+ 1 листовик

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Первый тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Ключко Роман Сергеевич
Субъект Российской Федерации
г. Москва
Регистрационный номер
1051

21812

Выход: $12^{40} - 12^{42}$

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	**3 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

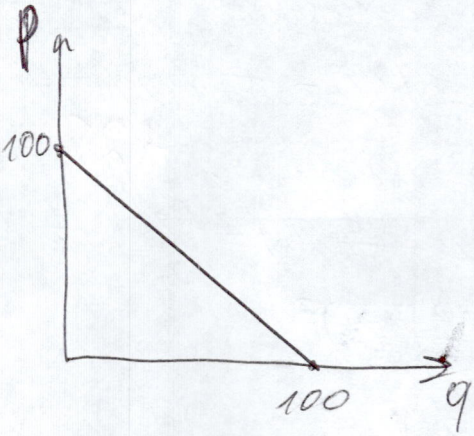
Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	25	23	25	21	10	17	
Член жюри	RS	JQ	OA	FP	WB	GP	

Код участника: 21812

Задача 1



$q_t = 100 - P_t$, $P_t \le 100$.

$TC = c \cdot q = 50q$. $P_t = 100 - q_t$.

Владелец магазина – монополист. Он будет работать на спросе в года 1–5, так как никакой опасности нет и можно спокойно максимизировать прибыль (находясь под кривой спроса, выгодно повысить цену и продать то же кол-во $, получить большую выручку с теми же издержками). Итак, в года 1–5 $TR_t = 100q_t - q_t^2$, $TC_t = 50q_t$.

$\Pi_t = 50q_t - q_t^2$. Парабола, ветви вниз, максимум в вершине, $q_t = \frac{50}{2} = 25$. $P_t = 75$. Итак, в годы 1–5 цена будет равна 75. Теперь первый период. Получив прибыль Π_0, за следующие 5 лет потратит дополнительно $5 \cdot 0{,}008 \cdot \Pi_0 = 0{,}04\Pi_0 = \frac{1}{25}\Pi_0$. Значит, за все 6 лет он получит $\Pi_0 - \frac{1}{25}\Pi_0 = \frac{24}{25}\Pi_0$. Значит, плата чиновнику слишком мала (или доходы от него) по сравнению с прибылью (убытками) владельца. Иначе говоря, выгодно максимизировать прибыль в первом периоде.

$\Pi_1 = (100q_1 - q_1^2) - 50q_1 = 50q_1 - q_1^2$ парабола, ветви вниз, максимум в вершине. $q_1 = 25$, $P_1 = 75$.

Ответ: в течение всех шести лет $P = 75$.

Продолжение на обороте.

Пусть в первом периоде получил $П_0$. Тогда в года 1-5 $TC_t = 50q_t + 0{,}008 П_0 q_t = (50 + \frac{8}{1000} П_0) q_t$.

Работает на спросе, не под ним, потому что при неизменном ку выгодно получить бо́льшую выручку.

$P_t = 100 - q_t$. $TR_t = 100q_t - q_t^2$. $П_t = (50 - \frac{8}{1000} П_0) q_t - q_t^2$.

Парабола, ветви вниз, максимум в вершине. +2б.

в года 1-5. $q_t = 25 - \frac{4}{1000} П_0$. $П_t = (50 - \frac{8}{1000} П_0)(25 - \frac{4}{1000} П_0) - (25 - \frac{4}{1000} П_0)^2 =$

+3б.

$= 2(25 - \frac{4}{1000} П_0)^2 - (25 - \frac{4}{1000} П_0)^2 = (25 - \frac{4}{1000} П_0)^2$

Лет 5, поэтому $П_{1-5} = 5(25 - \frac{4}{1000} П_0)^2$

$П_{1-6} = П_0 + П_{1-5} = П_0 + 5(25 - \frac{4}{1000} П_0)^2 =$ +5б.

