XX ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ 2015

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Фамилия Имя Отчество
Кречу Александра Ивановна
Класс
11
Субъект Российской Федерации
Рязанская область
Регистрационный номер
3294

52926

XX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Первый тур

З А Д А Ч И

Дата написания ***12 апреля 2015г***

Количество заданий ***6***

Сумма баллов ***150***

Время написания ***240 минут***

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются членами жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	15	25	18	10	22	14	
Подпись							

52926

Σ 15

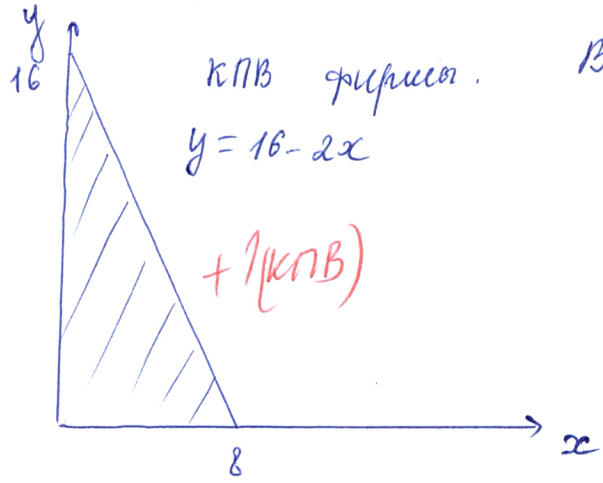
Задача №1.

а) так как альтернативные издержки постоянны, КПВ любого сотрудника за год описывается функцией: $y = 0,1 - 2x$ (исходя из условий задачи). Тогда КПВ (кривая производственных возможностей) фирмы задается функцией $y = 16 - 2x$.

Также по условию $AC_x = AC_y = 1$ (без учета оплаты труда и аренды). Тогда $TC = x + y + 16 w \cdot l + 10 =$
$= x + y + 160 \cdot 0,4 + 10 = x + 16 - 2x + 16 \cdot 4 + 10 = 90 - x$, $x \le 8$
(исходя из КПВ)

Прибыль фирмы $\Pi = P_x \cdot x + P_y \cdot y - TC = 16x + 10y - (90 - x) =$
$= 16x + 160 - 20x - 90 + x = 70 - 3x$. +2 специализация

Функция прибыли убывает по x, поэтому Π_{max} при $x = 0$. $\Pi_{max} = 70$. +2 прибыль



КПВ фирмы.
$y = 16 - 2x$
+1 (КПВ)

п.а) 5б.

В функциях издержек и прибыли $y = 16 - 2x$ исходя из того, что фирма выбирает выпуск, который лежит на КПВ.

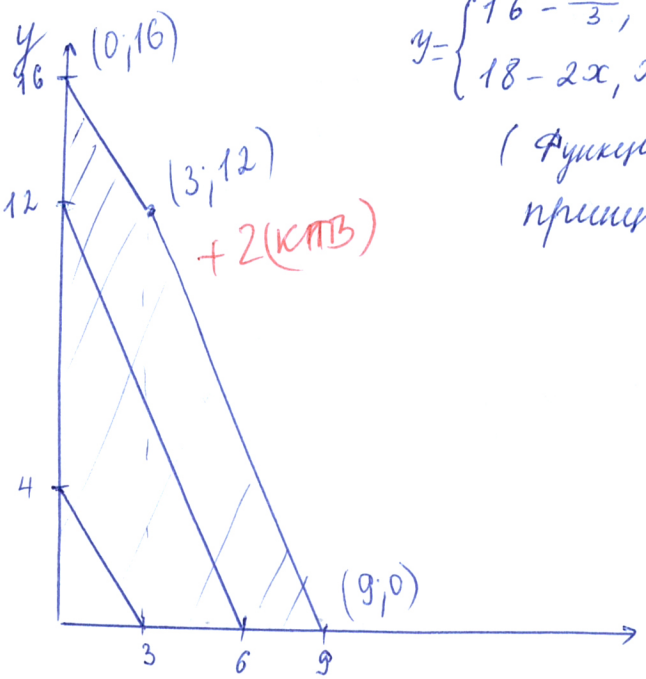
Это происходит потому, что оплата на труд работников ($w \cdot l = 160 \cdot 0,4 = 16 \cdot 4 = 64$) и аренду (10) фиксирована. Переменные издержки $VC_x = AC_x \cdot x = x$ $VC_y = AC_y \cdot y = y$. Тогда $MC_x = MC_y = 1$. В то время как дополнительный доход $MR_x = 16$ (P_x), а $MR_y = 10$ (P_y), что означает, что фирме выгодно производить именно на КПВ.

