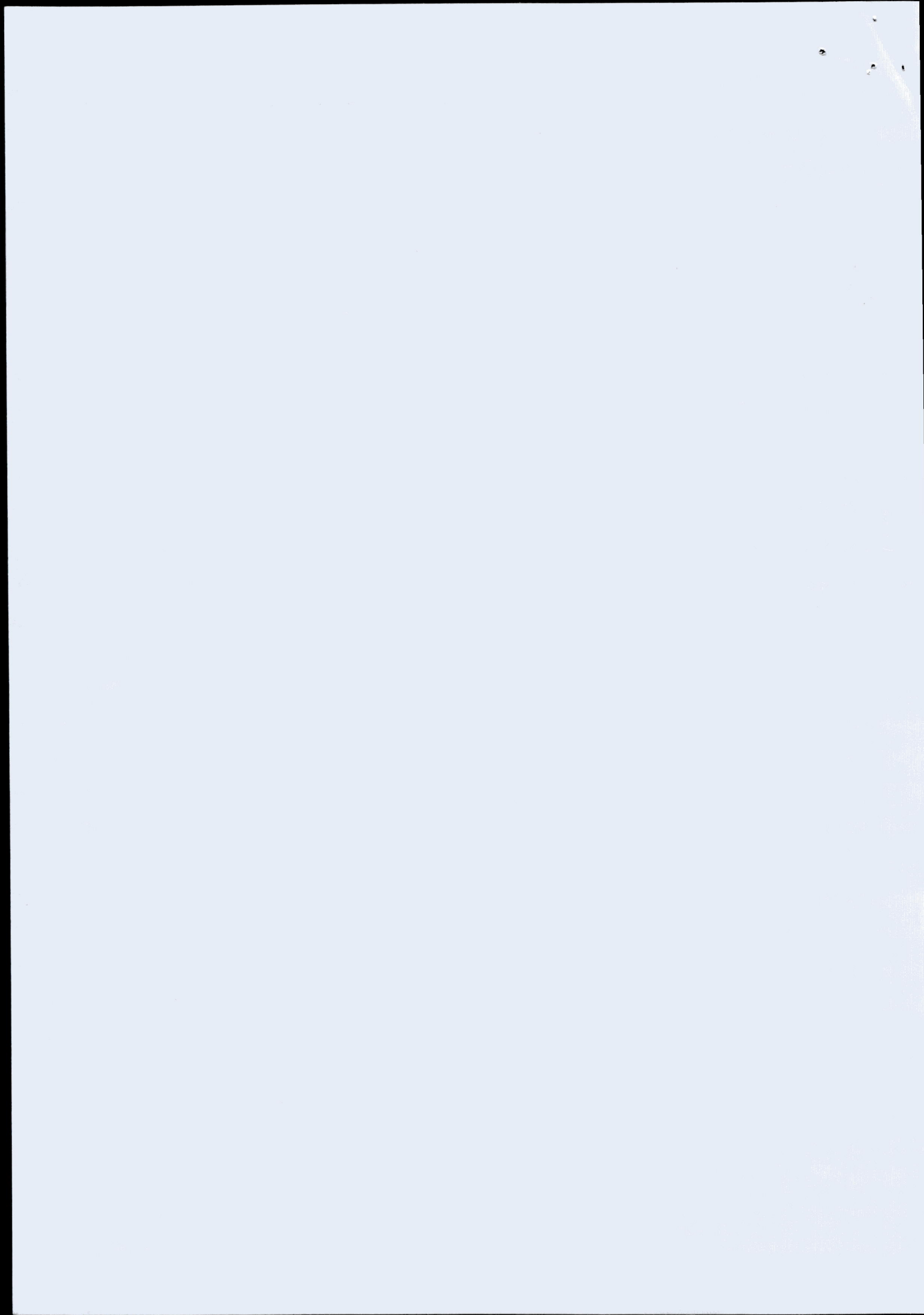
а) Если нужно выплачивать долг, государство заинтересованно в поднятии экономики страны для уплаты. Поэтому она будет пытаться улучшить экономику. ?

б)

б) При таком налоге богатые будут меньше возможно меньше сжимать производство. А значит меньше пострадает экономика. +1 ?

в)

1



Задача №12.

а) Работодателю не выгодно, чтобы его сотрудники болели (в таком случае
выгода никакой не получает и нужно оплачивать больничные). А с бескапитальным
медцинским страхованием люди охотнее лечатся/ходят в больницу. Люди не
будут экономить на транспорте и мед. обслуживании. Поэтому будет меньше опозданий и
заболеваний. + *хотят*

(5/9)

б) Если общественный транспорт бескапитален, то многие люди перейдут
с автомобилей на него. При этом сильно уменьшится количество машин
на дорогах. + (это уменьшит, например, количество пробок, затраты на ремонт дорог и т.д.) (9/2)

Некоторые города не переходят, т.к. в них возможные выгоды меньше, чем
затраты на обслуживание общественного транспорта (его нужно будет больше или сейчас).
или это никак не повлияет на дорожную ситуацию (например пробок не так много машин на
дорогах). + *А еще аргументы?*

(4/8)

