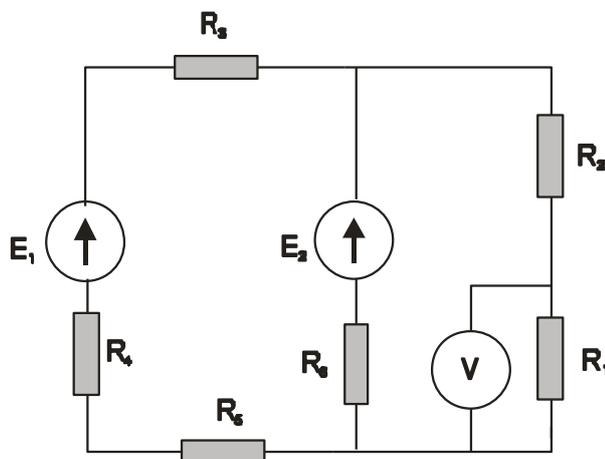


Время выполнения задания – 180 мин.

### Задача №1

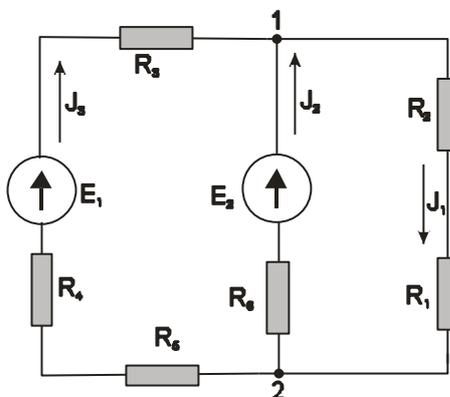


Дано:  $E_1=100$  В;  $E_2=500$  В;  $R_1=1$  кОм;  $R_2=4$  кОм;  $R_3=5$  кОм;  $R_4=500$  Ом;  $R_5=10$  кОм;  $R_6=100$  Ом;

Найти показания вольтметра. Решение объяснить.

#### Решение.

1. Произвольно расставим направления токов в ветвях цепи (см. рис.); примем направления обхода контуров против часовой стрелки; обозначим номера узлов (1 и 2).



2. Для получения системы уравнений по законам Кирхгофа для расчета токов в ветвях цепи составим по 1-му закону Кирхгофа одно уравнение (на 1 меньше числа узлов в цепи) для узла 1:

$$-J_1 + J_2 + J_3 = 0$$

По второму закону Кирхгофа составим  $m-(p-1)$  уравнений (где  $m$  – количество ветвей,  $p$  – количество узлов), т.е.  $3-(2-1)=2$ :

$$E_2 = J_2 R_6 + J_1 (R_1 + R_2)$$

$$E_1 - E_2 = J_3 (R_3 + R_4 + R_5) - J_2 R_6$$

3. Решением данной системы являются следующие значения:

$$J_1 = 0,097 \text{ А}$$

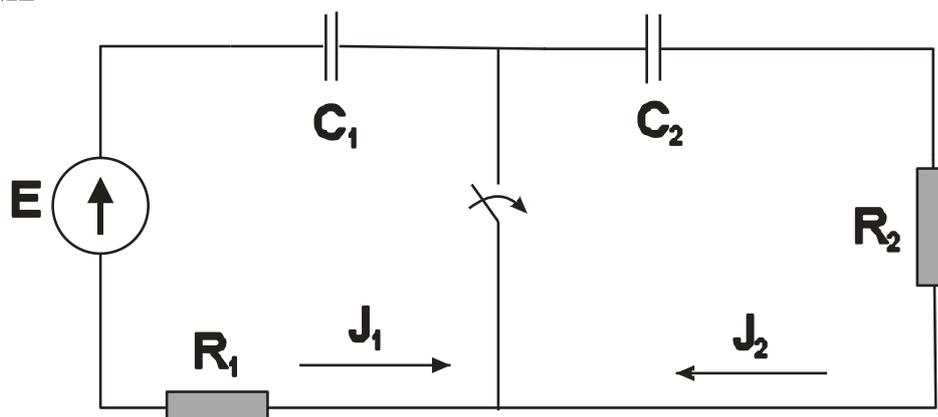
$$J_2 = 0,122 \text{ А}$$

$$J_3 = -0,025 \text{ А}$$

Значения токов округлены до третьего знака после запятой.

Соответственно вольтметр покажет падение напряжения на сопротивлении  $R_1$  и оно равно  $J_1 R_1 = 97$  В.