б) Четверть сотрудников составит $160 : 4 = 40$ человек. Максимальное количество x, которое они смогут произвести после повышения квалификации, составит $0,05 \cdot 1,5 = 0,075$ (для каждого сотрудника). Тогда КПВ каждого из них примет вид: $y = 0,1 - \frac{4}{3}x$. КПВ 40 сотрудни-

ков задается функцией: $y = 4 - \frac{4x}{3}$. У 120 оставшихся сотрудников КПВ имеет вид $y = 0{,}1 - 2x$ (для каждого). Тогда КПВ всех 120 человек задается функцией: $y = 12 - 2x$. Суммарная КПВ примет вид:

$$y = \begin{cases} 16 - \frac{4x}{3}, & x \le 3 \\ 18 - 2x, & x \in (3;9] \end{cases}$$

+3 (объяснение)



+2 (КПВ)

(функция построена исходя из принципа специализации).

Зарплата сорока сотрудников (в год) составит $1{,}25 \cdot 0{,}4 = 0{,}5$. Тогда издержки задаются функцией:

$TC = x + y + 0{,}5 \cdot 40 + 0{,}4 \cdot 120 + 6 + 10 = x + y + 36 + 48 =$

$= x + y + 84{,}78$ а зря

6 д.е. – невозвратные издержки.

$\Pi = 16x + 10y - x - y - 84 = 15x + 9y - 84{,}78$

$$\Pi = \begin{cases} 15x + 9 \cdot (16 - \frac{4x}{3}) - 84{,}78, & x \le 3 \\ 15x + 9 \cdot (18 - 2x) - 84{,}78, & x \in (3;9] \end{cases}$$

+5 ~~сравнение~~ специализация

$$\Pi = \begin{cases} 15x + 144 - 12x - 84{,}78, & x \le 3 \\ 15x + 162 - 18x - 84{,}78, & x \in (3;9] \end{cases}$$

$$\Pi = \begin{cases} 3x + 60{,}66, & x \le 3 \\ 78{,}84 - 3x, & x \in (3;9] \end{cases}$$

Π_{max} в этом случае составит

$\Pi_{max} = 3 \cdot 3 + 60{,}66 = 69{,}75$.

п.б) 10

(функция $\Pi = 3x + 60$, $x \le 3$ возрастает по x).

7/6 $69{,}75 < 70$, поэтому проводить курсы ~~невыгодно~~ для всех сотрудников ~~невыгодно~~. сравнение не удалось из-за ошибки

в) Курсы повышения квалификации повышают альтернативные издержки работы сотрудника на этом предприятии (так как он, вероятно, упускает более высокооплачиваемый набор) с другой

Задача №2.

«Минибус» воспринимает цену на свои услуги как заданную и не может повлиять на нее. Поэтому прибыль этой фирмы (обозначим ее $П_2$) задается функцией $П_2 = p \cdot q_2 - TC_2 = p \cdot q_2 - 0{,}5q_2^2$ – парабола, ветви направлены вниз, максимальное значение достигается при $q_2 = \frac{-p}{-1} = p$.

Тогда обратная функция спроса для «Автолайна» имеет вид: $p = 600 - q_1 - q_2$; $p = 600 - q_1 - p$; $2p = 600 - q_1 \Rightarrow p_d = 300 - 0{,}5q_1$.

Цена для «Автолайна» задается этой функцией, так как эта фирма оказывает влияние на стоимость услуг (сама назначает цену). Тогда ее прибыль (обозначим ее $П_1$) задается функцией: $П_1 = p_d \cdot q_1 - 0{,}25q_1^2 = (300 - 0{,}5q_1) \cdot q_1 - 0{,}25q_1^2 = 300q_1 - 0{,}5q_1^2 - 0{,}25q_1^2 = -0{,}75q_1^2 + 300q_1$ – парабола, ветви направлены вниз, максимум – в точке $q_1 = \frac{-300}{-1{,}5} = \frac{3000}{15} = \frac{15 \cdot 200}{15} = 200$.

