

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА МОЛОДЕЖИ — 2015/16

Математика, 10 класс

Время выполнения задания — 240 минут

1. Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющих равенству $3x^2 - y^2 = 3^{x+y}$.

2. Сколько существует различных тупоугольных треугольников с целыми длинами сторон и периметром 33?

3. При каких вещественных x, y и z выражение

$$\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+(x-y)^2} + \sqrt{1+(y-z)^2} + \sqrt{1+(z-3)^2}$$

принимает минимальное значение?

4. Две стороны одного равнобедренного треугольника являются медианой и биссектрисой второго равнобедренного треугольника с основанием 1. Найдите боковую сторону второго треугольника.

5. Докажите, что все положительные корни многочлена $x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 2$ больше $1/14$.

6. Набор всех граней некоторого выпуклого многогранника разделили на две части, так, что каждая из этих частей тоже оказалась набором всех граней некоторого выпуклого многогранника. Могут ли все эти грани быть четырехугольниками?

Задача считается решенной, если Вы не только указали правильный ответ, но и записали полное решение.