## Задача №2



Дано:  $E=100$  В;  $R_1=1$  кОм;  $R_2=100$  Ом;  $C_1=250$  пФ;  $C_2=500$  пФ.

- Определить значения токов в ветвях и напряжения на емкостях до момента коммутации.
- Определить значения токов в ветвях и напряжения на емкости в первый момент после коммутации.
- Нарисовать качественные зависимости токов в ветвях и напряжения на емкостях от времени.
- Определить установившиеся значения токов в ветвях и напряжения на емкостях после коммутации.

## Решение.

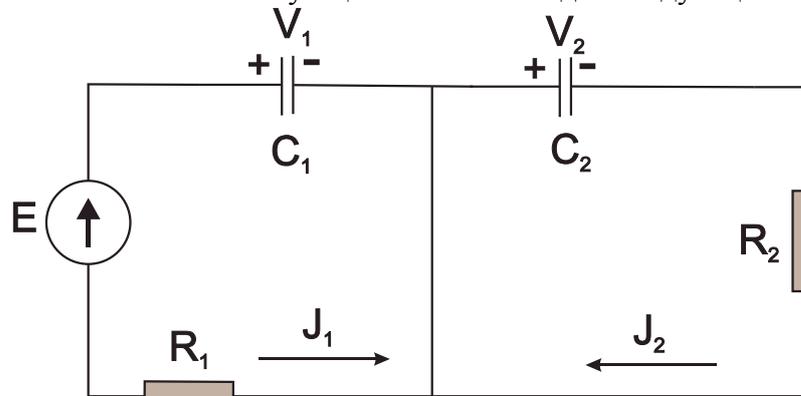
- До момента коммутации токи  $J_1$  и  $J_2$  равны нулю, т.к. постоянный ток через емкости не течет; начальные напряжения на емкостях можно найти из следующей системы уравнений:

$$V_1 + V_2 = E$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

отсюда  $V_1(0^-)=66.6$  В,  $V_2(0^-)=33.3$  В

- В первый момент после коммутации схема выглядит следующим образом



Конденсатор  $C_2$  начнет разряжаться на сопротивление  $R_2$  и ток  $J_2$  в первый момент будет

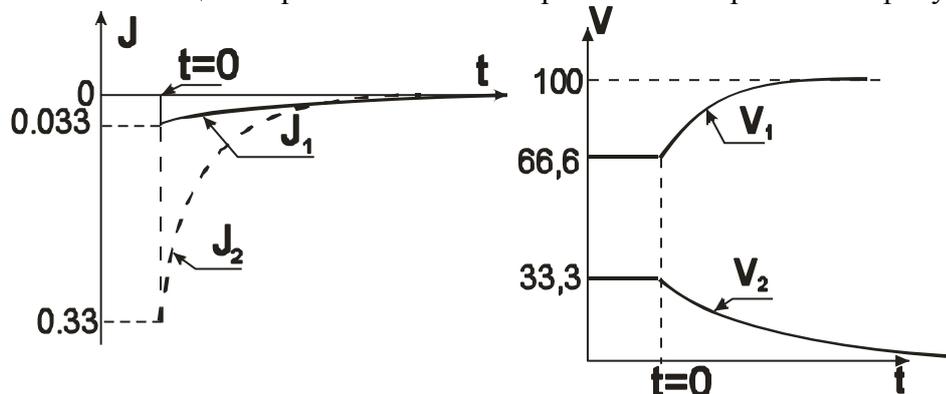
$$\text{равен } J_2(0^+) = -\frac{V_2}{R_2} = -\frac{33.3}{100} = -0.333 \text{ А}$$

ток  $J_1(0^+)$  находим из закона Ома для левой цепи:

## Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.