Тогда цена на услуги маршрутных такси $p_d = 300 - 0{,}5 \cdot 200 = 300 - 100 = 200$

Ответ: 200.

25

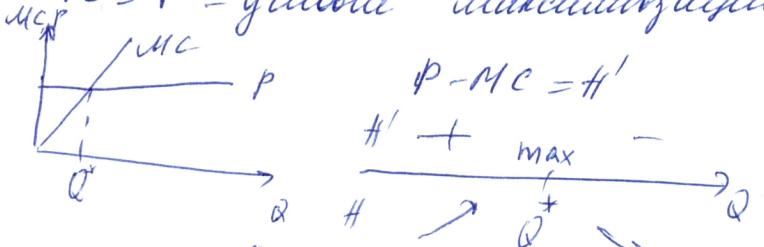
Задача №3.

а) Рассмотрим ~~отрасль~~ рынок товара y.

По условию $TC_y = P_x \cdot x$, причем $x = y$, тогда $TC_y = P_x \cdot y$. $MC_y = P_x$. MC_y – прямая, параллельная оси x, поэтому $MC_y = P_y$ – условие максимизации прибыли для фирм. $P_x = P_y \Rightarrow y = 70 - P_x$. – спрос на для фирма из этой отрасли $y = x$, поэтому спрос на $x = 70 - P_x$. По условию $P_x^* = 10$, тогда $x = 60$.

Функция предложения отрасли так же, как и функция предложения одной фирмы, выходит из начала координат ($E_p^S = 1$), т.е. задается функцией $Q_S = c \cdot P$

$60 = c \cdot 10 \Rightarrow c = 6$, $Q_S = 6P$. Также из $E_p^S = 1$ следует, что $MC = a \cdot Q$, а TC (возр. ф-ия. $a \cdot Q = P$, $Q = \frac{P}{a}$, $MC = P$ – условие максимизации, так как $MC(Q)$ не убывает,



$P = \frac{Q}{6} \Rightarrow MC = \frac{Q}{6} \Rightarrow TC = \frac{Q^2}{12} + FC$.

5

Ответ: $P_x = 10$; $x = 60$; $P_y = 10$, $y = 60$.

б) Пусть ставка налога равна t. тогда $TC_y = (P_x + t) \cdot y$

Налоговые сборы $T = t \cdot y = 378$

$t \cdot (70 - P_x - t) = 378$ ~~$P_x = 10$~~.

$t \cdot (60 - t) - 378 = 0$

$60t - t^2 - 378 = 0$

$t^2 - 60t + 378 = 0$.

$MC_y = P_x + t = P_y \Rightarrow y_d = 70 - P_x - t \Rightarrow x_d = 70 - t - P_x$. +

$70 - t - P_x = 6P_x$

$70 - t = 7P_x \Rightarrow P_x = 10 - \frac{t}{7} \Rightarrow y = 70 - t - 10 + \frac{t}{7} = 60 - \frac{6t}{7}$. +

$T = t \cdot \left(60 - \frac{6t}{7}\right) = 378$

$60t - \frac{6t^2}{7} = 378 \mid \cdot 7$

$6t^2 - 420t + 7 \cdot 378 = 0 \mid : 6$

$t^2 - 70t + 7 \cdot 63 = 0$

$\left.\begin{array}{l} t_1 + t_2 = 70 \\ t_1 \cdot t_2 = 7 \cdot 63 \end{array}\right|$ по т. о сумме коэффициентов

$t_1 = 7$ +

$t_2 = 63$ – лежит на „теневой стороне" кривой Лаффера ($X=0, Y=0$ – невозможно) $\Rightarrow t = 7$.

$P_x = 10 - 1 = 9$; $X = 70 - 7 - 9 = 54$, $Y = 54$, $P_y = 16$ 10

в) Пусть t_x – налог для отрасли, производящей x, а t_y – для y.

