

Демонстрационный вариант и методические рекомендации
по направлению «Прикладная математика»

Профиль: «Прикладная математика»

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

Время выполнения задания – 240 мин.

Предварительные критерии оценивания работ участников олимпиадных состязаний
Задание включает 5 задач. Оценивание работ участников олимпиады осуществляется по стобальной шкале:

Задача № 1 – 20 баллов;

Задача № 2 – 20 баллов;

Задача № 3 – 10 баллов;

Задача № 4 – 20 баллов;

Задача № 5 – 30 баллов.

Задача 1.

(дифференциальные уравнения, теория управления)

Для объекта

$\frac{dx}{dt} = bu$, при $x(0) = x_0$, построить управление вида $u = -cx$, минимизирующее

функционал качества $y = \frac{1}{2} \cdot \int_{t_0}^{t_f} (q \cdot x^2 + r \cdot u) dt$; $t_f \rightarrow \infty$;

Оценить влияние соотношения параметров функционала качества q и r на переходной процесс в управляемом объекте.

Задача 2.(20 баллов)

(теория управления)

Построить в плоскости комплексного переменного амплитудно-фазовую характеристику (АФХ) идеального ПИД регулятора. Указать характерные точки на построенной АФХ.

Указание. Математическая модель регулятора представляет собой линейную комбинацию пропорционального интегрирующего и дифференцирующего звеньев, то есть имеет передаточную функцию $W(s) = a_1 + a_2 \frac{1}{s} + a_3 s$, ($a_i > 0$).

Задача 3.

(линейная алгебра)

Найти ортогональный базис подпространства решений линейной однородной системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 9x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 + 5x_4 + 12x_5 = 0 \end{cases}$$

Задача 4.

(шифрование и криптография)

В таблицу, состоящую из 28 строк и 29 столбцов, внесены буквы русского алфавита, размещенные в случайном порядке, первый столбец включает порядковые номера строк (табл.1). Необходимо прочитать фразу, которая зашифрована в данной таблице, используя в качестве подсказки пример (табл.2).