$$J_1(0+) = \frac{E - V_1}{R_1} = -\frac{33.3}{1000} = -0.0333 \text{ A}$$

- Качественные осциллограммы токов и напряжений изображены на рисунке

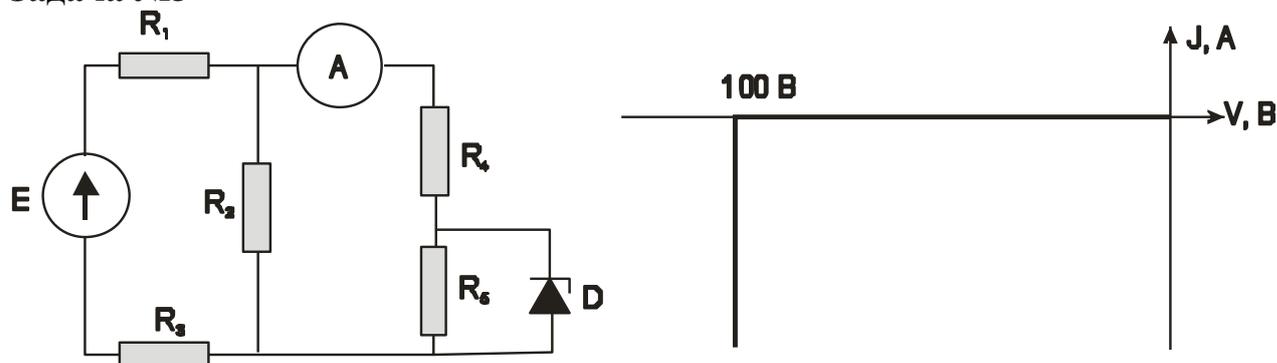


- Конечные значения токов и напряжений будут соответственно:

$$J_1 = 0; J_2 = 0$$

$$V_1 = 100 \text{ В}, V_2 = 0 \text{ В}$$

## Задача №3



Дано:  $E = 150 \text{ В}$ ;  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 200 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 150 \text{ Ом}$ ;  $D$  – стабилитрон на напряжение стабилизации  $100 \text{ В}$ . Вольтамперная характеристика стабилитрона приведена на рисунке.

Найти показание амперметра. Решение объяснить.

**Решение.**

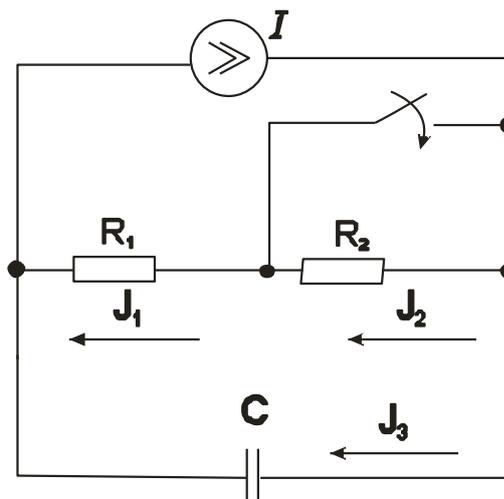
Показания амперметра будут зависеть от того, включен стабилитрон или нет. Если напряжение на стабилитроне меньше  $100 \text{ В}$ , то его как-бы не существует, и схема рассчитывается обычным методом. Если стабилитрон включен, то на нем падает  $100 \text{ В}$ , а ток будет определяться всей остальной схемой.

Предположим, что стабилитрон выключен. Тогда эквивалентное сопротивление цепи относительно источника питания будет равно

$$R_{\text{экс}} = R_1 + R_3 + \frac{R_2 \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + (R_4 + R_5)} = 150 \text{ Ом}$$

Ток  $J_1$  будет равен  $1 \text{ А}$ . Соответственно ток через  $R_4$ ,  $R_5$  равен  $0,5 \text{ А}$ . Тогда падение напряжения на стабилитроне будет равно  $75 \text{ В}$ . Следовательно стабилитрон выключен и не оказывает влияния на процессы в цепи. Соответственно амперметр покажет значение, равное  $0,5 \text{ А}$ .

## Задача №4



Ток генератора тока равен 1 А;  $R_1=100\ \text{Ом}$ ;  $R_2=500\ \text{Ом}$ ;  $C=1000\ \text{пФ}$ .

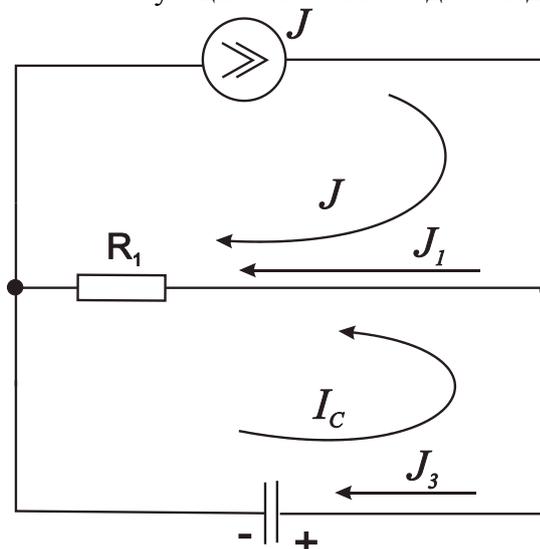
- Определить значения токов в ветвях и напряжение на емкости до момента коммутации.
- Определить значения токов в ветвях и напряжения на емкости в первый момент после коммутации.
- Нарисовать качественные зависимости токов в ветвях и напряжения на емкости от времени.
- Определить установившиеся значения токов в ветвях и напряжения на емкости после коммутации