Тогда R (опираясь на условия максимизации из пред. пунктов) $P_y = P_x + t_y \Rightarrow Y = 70 - P_x - t_y \Rightarrow$ $x = 70 - P_x - t_y$. Но тогда налог t_x словно сдвигает кривую спроса на x для продавцов $x \Rightarrow X = 70 - P_x - t_x - t_y$

$70 - P_x - t_x - t_y = 6P_x$ +

$70 - t_x - t_y = 7P_x \Rightarrow P_x = 10 - \frac{t_x + t_y}{7}$ +

$x = 70 - 10 + \frac{t_x + t_y}{7} - t_y - t_x = 60 + \frac{t_x}{7} - \frac{6t_y}{7} = 60 - \frac{6}{7}(t_x + t_y)$ +

$T = (t_x + t_y) \cdot x$ (так как $x = y$)

$T = (t_x + t_y) \cdot \left(60 + \frac{t_x}{7} - \frac{6t_y}{7}\right) = 60t_x + \frac{t_x^2}{7} - \frac{6t_y \cdot t_x}{7} + 60t_y +$

$+ \frac{t_x \cdot t_y}{7} - \frac{6t_y^2}{7}$. $T(t_y)$ – парабола.

$y = 70 -$ $T = \left(60 - \frac{6}{7}(t_x + t_y)\right) \cdot (t_x + t_y) = 378$.

$t_x + t_y = 7$ (уравнение аналогично уравнению из „б")

Фирма +

3

Задача №4.

Итого 10/25

а) Кредит подлежит выплате в течение длительного периода времени, т.к. это значит, что в отрасль фирмы X могут войти новые фирмы, что уменьшит ее прибыль, также возможно, что через n лет деятельность фирмы X не будет выгодной из-за падения спроса. 3/10

Длительный период времени также не позволяет прогнозировать инфляцию (что увеличит ~~выплату~~ X сумму кредита в случае ~~высок~~ значительного роста уровня цен).

б) Одной из причин финансового кризиса ~~на~~ в 2007-2008 годах являлась неосторожная выдача[3] кредитов малообеспеченным фирмам и компаниям (посредством секьюритизации?) Невозможность выплаты денег банкам привела к падению K и M ⇒ AD↓ ⇒ Y↓. После этого упал уровень доверия[4] к банковской системе, а использование механизма секьюритизации? оказалось невозможным, что, вероятно, и привело к отсутствию крупных LBO.

(~~Также было затро~~)

7/15

Задача №5.

а). Постоянные издержки производства на каждом из заводов равны нулю, поэтому прибыль на любом из заводов $\Pi > 0$ (иначе вторично производить 0). Пусть прибыль от первого завода $= \Pi_1$, от второго $= \Pi_2$. (по условию рынок – совершенно конкурентен)

$\Pi_1 = p \cdot q_1 - TC_1 = p \cdot q_1 - q_1^2 - q_1 - 100 = -q_1^2 + (p-1) \cdot q_1 - 100$. $q_1 > 0$.

Функция – парабола, ветви – вниз, максимум достигается при $q_1 = \frac{-(p-1)}{-2} = \frac{p-1}{2}$. Максимальная прибыль при q_1 оптимальном составит $\Pi_1 = \frac{-(p-1)^2}{4} + \frac{(p-1)\cdot(p-1)\cdot 2}{2\cdot 2} - 100 = \frac{(p-1)^2}{4} - 100$

Аналогично прибыль для второго завода

$\Pi_2 = p \cdot q_2 - TC_2 = p \cdot q_2 - 2q_2^2 - q_2 - 28$, $q_2 > 0$

$\Pi_2 = -2q_2^2 + (p-1) \cdot q_2 - 28$ – парабола, ветви вниз, максимум достигает при $q_2 = \frac{-(p-1)}{-4} = \frac{p-1}{4}$.

Тогда прибыль при q_2 оптимальном составит

$\Pi_2 = \frac{-2\cdot(p-1)^2}{2\cdot 2\cdot 4} + \frac{(p-1)\cdot(p-1)\cdot 2}{4\cdot 2} - 28 = \frac{(p-1)^2}{8} - 28$.

Производство окажется на первом заводе, если $\Pi_1 > \Pi_2$ (при $\Pi_1 = \Pi_2$ – безразлично).

$\frac{(p-1)^2}{4} - 100 > \frac{(p-1)^2}{8} - 28$

$\frac{2\cdot(p-1)^2 - (p-1)^2}{8} > 72$

$(p-1)^2 > 8 \cdot 9 \cdot 8$. Исходя из экономического смысла задачи $p \geq 0$, поэтому $p - 1 > 8 \cdot 3$; $p > 25$. При $p > 25$ производство – на первом заводе. (Заметим, что в этом случае $(p=25)$ $\Pi_1 = \frac{24^2}{4} - 100 = 24 \cdot 6 - 100 = 44$, $44 > 0$).

