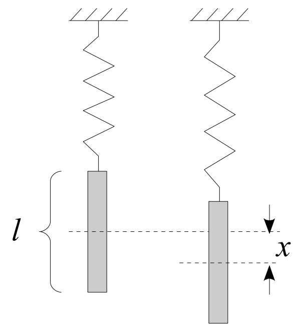
Решения олимпиадных задач, 10 класс.



1. Когда стержень совершает колебания в воздухе, то второй закон Ньютота дает:

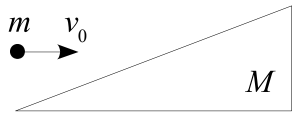
$$m a = -k x \;\Rightarrow\; \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где m – масса стержня, k – коэффициент жесткости пружины. При колебаниях в воде нужно учесть силу Архимеда; в этом случае

$$m a = -k x + \rho g S\left(\frac{l}{2} - x\right) \;\Rightarrow\; \omega_2 = \sqrt{\frac{k + \rho g S}{m}},$$

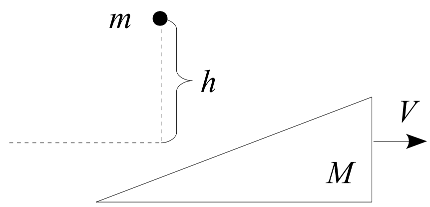
где l – длина стержня, а смещение x отсчитывается от середины стержня, когда он находится в положении равновесия (см. рис.). Тогда

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = 1 + \frac{\rho g S}{k} = 4 \;\Rightarrow\; k = \frac{1}{3}\rho g S = 0.33\, H/м.$$



2. Пусть v_0 – скорость шарика до соударения. Закон сохранения энергии и закон сохранения импульса применительно к данной задаче дают:

$$m v_0 = M V\,;$$
$$\frac{m}{2} v_0^2 = m g h + \frac{M}{2} V^2.$$



Отсюда для скорости клина после соударения получаем:

$$V = \sqrt{\frac{2 m^2 g h}{M(M-m)}} = \sqrt{0.1\, g h} = 0.99\, м/с.$$

3. Пусть a и b – начальное и минимальное расстояние между частицами, соответственно. Минимальное расстояние между заряженными частицами будет соответствовать нулевой относительной скорости частиц. Тогда законы сохранения энергии и импульса дают:

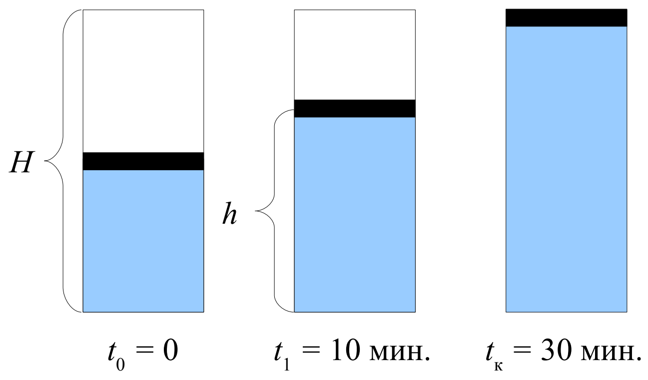
$$\frac{m}{2} v^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a} = \frac{m}{2} u^2 + \frac{M}{2} u^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{b}\,;$$
$$m v = m u + M u\,;$$
$$M = 3m\,;\; b = a/3\,.$$

Решая систему, получим:

$$a = \frac{16}{3}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{m v^2} = 48\, см.$$

4. Процесс нагревания газа изобарический. Тогда (см. рис.) для трех состояний газа под поршнем получаем:

$$\frac{V_0}{T_0}=\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_к}{T_к} \Rightarrow \frac{H}{2T_0}=\frac{h}{T_1}=\frac{H}{T_к}$$



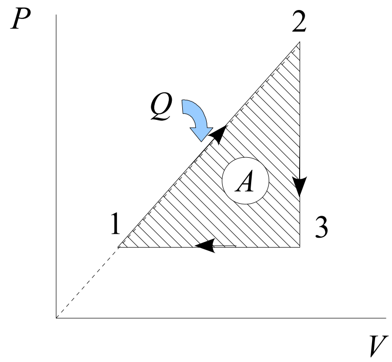
По условию, температура меняется линейно. Значит,

$$T=T_0+\frac{T_к-T_0}{t_к}t.$$

Тогда

$$h=\frac{H}{2}\frac{T_1}{T_0}=\frac{H}{2}\left[1+\left(\frac{T_к}{T_0}-1\right)\frac{t}{t_к}\right]=\frac{2}{3}H=20см.$$

5. Процесс изображен на рисунке. Коэффициент полезного действия равен отношению полезной работы, равной площади заштрихованного треугольника 123 к количеству тепла, полученному газом на участке 12. Площадь треуголника равна



$$A=\frac{1}{2}(P_2-P_1)(V_2-V_1)=\frac{1}{2}k(V_2-V_1)^2=\frac{1}{2}k(n-1)^2V_1^2.$$

Количество тепла складывается из изменения внутренней энергии и работы на участке 12:

$$\begin{aligned}Q &= \Delta U+A_{12}=C_V(T_2-T_1)+\frac{1}{2}(P_1+P_2)(V_2-V_1)=\\ &= \frac{C_V}{R}(P_2V_2-P_1V_1)+\frac{1}{2}k(V_2^2-V_1^2)=k\left(\frac{C_V}{R}+\frac{1}{2}\right)(V_2^2-V_1^2)=k\left(\frac{C_V}{R}+\frac{1}{2}\right)(n^2-1)V_1^2.\end{aligned}$$

Тогда коэффициент полезного действия равен

$$\eta=\frac{(n-1)^2}{(n^2-1)\left(\frac{2C_V}{R}+1\right)}.$$

Если сделать дополнительное предположение, что газ одноатомный, то $C_V=3R/2$, и тогда

$$\eta=\frac{(n-1)^2}{4(n^2-1)} \Rightarrow n=3.$$