**Решение.**

- До момента коммутации токи  $J_1(0^-) = J_2(0^-) = J = 1\ \text{А}$ . Ток  $J_3(0^-)$  равен нулю, т.к. постоянный ток через емкость не течет; начальное напряжение на емкости будет равно падению напряжения на сумме сопротивлений:

$$V_C(0^-) = J \cdot (R_1 + R_2) = 600\text{В}$$

- Начальное напряжение на сопротивлении  $R_1$ :  $V_{R_1}(0^-) = J \cdot R_1 = 100\text{В}$   
а на сопротивлении  $R_2$ :  $V_{R_2}(0^-) = J \cdot R_2 = 500\text{В}$
- В первый момент после коммутации схема выглядит следующим образом



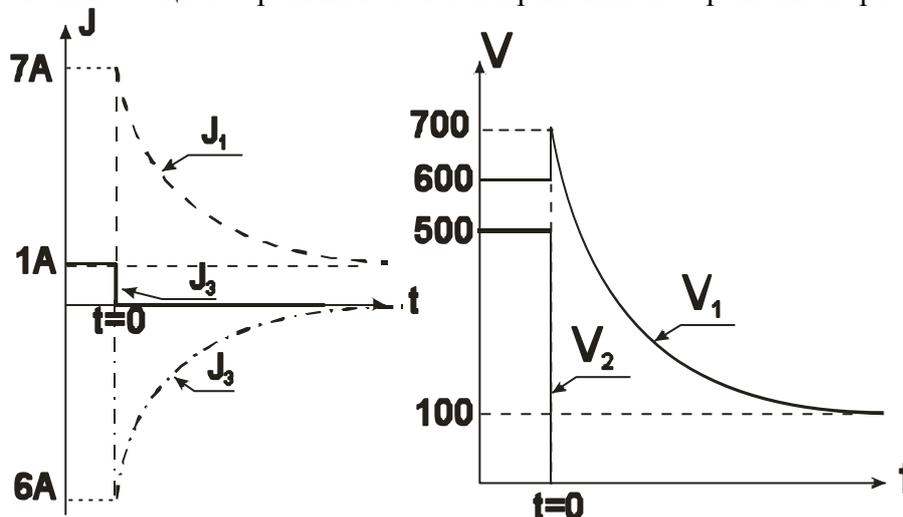
## Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.

Конденсатор  $C$  начнет разряжаться на сопротивление  $R_1$  и ток  $J_1$  в первый момент будет

$$\text{равен } J_1(0+) = J + \frac{V_C}{R_1} = 1 + \frac{600}{100} = 7 \text{ A}$$

Ток  $J_3(0+) = -V_C/R_1 = -6 \text{ A}$

- Качественные осциллограммы токов и напряжений изображены на рисунке



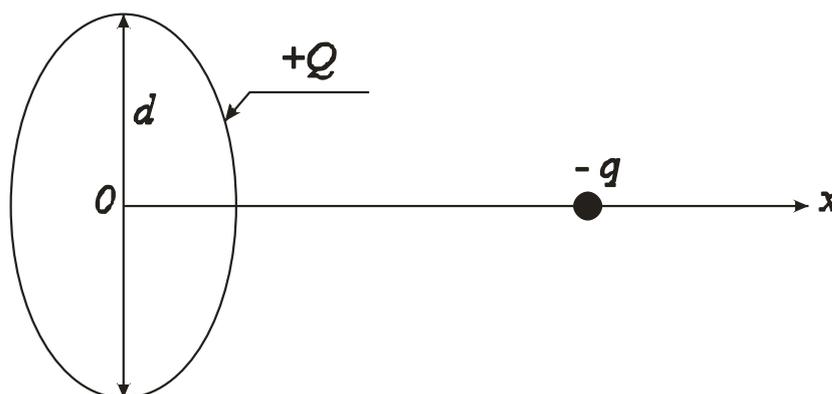
- Конечные значения токов и напряжений будут соответственно:

$$J_1 = 1 \text{ A}; J_2 = 0; J_3 = 0$$

Напряжения на соответствующих сопротивлениях  $V_1 = 100 \text{ В}$ ,  $V_2 = 0 \text{ В}$

### Задача №5

Отрицательный точечный заряд ( $-q$ ) движется из бесконечности по прямой, проходящей через центр металлического кольца диаметром  $d$ , имеющего заряд  $+Q$  (см. рис.). Нарисовать (качественно) график зависимости силы, действующей на точечный заряд, от расстояния  $x$ .