Производство будет на втором заводе, при $p < 25$, если $\Pi_1 > 0$

$\frac{(p-1)^2}{8} - 28 > 0$

$(p-1)^2 > 4 \cdot 7 \cdot 8$ (исходя из смысла задачи $p>0$)

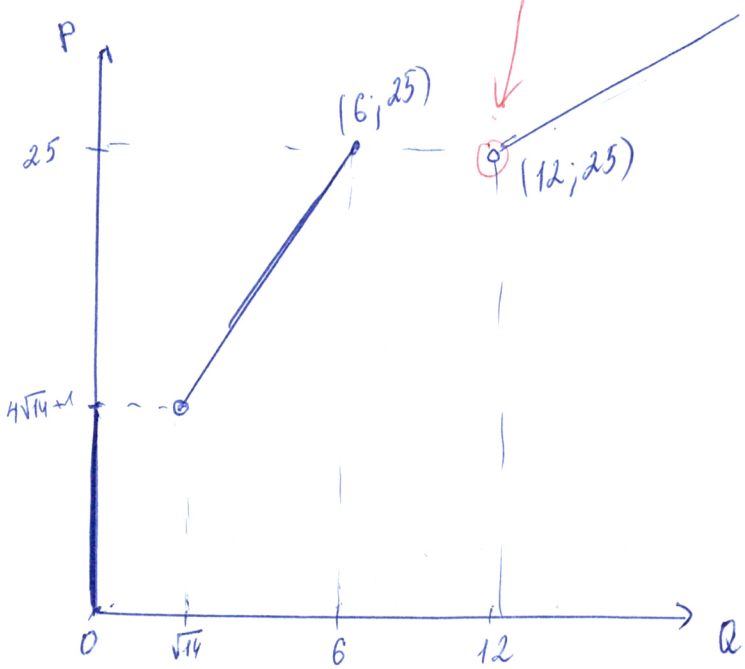
$p - 1 > 4\sqrt{14}$ ~~при $p=0$ безразлично, производить~~

$p > 4\sqrt{14} + 1$. При $p = 4\sqrt{14}+1$ – безразлично, производить или нет

При $p \in (4\sqrt{14}+1;\ 25]$ – производство на втором заводе.

$$Q_S = \begin{cases} 0, & p \le 4\sqrt{14}+1 \\ \frac{p-1}{4}, & p \in (4\sqrt{14}+1;\ 25] \\ \frac{p-1}{2}, & p > 25 \end{cases}$$

(правда, в тексте говорить "безразлично")



б) Теперь Иван Иванович выбирает такие q_1 и q_2, что $TC = TC_1 + TC_2 \to \min\limits_{q_1, q_2}$ то есть, он минимизирует функцию $TC(Q)$, где $Q = q_1 + q_2$. Запишем систему:

$$\begin{cases} Q = q_1 + q_2 \\ TC = q_1^2 + q_1 + 100 + 2q_2^2 + q_2 + 28, \ q_1 > 0, \ q_2 > 0 \ (\text{иначе } TC = 0) \end{cases}$$

Пусть $\bar{Q}$ – фиксированное количество (обозначим его $\bar{Q} = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1 = \bar{Q} - q_2$).

$$\begin{cases} q_1 = \bar{Q} - q_2 \\ TC = (\bar{Q} - q_2)^2 + \bar{Q} - q_2 + 100 + 2q_2^2 + q_2 + 28 \end{cases}$$

$TC = \bar{Q}^2 - 2\bar{Q}q_2 + q_2^2 + \bar{Q} + 2q_2^2 + 128 = 3q_2^2 - 2\bar{Q}q_2 + \bar{Q} + \bar{Q}^2 + 128$.

Согласно предпосылке $\bar{Q}$ фиксировано поэтому функция издержек

Задача №6.

а) Люди, которые подавали документы в престижный университет, но не поступили в него, имеют сильные стимулы учиться (из-за амбиций или тяги к знаниям), поэтому даже при обучении в Скромном университете они прикладывают больше усилий для получения знаний, что повышает качество их образования. В результате они зарабатывают больше, так как работодатель заинтересован в их навыках.

Люди, поступившие в престижный университет, но отказавшиеся от обучения там, имеют изначально более высокий уровень развития, более высокий уровень знаний (они трудолюбивее и умнее), поэтому и в Скромном университете они добиваются больших успехов, что и приводит к увеличению их заработка.