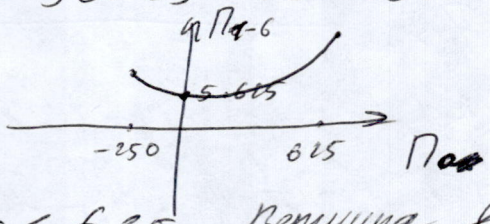
$= П_0 + 5(625 - \frac{2 \cdot 25 \cdot 4}{1000} П_0 + \frac{16}{10^6} П_0^2) =$

$= П_0 - \frac{10 \cdot 100}{1000} П_0 + \frac{5 \cdot 16}{10^6} П_0^2 + 5 \cdot 625 = \frac{80}{10^6} П_0^2 + 5 \cdot 625$.

Посчитаем максимальную $П_0$. $П_0 = 100q_0 - q_0^2 - 50q_0 =$

$= 50q_0 - q_0^2$. Парабола, ветви вниз, максимум в вершине. $q_0 = 25$. $P_0 = 75$. $П_0 = 50 \cdot 25 - 25 \cdot 25 = 25 \cdot 25 = 625$. +3б.

$П_{0\,мин} = -250$.



+5б.

Заметим, $-250 \le П_0 \le 625$. Вершина в 0. ветви вверх. $П_{1-6} = \frac{8}{10^5} П_0^2 + 625 \cdot 5$. 625 больше отдалено от вершины, чем -250, поэтому значение $П_{1-6}$ в $П_0 = 625$ ~~выше~~ наивысшее.

~~Каждый год П = 625. Значит, q всегда ра~~ $П_0 = 625$.

$q_0 = 25$, $P_0 = 75$. $q_t = 25 - \frac{4 \cdot 625}{1000} = 25 - \frac{2500}{1000} = 25 - 2{,}5 = 22{,}5$.

$P_t = 100 - 22{,}5 = 77{,}5$, $t = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Ответ: $t = 0 \to P_0 = 75$

$1 \le t \le 5 \to P_t = 77{,}5$.

25/25

Задача 2

а) Фирма макс. прибыль. $П = P \cdot Y - w^{нам} \cdot L$ $Y = 2\sqrt{L}$.

$П = 2P\sqrt{L} - w \cdot L$. Парабола относительно $\sqrt{L}$, ветви вниз.

Максимум в вершине. $\sqrt{L} = \frac{2P}{2w} = \frac{P}{w}$. $Y = \frac{2P}{w}$ 1ф.

$w_р = \frac{w}{P}$, как можно ближе к 1. $Y^S = \frac{200P}{w}$ +3

Фк. Спит: $U = Y - 50(\frac{\pi}{100})^2$ $\frac{\pi}{100} = P - 1$

$U = Y - 50(P-1)^2$ Равновесие: $Y^S = Y^D$. $\frac{200P}{w} = \frac{M}{P}$.

$\frac{200P}{w} - \frac{M}{P}$. $\frac{200P^2 - wM}{wP} = 0$. $200P^2 = wM$. $P^2 = \frac{wM}{200}$.

$(P - \sqrt{\frac{wM}{200}})(P + \sqrt{\frac{wM}{200}}) = 0$. $P = \sqrt{\frac{wM}{200}}$. $Y = \frac{200P}{w} = \frac{\sqrt{200wM}}{w} =$

$= \sqrt{\frac{200M}{w}}$. $w_р = \frac{w}{P} = \frac{w\sqrt{200}}{\sqrt{w \cdot M}} = \sqrt{\frac{200w}{M}}$

$U = \sqrt{\frac{200M}{w}} - 50\left(\sqrt{\frac{wM}{200}} - 1\right)^2 = \sqrt{\frac{200}{w}} \cdot \sqrt{M} - 50\left(\frac{w}{200}M - \sqrt{\frac{2w}{100}} \cdot \sqrt{M} + 1\right) =$

$= \sqrt{\frac{200}{w}} \cdot \sqrt{M} + 50\sqrt{2w} \cdot \sqrt{M} - 50 - 25w \cdot M =$ Продолж. на обороте.

