

Олимпиадное задание для студентов и выпускников 2016

Направление «Программная инженерия»

Профиль «Системная и программная инженерия»

КОД 060

Задание включает 10 задач. Время выполнения 180 минут.

1. Генератор случайных чисел формирует целое число A , принадлежащее отрезку $[1, 64]$. Определите информационный объем сообщения “Число A является квадратом целого числа”.
2. На сколько бит уменьшится код заключенного в кавычки сообщения «НА ВОДУ РОБОТ ОБОРУДОВАН», сжатого алгоритмом Шеннона-Фано, по сравнению с оптимальным равномерным кодированием? На сколько бит уменьшится код данного сообщения по сравнению с оптимальным равномерным кодированием, если его сжать алгоритмом Хаффмана?
3. На интерпретациях из двух предметов укажите множество всех предикатов R , для которых формула $\exists yR(y, y) \Rightarrow \forall xR(x, y)$ опровержима.
4. В специализированной ЭВМ целые числа рассматриваются как числа со знаком и представляются в дополнительном коде. Для хранения числа выделяется ячейка памяти длиной 128 бит. В ячейку памяти X занесено некоторое число. В результате выполнения операторов $Y = X + X$; $Z = 3 * X - 2 * (X \text{ and } Y)$; содержащих побитовую операцию and в ячейку Z было записано десятичное число 64. Определите десятичное число, хранящееся в ячейке X .
5. Постройте детерминированный конечный автомат с минимальным числом состояний, распознающий слова в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$, содержащие либо нечетное количество букв a , либо количество букв b кратное четырем.
6. Пусть задан язык L в алфавите Σ . Говорят, что алгоритм $A: \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$ распознает язык L , если для входного слова $\omega \in \Sigma^*$ выходное слово $A(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in L \\ 0, & \omega \notin L \end{cases}$
Для языка $L = \{0^{n+1}1^n \mid n \geq 0\}$ в алфавите $\Sigma = \{0, 1\}$.
 - а) построить Машину Тьюринга, распознающую язык L
 - б) построить нормальный алгоритм Маркова, распознающий язык L .
7. Найдите число переменных N , при котором количество решений системы логических уравнений
$$\begin{cases} X_2 \Rightarrow (X_1 + X_3) = (X_1 \cdot X_3) \Rightarrow X_2 \\ X_3 \Rightarrow (X_2 + X_4) = (X_2 \cdot X_4) \Rightarrow X_3 \\ \dots \\ X_{N-1} \Rightarrow (X_{N-2} + X_N) = (X_{N-2} \cdot X_N) \Rightarrow X_{N-1} \end{cases}$$
 равно 1220.

8. Частичная булева функция задана следующей таблицей истинности:

A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
C	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
D	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
F	-	-	-	1	-	-	1	-	-	0	1	-	-	1	-	-

Доопределите таблицу до задания линейной функции.

Запишите получившуюся функцию в виде полинома Жегалкина.

9. Переданы три двоичных сообщения $a_0a_1a_2a_3$,

закодированные словами $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ в алфавите $B = \{0,1\}$.

Символы $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ являются коэффициентами булевого полинома

$B(x) = b_0 \oplus b_1x \oplus b_2x^2 \oplus b_3x^3 \oplus b_4x^4 \oplus b_5x^5 \oplus b_6x^6$, вычисляемого по формуле

$B(x) = A(x) \cdot (1 \oplus x \oplus x^3)$, где $A(x) = a_0 \oplus a_1x \oplus a_2x^2 \oplus a_3x^3$ - булев полином,

соответствующий исходному сообщению $a_0a_1a_2a_3$.

Известно, что при передаче сообщений полученные слова $b_0b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ могли быть искажены одиночными ошибками. Для каждого из трех полученных слов 0010011, 0101111, 1001100, определите индекс i искаженного бита b_i и исходное сообщение.

10. Пусть в позициях $p_x, p_y, p_{f(x,y)}$ сети Петри задана маркировка μ такая, что $\mu(p_x) = x$, $\mu(p_y) = y$, $\mu(p_{f(x,y)}) = 0$. Сеть Петри слабо вычисляет значение функции $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, если для любой достижимой маркировки μ' выполняется условие $\mu'(p_{f(x,y)}) \leq f(x, y)$. Здесь $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Постройте сеть Петри, слабо вычисляющую функцию $f(x, y) = x \cdot y$ умножения двух чисел x и y . Укажите последовательность запуска переходов для получения достижимой маркировки μ' , для которой выполняется условие $\mu'(p_{x \cdot y}) = x \cdot y$.

При записи последовательности запуска переходов используйте обозначение $n(\sigma)$ для повторения последовательности σ n раз.

Так, например, $3(t_1, 2(t_2, t_3))$ обозначает последовательность запусков переходов $t_1, t_2, t_3, t_2, t_3, t_1, t_2, t_3, t_2, t_3, t_1, t_2, t_3, t_2, t_3$.