9/9

~~Митрофан Ф. не обладает ни одной из этих~~

В случае с Митрофаном Ф. отсутствуют обе предпосылки, поэтому его доходы аналогичны доходам среднего выпускника Скромных университетов.

3/8

б) Информация о проблемных участках дорог станет доступна всем водителям, которые захотят избегать ям и пробок, и поэтому ~~стан~~ поедут по качественному покрытию. В результате вырастет нагрузка на эти участки дорог, поэтому они станут покрываться ~~на~~ трещинами и т.д. Власти будут чинить именно эти участки, так как большинство сигналов ~~ту~~ поступит с них, в то время как плохие дороги практически перестанут использоваться, поэтому сигналы о проблемах ~~на них~~ не будут приходить, что и приведет к описанному парадоксу.

в) Молодежь связанная с преступностью смотрит боевики и криминальные ~~фи~~ фильмы, потому что имеет склонность к проявлению жестокости. Отсутствие доступа к сеансам также ведет к увеличению свободного времени подростков, что и ведет к увеличению преступности.

2/8

Задача 3 (продолжение)

зависит только от q_2. TC – парабола, ветви вверх, минимум достигается при $q_2 = \frac{2\bar{Q}}{2\cdot 3} = \frac{\bar{Q}}{3}$. (это верно для любого фиксированного $\bar{Q}$, большего 0.)

Тогда $q_1 = \bar{Q} - \frac{\bar{Q}}{3} = \frac{2\bar{Q}}{3}$.

$TC(Q)$ примет вид: $TC = \frac{4Q^2}{9} + \frac{2Q}{3} + 100 + \frac{2\cdot Q^2}{9} + \frac{Q}{3} + 28$

$TC = \frac{3\cdot 2\cdot Q^2}{3\cdot 3} + Q + 128 = \frac{2Q^2}{3} + Q + 128$

$\Pi = p\cdot Q - \frac{2Q^2}{3} - Q - 128 = -\frac{2Q^2}{3} + (p-1)\cdot Q - 128$ – парабола, ветви вниз, максимум – при $Q^* = \frac{(p-1)}{\frac{4}{3}} = \frac{3\cdot(p-1)}{4}$, тогда

$\Pi(Q^*) = \frac{-2\cdot 3\cdot 3\cdot (p-1)^2}{3\cdot 2\cdot 8} + \frac{(p-1)\cdot 3\cdot (p-1)^3}{4} - 128 =$

$= + \frac{3\cdot(p-1)^2}{8} - 128$. Производство осуществится, если $\Pi > 0$, т.е. $\frac{3\cdot(p-1)^2}{8} > 2\cdot 64$ и если $p > AC_{min}$ первого завода, иначе все производство – на втором.

$AC_1 = q_1 + 1 + \frac{100}{q_1}$, $q_1 > 0$

$AC_1' = 1 - \frac{100}{q_1^2} = \frac{q_1^2 - 100}{q_1^2} = \frac{(q_1 - 10)(q_1 + 10)}{q_1^2}$

q_1	0		10	
AC_1'		–	0	+
AC_1	10	↘	21	↗

$AC_{1\,min} = AC_1(10) = 10 + 1 + 10 = 21$.

~~$TC = \begin{cases} 0, & Q = 0 \\ 2Q^2 + Q + 28, & Q \in [\sqrt{\ }, \\ \frac{2Q^2}{3} + Q + 128, & Q \in (0, \sqrt{14}] \end{cases}$~~ ($\sqrt{14}$ – граничное число для второго завода из пункта а*), анализ, проведенный в п.а аналогичен сравнению p и AC_{min}).

$TC = \begin{cases} 0, & Q = 0 \\ 2Q^2 + Q + 28, & Q \in (\sqrt{14}; 15) \\ \frac{2Q^2}{3} + Q + 128, & Q \geq 15 \end{cases}$