$= \sqrt{M}\left(\sqrt{\frac{2}{w}} + 50 \cdot \sqrt{2w}\right) - 25w \cdot M - 50$. Парабола относительно $\sqrt{M}$. Ветви вниз, макс. в вершине.

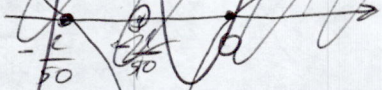
$\sqrt{M} = \frac{\sqrt{\frac{2}{w}} + 50\sqrt{2w}}{50w} = \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{w}} + 50\sqrt{w}}{50w} = \sqrt{2} \cdot \frac{50w + 1}{50w\sqrt{w}}$

$w_р = \sqrt{\frac{2w}{M}} = \frac{\sqrt{2w}}{\sqrt{M}} = \frac{\sqrt{2w} \cdot 50w\sqrt{w}}{\sqrt{2} \cdot (50w+1)} = \frac{50w^2}{50w+1}$

$w_р'(w) = \frac{100w(50w+1) - 50 \cdot 50w^2}{(50w+1)^2} \geq 0$ $(50w+1)^2$ всегда больше 0.

$100w(50w+1) - 50 \cdot 50w^2 \geq 0$. $50w(2(50w+1) - 50w) \geq 0$.

$50w(50w+2) \geq 0$.



$w_р = 1$.

Продолжение на обороте.

$w_r = 1.$ $w_r = \frac{50w^2}{50w+1} = 1.$ $\frac{50w^2 - 50w - 1}{50w+1} = 0.$

$50w^2 - 50w - 1 = 0$ $\frac{D}{4} = 25^2 + 50 = 25 \cdot 27$

$w = \frac{25 \pm \sqrt{25 \cdot 27}}{50}$

$U = \sqrt{\frac{200}{w}} \cdot \sqrt{M} - 50\left(\frac{w}{200}M - \sqrt{\frac{2w}{100}} \cdot \sqrt{M} + 1\right) =$

$= 10\sqrt{\frac{2}{w}}\sqrt{M} + 5\sqrt{2w} \cdot \sqrt{M} - \frac{w}{4}M - 50 =$

$= \sqrt{M}\left(10\sqrt{\frac{2}{w}} + 5\sqrt{2w}\right) - \frac{w}{4}M - 50.$

Парабола относительно $\sqrt{M}$. Ветви вниз макс. в вершине.

$\sqrt{M} = \frac{\left(10\sqrt{\frac{2}{w}} + 5\sqrt{2w}\right)2}{w} = \frac{10\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{w}} + \sqrt{w}\right)}{w} = 10\sqrt{2} \cdot \frac{2+w}{w\sqrt{w}}.$

$w_r = \sqrt{\frac{200w}{M}} = \frac{10\sqrt{2w}}{\sqrt{M}} = \frac{10\sqrt{2w} \cdot w\sqrt{w}}{10\sqrt{2}(2+w)} = \frac{w^2}{2+w}$

$w_r = 1.$ $\frac{w^2}{2+w} = 1.$ $\frac{w^2 - w - 2}{2+w} = 0.$ $w^2 - w - 2 = 0.$ $w = 2, w = -1$

$w = 2.$ $M = (\sqrt{M})^2 = 200 \cdot \frac{(w+2)^2}{w^3}$ $M(2) = \frac{200 \cdot 4^2}{8} =$

$= 400.$ $P = \sqrt{\frac{wM}{200}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400}{200}} = 2.$ $Y = \frac{200P}{w} = 200.$

$P = 2,\ Y = 200.$ 12/12

б) Последняя решение принимают фирмы. $Y_S = \frac{200P}{w}$, ан. пр.