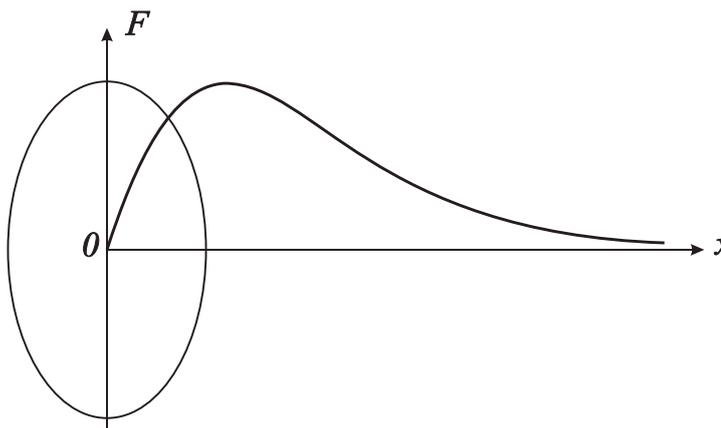


Решение объяснить.

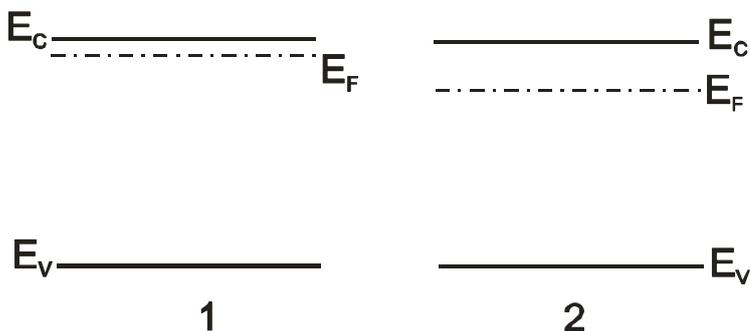
#### Решение.

Результирующая сила  $F$ , действующая на точечный заряд  $q$  направлена перпендикулярно плоскости кольца, т.е. вдоль оси  $x$  и направлена в сторону центра кольца (см. рис. ниже). Очевидно, что когда  $x = 0$ ,  $F$  тоже равно 0. Когда  $x$  стремится к бесконечности, сила  $F$  опять будет стремиться к 0. Соответственно зависимость силы  $F$  от координаты  $x$  качественно будет выглядеть, как изображено на графике (см. ниже)

## Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.



## Задача №6



На рисунке приведены энергетические диаграммы двух кремниевых кристаллов при одинаковой температуре. Провести качественное сравнение:

- концентрации свободных электронов
- концентрации свободных дырок
- подвижности электронов
- подвижности дырок
- удельной электропроводности

Ответы аргументировать.

**Решение.**

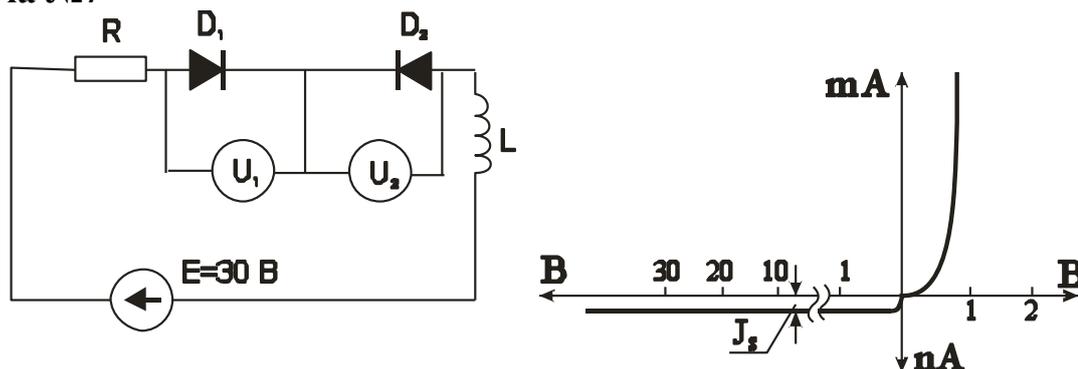
Из положения уровня Ферми следует, что оба кристалла *n*-типа. Чем ближе энергия Ферми к дну зоны проводимости, тем равновесная концентрация свободных электронов (основных носителей заряда) больше. Соответственно  $n_{01} > n_{02}$ .