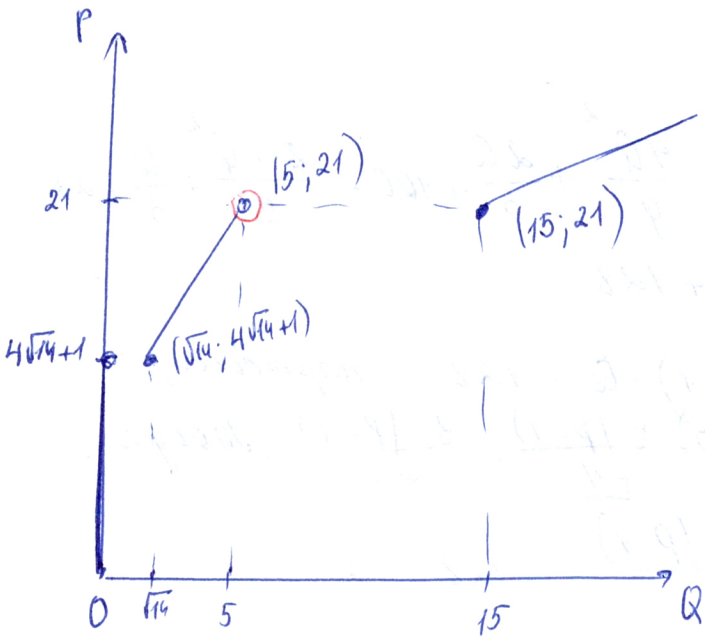
~~$\Pi = \begin{cases} 0, & Q = 0 \\ p\cdot Q - 2Q^2 - Q - 28 \\ p \end{cases}$~~ $\Pi = \begin{cases} 0, & Q = 0 \\ p\cdot Q - 2Q^2 - Q - 28, & p \geq 4\sqrt{14} + 1 \text{ (пункт «а»)} \\ p\cdot Q - \frac{2Q^2}{3} - Q - 128, & p \geq 21 \end{cases}$

Промаксимизируем $\Pi(Q) = p\cdot Q - \frac{2Q^2}{3} - Q - 128 = -\frac{2Q^2}{3} + (p-1)\cdot Q - 128$ – парабола, ветви вниз, $Q^* = \frac{3\cdot(p-1)}{4}$

$\Pi(Q^*) = \frac{3\cdot(p-1)^2}{8} - 128$, $p \geq 21$ (AC_{min} первого завода). $Q^* = \frac{3\cdot 4\cdot 5}{4} = 15$.

Тогда Q_s примет вид:

$$Q_s = \begin{cases} 0, & P \in [0; 4\sqrt{14}+1) \\ \frac{P-1}{4}, & P \in [4\sqrt{14}+1; 21) \\ \frac{31(P-1)}{4}, & P \geq 21. \end{cases}$$



в) $P = 37 - Q$.

Функция прибыли примет вид:

8 $\Pi = (37-Q)\cdot Q - 2Q^2 - Q - 28 = 37Q - Q^2 - 2Q^2 - Q - 28 = -3Q^2 + 36Q - 28$ – парабола, ветви вниз, $Q^* = \frac{-36}{-6} = 6$. ~~Но $6 > 5$ (граничная точка для первого завода).~~

$\Pi = (37-Q)\cdot Q - \frac{2Q^2}{3} - Q - 128 = 37Q - Q^2 - \frac{2Q^2}{3} - Q - 128 =$

$= -\frac{5Q^2}{3} + 36Q - 128$ – парабола, ветви вниз, максимум – в вершине при $Q^* = \frac{+36}{+\frac{10}{3}} = \frac{108}{10} = 10{,}8$.

$P = 37 - 10{,}8 = 26{,}2$ $26{,}2 > 21$, поэтому первый завод будет производить.

$q_1 = \frac{10{,}8 \cdot 2}{3} = 3{,}6 \cdot 2 = 7{,}2$; $q_2 = 3{,}6$.

Почему отвергнут случай 1-го завода?

~~Ответ: 10,8; 26,2.~~

$\Pi(10{,}8) = 66{,}4$; $\Pi(6) = 80$. Поэтому будет произведено $Q = 6$ по цене $P = 31$ (4 ед. на первом заводе, 2 – на втором).

Ответ: 6 единиц; 31.

Задача 1 (продолжение)

сторона, он, вероятно, не сможет найти такого работодателя, который будет проводить повышение квалификации за свой счет фирмы. Таким образом, сотрудники могут быть заинтересованы в работе на фирму. противоречив

Концепция альтернативных издержек. —

Повышение плата сотрудникам увеличивает переменные затраты фирмы и приводит к уменьшению максимального значения прибыли. С другой стороны, оплата курсов позволяет производить более дорогой товар с низкими издержками, что увеличивает ? —

А фирм. 0