~~Следующая~~ предыдущая – профсоюз. $w_r = \frac{w}{P} = 1.$ $Y_S = Y_D.$ $\frac{200P}{w} = \frac{M}{P}.$

$P = \sqrt{\frac{w \cdot M}{200}}.$ $w_r = \frac{w}{P} = \frac{w \cdot \sqrt{200}}{\sqrt{w \cdot M}} = 10\sqrt{\frac{2w}{M}} = \sqrt{\frac{200w}{M}} = 1.$

$\sqrt{M} = \sqrt{200w}.$ ~~$M = 200M$~~ $M = 200w.$ $w = \frac{M}{200}$ ← выбрали з/у.

Первый – Смит. $U = \frac{M}{P} - 50(P-1)^2.$

Если $w = \frac{M}{100}$, то $P = \sqrt{\frac{M \cdot M}{200 \cdot 100}} = \frac{M}{200}.$ 8/8

$U = \frac{M \cdot 200}{M} - 50\left(\frac{M-200}{200}\right)^2 = 200 - 50\left(\frac{M}{200} - 1\right)^2 =$

$= 200 - 50\left(\frac{M^2}{200^2} - \frac{M}{100} + 1\right) = 150 + \frac{M}{2} - \frac{M^2}{800}.$ Парабола, ветви вниз. Макс в верш. $M = \frac{1 \cdot 400}{2 \cdot 1} = 200$ $P = 1.$ $w = 1.$ $Y = 200.$

Ответ: $P = 1;\ Y = 200.$

Продолжение на доп. листке.

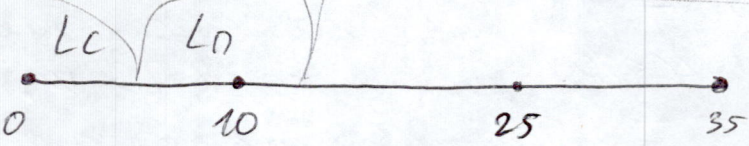
Задача 3

Рассмотрим отдельно регион E. Сыр и пряники.
L_c - труд на сбитие сыра. $L_п$ - труд на сбитие пряников.
С - сожжённый сыр, П - сожжённые пряники.
$C = 2L_c$, $П = 2L_п$. $L_c = \frac{1}{2}C$. $L_п = \frac{1}{2}П$.
$L_c + L_п = 15$. $15 = \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}П$. $C + П = 30 \in$ КУВ региона E.

+3

Рассмотрим регион W.
$L_c + L_п = 35$. Полностью используем труд, чтобы максимально уничтожить продукты.

$$C = \begin{cases} L_c, L_c \le 10 \\ 10 + 2(L_c - 10), L_c > 10. \end{cases} \quad П = \begin{cases} L_п, L_п \le 10 \\ 10 + 2(L_п - 10), L_п > 10. \end{cases}$$



Рассмотрим первый случай. $L_c \le 10$, $C \le 10$.
Тогда $L_п \ge 25$, тогда $П = 10 + 2(L_п - 10) = 2L_п - 10$. ~~$\frac{1}{2}C = L_c$~~
$2L_п = П + 10$. $L_п = \frac{1}{2}П + 5$. $L_c = C$. $L_п + L_c = 35$. $\frac{1}{2}П + 5 + C = 35$.
$\frac{1}{2}П + C = 30$. если $C \le 10$. $П = 60 - 2C$.

Второй: $10 < C \le 25$. Тогда $10 \le L_п \le 25$. $10 < C \le 40$
$C = 10 + 2(L_c - 10)$. $C = 2L_c - 10$. $2L_c = C + 10$. $L_c = \frac{1}{2}C + 5$.
$П = 10 + 2(L_п - 10)$. $П = 2L_п - 10$. $2L_п = П + 10$. $L_п = \frac{1}{2}П + 5$.
$L_c + L_п = 35$. $\frac{1}{2}C + 5 + \frac{1}{2}П + 5 = 35$. $\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}П = 25$. $C + П = 50$.
$П = 50 - C$, $10 \le C \le 40$.