Из закона действующих масс следует, что равновесная концентрация неосновных носителей заряда в первом кристалле меньше, чем во втором:  $p_{01} < p_{02}$ .

Подвижность свободных носителей заряда в первую очередь зависит от количества центров рассеяния. Основными центрами рассеяния, как для дырок, так и для электронов являются фононы и ионы примесей. Поскольку температура обоих кристаллов одинакова, то одинакова и концентрация фононов. Концентрация ионов разная. В первом кристалле концентрация донорной примеси больше, чем во втором. Следовательно, подвижность, как дырок, так и электронов во втором кристалле больше, чем в первом.

Удельная электропроводность зависит от произведения концентрации основных носителей заряда и их подвижности. Соответственно удельная электропроводность первого кристалла больше второго, так как концентрация основных носителей заряда зависит от положения уровня Ферми значительно сильнее, чем подвижность.

## Задача №7



Дано:  $E=30\text{ В}$ ;  $R=100\text{ кОм}$ ;  $L=100\text{ Гн}$ .

Оба диода тождественны и обладают одинаковыми вольтамперными характеристиками

(см. рис.). Уравнение вольтамперных характеристик имеет вид:  $J = J_S \left( e^{\pm \frac{qU}{kT}} - 1 \right)$ , где  $J_S$

$=10\text{ нА}$ ,  $q$  – заряд электрона,  $T$  – температура, равная  $300\text{ К}$ ,  $k$  – постоянная Больцмана ( $kT$  при температуре  $300\text{ К}$  считать равным  $0,025\text{ эВ}$ ).

Определить показания вольтметров с точностью до третьего знака после запятой.

Описать алгоритм решения задачи.

**Решение.**

Как видно из схемы, диоды 1 и 2 включены навстречу друг другу. Следовательно, ток в цепи будет ограничен обратным смещенным диодом, т.е. будет равен  $J_S$ . Сопротивление  $R$  недостаточно велико, чтобы изменить ситуацию. Тогда для диода, включенного в прямом

направлении можно записать:  $J_S = J_S \left( e^{\frac{qV_{D1}}{kT}} - 1 \right)$ . Отсюда находим:  $e^{\frac{qV_{D1}}{kT}} = 2$ .

Соответственно,  $V_{D1} = \frac{kT}{q} \ln 2 = 0,025 \cdot 0,69 = 0,017\text{ В}$ . На сопротивлении  $R$  будет падать

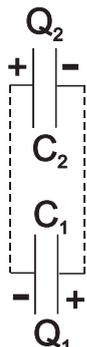
напряжение, равное  $J_S R = 10\text{ нА} \cdot 100\text{ кОм} = 0,001\text{ В}$ . Следовательно, на втором диоде упадет  $V_{D2} = 30 - 0,018 = 29,982\text{ В}$ .

**Ответ:  $V_1 = 0,017\text{ В}$ ;  $V_2 = 29,982\text{ В}$**

## Задача №8

Конденсатор емкостью  $C_1 = 10\text{ мкФ}$ , заряженный до разности потенциалов  $V_1 = 100\text{ В}$ , соединили с конденсатором емкостью  $C_2 = 5\text{ мкФ}$  разноименно заряженными обкладками, разность потенциалов на обкладках которого  $V_2$  неизвестна. Разность потенциалов между обкладками после соединения равна  $V_{\text{общ.}} = 200\text{ В}$ . Найти неизвестную разность потенциалов  $V_2$ .

**Решение.**



## Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.

Поскольку конденсаторы соединены параллельно, их общая емкость равна сумме  $C_1 + C_2$ . Т.к. обкладки конденсаторов соединены разноименными полюсами, то для общего заряда такой схемы можно записать:  $\pm q_{\text{общ}} = q_1 - q_2$ . Это значит, что общая полярность обкладок конденсаторов зависит от того, какой заряд больше по модулю. Таким образом, можно