1	А	П	Ч	Ц	И	Щ	Ю	И	Э	Б	Ь	Н	Щ	Э	Д	С	Ч	И	Щ	Ц	Ь	Ф	Л	Х	Е	У	Г	Р
2	Л	Т	И	Ф	Э	Ю	З	М	И	Ч	Я	А	Я	Ц	Э	Н	У	Щ	М	Я	Ц	Л	Ф	Щ	Я	А	Р	К
3	Т	И	О	К	Б	З	Д	Н	Щ	И	Е	Щ	О	С	Ь	Л	О	М	Т	Д	О	Ц	Х	А	У	Г	А	С
4	П	Ч	А	Щ	К	Ч	Х	Э	Б	Ь	Н	Я	Н	Ю	С	Д	Х	Г	Я	М	Ч	Ч	А	У	Щ	Е	М	Э
5	Д	Ь	Ц	И	Я	Х	Щ	Е	М	Э	Ю	Б	Ц	Н	А	У	Ж	У	И	Е	Ю	О	Щ	Ь	Х	Р	У	Г
6	Н	В	Ж	Е	Е	У	М	У	Р	Е	З	Т	У	Л	Т	К	М	В	Г	В	У	И	Е	Р	Н	К	О	Х
7	М	Л	Н	Н	У	О	Б	Щ	Ь	Н	Щ	З	С	Ч	Н	Э	Д	Т	В	Ь	Е	Т	У	Ф	А	М	Д	Л
8	Е	Б	П	Л	О	А	О	Х	Н	Р	К	Ц	Ч	Ж	Б	В	И	О	К	Ф	В	З	Ч	Е	С	О	Б	И
9	В	К	Д	У	Л	К	Н	В	Е	М	Б	С	Д	О	Ж	Х	Т	Ж	Е	И	М	У	Ц	Д	Р	Ч	С	М
10	К	А	Т	Ч	З	Р	И	К	Ч	Л	Ц	Е	И	Б	Р	О	В	Ф	Д	Ч	Л	Е	Б	Л	О	Х	Е	Б
11	Ж	Н	Л	Ж	Н	Г	Л	Б	Х	В	И	У	З	Р	Г	А	Э	З	Ч	К	Я	Х	П	С	Г	Д	Л	О
12	Б	Е	Ф	А	П	Н	Р	О	Ц	Щ	Ч	К	Л	Д	В	Т	Н	Л	О	Т	Б	Ж	Т	Б	М	Н	К	Е
13	Ч	М	В	П	Ж	И	К	З	В	Ж	С	И	Б	Х	Х	Ж	Г	К	Ж	П	А	М	С	Т	Д	С	Ф	Д
14	Ц	Ж	С	Т	Ф	М	В	П	Л	К	М	Д	Ж	Т	У	Е	Щ	Д	У	Л	Х	Щ	Ь	М	Т	Я	Х	У
15	Ф	Д	З	О	Г	П	Е	Ь	О	Х	А	О	Р	А	О	И	Л	Р	З	Щ	И	Б	Д	П	В	Л	И	Н
16	О	Ц	К	Г	Х	Л	Ф	Л	Г	Д	О	Л	Ф	У	Ц	М	Б	Н	Ц	Ж	Г	П	Я	Н	Ч	Ж	Н	Ж
17	З	Ф	Б	З	Р	Ф	Г	Д	Т	Ц	Л	Р	В	З	Л	Г	Р	Е	Л	А	К	С	М	Ч	Л	Ф	В	П
18	Ш	С	У	М	Т	Ж	У	Т	Ж	О	Г	Ф	К	Щ	И	Щ	З	Ь	А	С	Ж	Д	Р	Ж	Ф	Б	П	З
19	И	О	Г	Д	Ц	Б	П	Ф	К	А	Р	Ж	Х	Е	П	Ф	К	Х	П	У	П	Ь	В	О	К	Т	Ц	Ч
20	Г	Ю	М	Р	М	Е	Ь	Г	Ф	З	Д	М	А	Ь	М	Ь	Ф	Ю	Б	О	С	К	Н	Г	Ц	З	Ж	В
21	Э	З	Р	Б	А	С	Т	Р	Д	С	У	Ь	Т	И	Е	Р	Е	Ц	С	Х	Д	Я	З	Ц	Ж	П	Ь	Ц
22	Ь	Щ	Ю	Я	С	В	Я	Ж	Я	Г	П	В	Э	П	Ч	Ч	Ю	А	Н	Э	З	В	Э	Ю	Б	И	Т	Щ
23	С	Х	Е	С	Д	Б	Ж	А	С	У	Э	Х	М	Г	Щ	П	Ц	Я	Х	Н	Щ	Р	И	К	Ь	Э	Э	Ф
24	Х	Г	Я	Э	Ю	Т	Э	Ц	У	Т	Х	Ч	П	М	Ю	З	Я	С	Ю	Б	Р	Ю	Г	Э	П	В	З	Ь
25	Я	Я	Ь	Ю	В	Я	Ч	Я	З	П	В	Ю	Е	К	Ф	Ю	П	Б	Э	Г	Т	Н	О	З	И	Ю	Ю	А
26	Р	У	Щ	В	Ь	Ц	А	Ч	Ю	Я	Ф	Э	Г	В	З	Ц	Ь	Ч	Р	Ю	Ф	А	Ж	В	Ю	Ь	Щ	Я
27	Ю	Э	Х	Ь	Щ	Д	С	Ю	А	Ф	Т	П	Ю	Я	К	Я	А	Э	Ф	Р	Н	Э	Ю	Я	З	Ц	Я	Т
28	У	Р	Э	Х	Ч	Э	Ц	С	П	Ю	Ж	Г	Ь	Ф	Я	Б	С	П	Ь	З	Э	Г	К	И	Э	Щ	Ч	Ю

Табл.1

Пример:

1	У	Ч	А	У	И
2	Ч	И	И	А	Д
3	И	А	Д	Ч	У
4	А	У	Ч	Д	Ч
5	Д	Д	У	Ч	А

Табл.2

Для прочтения текста необходимо знать 2 числа: 1 и 5. Эти числа являются порядковыми номерами строк, в которых содержатся буквы зашифрованного слова, которые будут чередоваться, как показано в примере.

Порядковые номера строк, используемых для прочтения текста в задании, u и v являются значениями следующих выражений:

$$u = 3^{205},$$

$$v = 3^{129}.$$

Принцип вычисления требуется установить, ориентируясь на следующие подсказки:

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 2,$$

$$3^3 = 6,$$

$$3^4 = 4,$$

$$3^5 = 5.$$

Задача 5.

(операционные системы, системное программирование)

Определить значения переменных $a, b, c, d, n, k, m, n1, n2, n3$ после выполнения фрагмента программы на языке программирования Си в UNIX – подобной операционной системе. Обосновать свое решение.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <unistd.h>
#include <sys/types.h>
#include <stdlib.h>
void main()
{ int a=0, b, c, d, k, m, n, s, n1, n2, n3, p[2];
  char buf[5000];
  close(1);
  pipe(p);
  if( fork()==0)
  {close(p[0]);
   close(0);
   creat("a.txt", 0664);
   a=open("a.txt", 0);
   b=write(a, "aaaa", 10);
   c=read(0, buf, 1);
   d=write(p[1], "aaa", 2);
   exit(0);
  }
  else
  {wait(&s);
   close(p[1]);
   n=creat("b.txt", 640);
   k=read(p[0], buf, 50000);
   m=dup(a);
   n1=open("a.txt", 1);
   n2=write(n1, "aa", 1);
   n3=read(n2, buf, 4);
  }
}
```