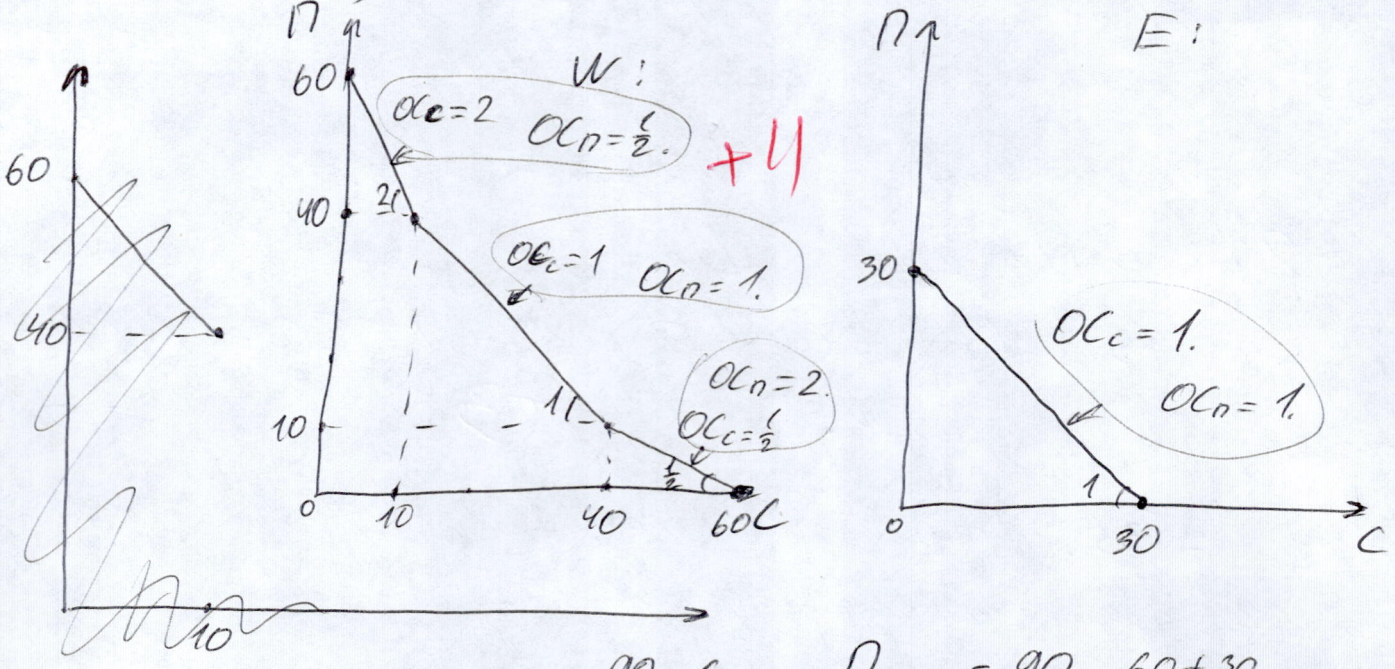
Продолжение на обороте.

Третий: $L_C \geq 25$, $L_П \leq 10$. $C \geq 40$.

$C = 10 + 2(L_C - 10)$. $L_C = \frac{1}{2}C + 5$.

$L_П = П$. $L_C + L_П = 55$. $П + \frac{1}{2}C + 5 = 55$. $П = 30 - \frac{1}{2}C$.

$П = 30 - \frac{1}{2}C$, $40 < C \leq 60$.



Суммарная КПВ:

$$П = \begin{cases} 90 - C, & 0 \leq C \leq 30. \\ 120 - 2C, & 30 < C \leq 40. \\ 60 - \frac{1}{2}C, & 40 < C \leq 60. \\ 90 - C, & 60 < C \leq 90. \end{cases}$$

$П_{max} = 90 = 60 + 30$.

Сначала α_C меньше на КПВ E. Используем её, пока $C \leq 30$.