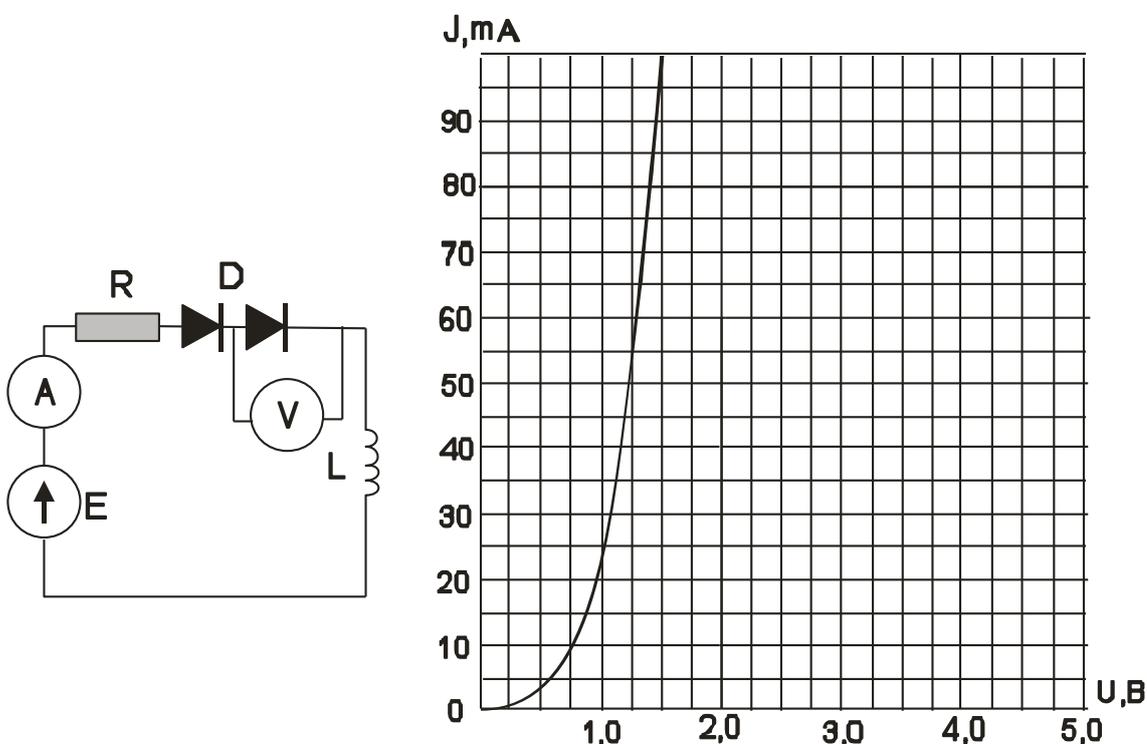
записать:  $\pm C_{\text{общ}} \cdot U_{\text{общ}} = C_1 U_1 - C_2 U_2$ . Откуда следует, что  $U_2 = \frac{C_1 U_1 \pm C_{\text{общ}} U_{\text{общ}}}{C_2}$

Поэтому возможны два варианта значений  $U_2$ :  $U_{2-1}$  - если  $q_1 < q_2$ , или  $U_{2-2}$  - если  $q_1 > q_2$ .

Вычислим  $U_{2-1}$ :  $U_{2-1} = \frac{C_1 U_1 + C_{\text{общ}} U_{\text{общ}}}{C_2} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 + 15 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{5 \cdot 10^{-6}} = 800 \text{ В}$ .

Вычислим  $U_{2-2}$ :  $U_{2-2} = \frac{C_1 U_1 - C_{\text{общ}} U_{\text{общ}}}{C_2} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 - 15 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{5 \cdot 10^{-6}} = -400 \text{ В}$ .

## Задача №9



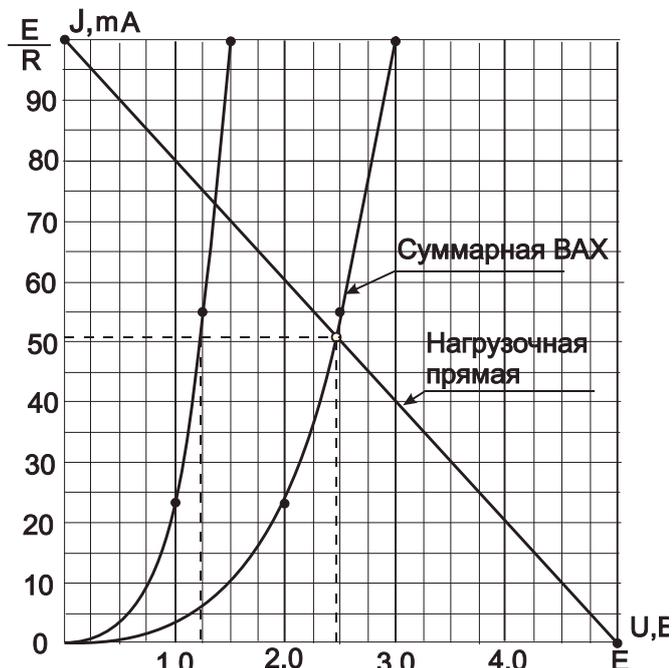
Дано:  $E = 5 \text{ В}$ ;  $R = 50 \text{ Ом}$ ;  $L = 100 \text{ Гн}$ ; прямая ветвь вольтамперной характеристика диода задана графически. Оба диода идентичны. Определить показания вольтметра и амперметра. Описать алгоритм решения.