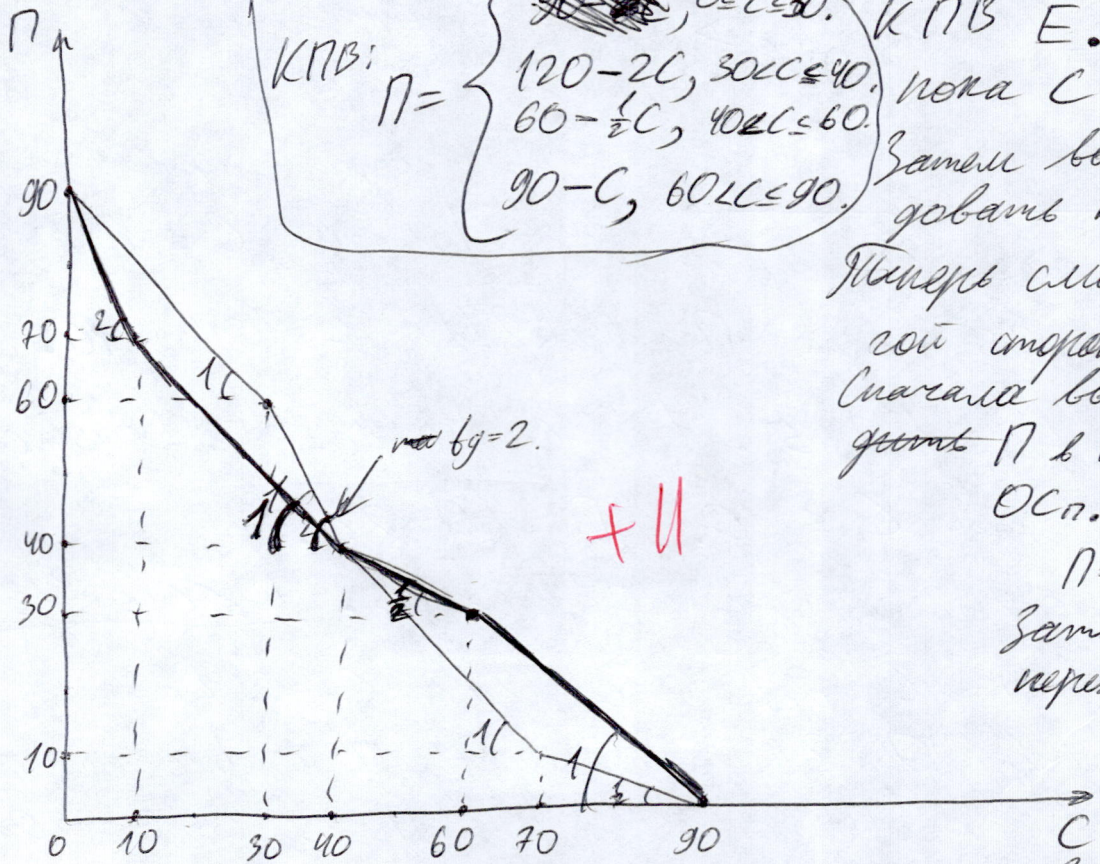
Затем выгоднее следовать по КПВ W.

Теперь смотрим с другой стороны. $C_{max} = 90$.

Сначала выгоднее ~~производить~~ уничтожать П в E, т.к. меньше $\alpha_П$. ~~Производим~~ уничтожаем.

$П = 30$.

Затем выгоднее переходить на П и в решение W.



Жирным обведена КПВ, если сначала все уничтожаем C, светлее — если сначала П. Суммарная КПВ это часть жирной, находящаяся выше светлой, и часть светлой выше жирной.

Задача 4

а) $X: \frac{31}{\frac{1}{N_1^X}+\frac{1}{N_2^X}+\dots+\frac{1}{N_{31}^X}}$ $Y: \frac{31}{\frac{1}{N_1^Y}+\frac{1}{N_2^Y}+\dots+\frac{1}{N_{31}^Y}}$

N_i^b – место института b (X или Y) в рейтинге с $\{1,2,\dots,31\}$

$N_i^X < N_i^Y \Rightarrow N_i^X < N_i^Y$.

$\frac{1}{N_1^X}+\frac{1}{N_2^X}+\dots+\frac{1}{N_{31}^X} > \frac{1}{N_1^Y}+\frac{1}{N_2^Y}+\dots+\frac{1}{N_{31}^Y}$, т.к. $N_i^X < N_i^Y$

$\frac{1}{N_i^X} > \frac{1}{N_i^Y}$.

$HM^X < HM^Y$.

Значит, институт X выше ин. Y.

б) Учитывая то, что HM дальней реагирует на изменения высоких (близких к 1) позиций, может так оказаться, что X, будучи выше в рейтинге по стране с небольшим отрывом, окажется ниже в рейтинге по миру, так как позиции, которые были для него релевантными по стране, будут значить меньше в рейтинге по миру.

б) По стране $HM^X < HM^Y$. Нет слишком турнирной мощи

г) $\hat{r}_i = \max\{r_i - m_i; 1\}$ почему может? нужен пример

больше, чем $m_i = r_i - 1$, т.к. если m выше этого, можно сократить m_i до уровня $r_i - 1$ и добиться того же результата. $r_i - (r_i - 1) = 1$.

$M = \sum_{i=1}^{31} m_i$ $\frac{31}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\dots+\frac{1}{r_{31}}} \to \min$. $\frac{1}{r_1}+\dots+\frac{1}{r_{31}} \to \max$.

Потратим единицу на r_i. Станет $\hat{r}_i = r_i - 1$.

Нужно вложить единицу далее так, чтобы $\frac{1}{\hat{r}_i} - \frac{1}{r_i}$ было наибольшим. $\frac{1}{r_i - 1} - \frac{1}{r_i} = \frac{r_i - r_i + 1}{r_i(r_i - 1)} = \frac{1}{r_i(r_i-1)}$. Чем ниже r_i, тем большего результата добьёмся вложив в него единицу.

Продолж. на обороте.

Значит, из всех r_i, $i \in [1; 31]$ $i \in N$ мы выбираем самый близкий к 2, ~~то есть~~ так как в ~~тот~~, что уже на первом месте, нет смысла вкладывать. Допустим, $r_1 = 4$, $r_2 = 5$. Из них выгодней вложить единицу денег в r_1, т.к. он станет $r_1 = 3$, $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ было равно $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$, а станет $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$. Если же вложим единицу в r_2, то r_2 станет 4, $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{2}$, а $\frac{1}{2} < \frac{8}{15}$.

Итак, выбираем номер, ближний к 2 и улучшаем его до первого места. Если остались деньги, выбираем следующий, ближе к двум. И т.д, пока есть средства.

10|10

в) Среднее гармоническое слабее реагирует на ~~...~~ низкие места в рейтингах. Переход со 2 на 1 место сильней отразится на НМ, чем с 100 на 99, а для ~~...~~ сред. арифм. Эти переходы равнозначны.

5|5

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$ ← при больших r дробь слабо изменится $(f(r_2-1) - f(r_2))$. При меньших – сильней. Значит и вся дробь сильней реагирует при меньших r.

$\frac{r_1 + r_2}{2}$ ← при любых r при шаге на 1 вверх по рейтингу меняется одинаково.

Задача 5

а) Лучше давать эти деньги поликлиникам, а не пациентам, так как если бы государство выделяло индивиду сумму на лечение в стационаре, он мог бы посчитать, что их выгоднее потратить на что-нибудь другое. Когда же стационар для человека бесплатен, у него меньше стимулов отказываться от него. Таким образом, люди будут посещать стационары, не выбирая, тратить свои деньги или нет.