## Решение.

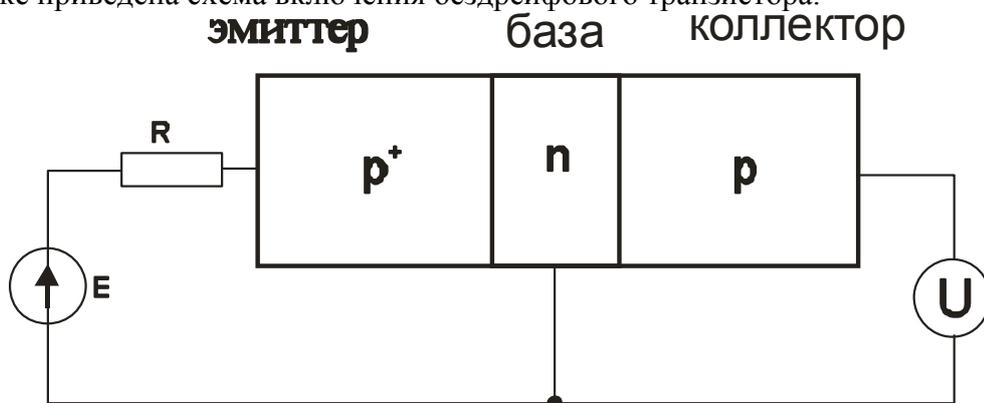
Расчет цепей с нелинейными элементами (к которым, несомненно, относятся диоды) осуществляется с использованием метода нагрузочных прямых. Для этого метода необходимо иметь графическое изображение суммарной вольтамперной характеристики двух диодов. Для этого надо сложить вольтамперные характеристики диодов по горизонтали (см. рис.), получить суммарную вольтамперную характеристику двух диодов и провести нагрузочную прямую. Точка пересечения нагрузочной прямой и суммарной вольтамперной характеристики диодов дает нам значение тока в цепи и напряжение на диодах. Пересечение нагрузочной прямой и суммарной ВАХ показывает значение тока в цепи ( $\sim 51 \text{ мА}$  – это и будет показание амперметра) и напряжение на двух диодах ( $\sim 2,5 \text{ В}$ ).

## Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.

Соответственно вольтметр покажет напряжение, равное 1,25 В. Наличие в цепи индуктивности никак не влияет на показания приборов, т.к. ее сопротивление на постоянном токе равно нулю.

**Задача №10**

На рисунке приведена схема включения бездрейфового транзистора.



$E=100$  В,  $R=1$  кОм. Транзистор рассчитан на максимальный ток коллектора 100 мА. Что будет показывать вольтметр? (Задача решается на качественном уровне). Будет ли зависеть показание вольтметра от материала, из которого сделан транзистор (кремний, германий)?

Ответ подробно аргументировать.

**Решение.**

Как видно из схемы включения, эмиттерный переход транзистора включен в прямом направлении. Входное сопротивление транзистора в этой схеме достаточно мало – единицы ом. Следовательно, ток эмиттера будет определяться источником питания и сопротивлением  $R$  и будет порядка 100 мкА, т.е. будет соответствовать максимально допустимому току эмиттера. Это означает, что эмиттерный переход полностью открыт и, следовательно, на нем падает напряжение порядка контактной разности потенциалов этого перехода. Контактная разность потенциалов р-п-перехода не может быть больше ширины запрещенной зоны полупроводника. Значит, если транзистор кремниевый, то

**Олимпиада для студентов и выпускников – 2016 г.**

падение напряжения на эмиттерном переходе будет порядка 0,7-0,9 В. Если транзистор германиевый – то порядка 0,4-0,6 В.

Дырки, инжектированные эмиттером, будут собираться коллектором. А так как цепь коллектора разомкнута, то коллектор оказывается под плавающим потенциалом и начнет заряжаться положительно и коллекторный переход окажется смещен в прямом направлении и тоже практически до контактной разности потенциалов этого перехода. Эту величину и покажет вольтметр. Поскольку коллекторный переход имеет несколько меньшую разность потенциалов, чем эмиттерный, то в случае кремниевого транзистора вольтметр покажет значение порядка 0,6-0,8 В. А в случае германиевого – порядка 0,3-0,5 В.