их не давали пациентам

Стимулы поликлиник? 0/7

б) Проблема в том, что поликлиника, получив определённую сумму для обеспечения пациентов стационаром, может потратить деньги на свои нужды, более заботясь о себе, а не о пациентах. Ведь сложно оценить, верно ли было решение врача не отправлять пациента в стационар — об этом может знать только сам врач или другой эксперт. Итак, у поликлиники есть стимулы (и возможность) использовать деньги не по назначению, что может не привести к улучшению здоровья людей.

6/6

Продолжение на обороте.

в) В каждый стационар? можно устроить независимых экспертов, которые будут выдавать окончательный вердикт — нужен пациенту стационар или нет. Они не должны получать деньги от стационара или поликлиники, их доход не должен зависеть от количества пациентов, посетивших стационар.* ~~Таким образом, врачи поликлиники знают, что их решение будет перепроверено профессионалом, который в случае недостаточных причин для стационара откажет поликлинике в предоставлении места пациенту.~~

До них не доходят люди кот. он не нужен

*У каждого пациента можно спрашивать, было ли ему предложено посетить стационар. Если нет, направить его на обследование к тем людям из стационара, о которых я ~~говорил~~ говорил. Если их вердикт будет таков, что стац. необходим, обязуем поликлинику использовать средства.

Можно вместо предоставления денег поликлинике централизованно, независимо от поликлиники оплачивать пациентам услуги стационара, не предоставляя денег поликлиникам. От этой системы ушли

Можно выделять эти средства исключительно на стационар, требуя с поликлиники доказательства, что деньги были потрачены по назначению. (требовать чеки). Поликл. будут отправлять реально больных => не поможет.

4/12

10

Задача 6

б) Нельзя говорить, что это особенные конфеты. ~~Дети могут~~ ~~Может~~ Это может повлиять на самооценку детей, т. е. они будут считать, что они умней других, будут более уверенными в себе, что создает неравные условия для групп. +3 +1

Следует взять детей с изначально равным уровнем знаний. Возможно, конфеты подействуют слабей на уже сильных знаниями детей, возможно, настолько, что это будет незаметно. ~~Может, фун~~ Стоит взять либо только умных, ~~либо~~ либо только послабей или совсем слабых, ~~чтоб от И нельзя~~ +1 +1

а) Семьи руководства могут сказать, что их „очень заинтересовал продукт", ~~чтобы расположить к себе начал~~ потому что они рассматривают эти +3 конфеты как способ заработать для руководства, а, значит, и семьям станет лучше. Нужны независимые люди, то есть рандомные мамы с детьми, встреченные на улице. Они +1 скажут объективнее о продукте как таковом.

Продолж. на обороте.

в) Нужно продавать в городе, близко к людям, которые являются Целевой Аудиторией. У школ, дет. садов, у поликлиник. В больших массивах домов, где много детей.

Сотрудники едва ли помогут закупиться конфетами. Может, они захотят уходить руководству и поэтому в два счёта всё раскупят. +3 +1

а) Дизайн этикетки должны разрабатывать дети, так как мы хотим их побудить покупать конфеты. Обёртки должны быть привлекательными для детей. Нужны пробные варианты, чтоб показать их детям. x3

Дополнительный лист

На следующ. доп листе.

Задача 2.

Задача № 2. Пункт в.

И в первом случае: $Y - 50(P-1)^2 = 100 - 50 \cdot 1^2 = 150$.

И во втором случае: $Y - 50(P-1)^2 = 200$. +1

Счастье Смита увеличилось.

Это произошло, потому что изменился порядок принятия решений. Теперь он максимизировал свое счастье, воспринимая решения профсоюза и фирмы как зависящие от него, а раньше он был зависим от цены, которую установит профсоюз.

Выигрывает в данном случае тот, кто первым принимает решение, зная реакцию других. Своим значением M он фактически управлял остальными агентами, так, как это было ему выгодно. Раньше не управлял он.

3/5

(23)