ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Первый тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Сукасян Жора Оганесович
Субъект Российской Федерации
Челябинская область
Регистрационный номер
1235

21904

выход из аудитории

13.04-13.07

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	**3 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	1	2	3	4	5	6	Сумма
Баллы	25	24	25	23	17	12	
Член жюри	SV	AM	~~DA~~	FP	JC	GP	

Код участника: 21904

Задача 1

Последние 5 лет владелец магазина будет max прибыль т.к. выплаты (возможно отриц.) чиновнику ~~не будут~~ будут фиксированы (после 1 года)

Найдём параметры этих 5 лет:

$q = 100 - P \quad (q \geq 0) \qquad P = 100 - q$

$TR = Pq = 100q - q^2$

$TC = qC = 50q$

$P_r = TR - TC = 50q - q^2$ – парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в т. $q = \frac{-b}{2a} = \frac{50}{2} = 25$

$P_r = 50 \cdot 25 - 25^2 = 625$

Пусть в первом году он произвёл q_0 бутылок $(0 \leq q_0 \leq 100)$

$TR_0 = P_0 \cdot q_0 = 100q_0 - q_0^2$

TC_0

Пусть в первом году он получил прибыль $П_0$

Тогда суммарная прибыль:

$PR = \underbrace{П_0}_{\text{первый год}} + \underbrace{5 \cdot P_r}_{\text{следующие 5}} - 5 \cdot$

Последние 5 лет владелец будет выпускать одинаковое количество продукции, т.к. прибыль будет зависеть только от q.

Найдём прибыль последнего года: (т.к. P однозначно зависит от q)

$q = 100 - P \qquad 100 \geq q \geq 0 \qquad P = 100 - q$

~~P_r~~ $TR = Pq = 100q - q^2$

$TC = qC + 0{,}008 П_0 \cdot q = (50 + 0{,}008 П_0) q$ +75.

$P_r = TR - TC = (50 - 0{,}008 П_0) q - q^2$ – парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в т. $q = \frac{-b}{2a} =$

$= \frac{50 - 0{,}008 П_0}{2} = 25 - 0{,}004 П_0$ +56.

$P_r = (50 - 0{,}008 П_0) \frac{(50 - 0{,}008 П_0)}{2} - \frac{(50 - 0{,}008 П_0)^2}{4} = \frac{(50 - 0{,}008 П_0)^2}{4} = (25 - 0{,}004 П_0)^2$

Найдём прибыль за все года:

$PR = \underset{\text{последние 5 лет}}{5 \cdot Pr} + \Pi_0 = 5(25 - 0{,}004\Pi_0)^2 + \Pi_0 = 5(625 - 0{,}2\Pi_0 + 0{,}000016\Pi_0^2) + \Pi_0 =$

$= 3125 + 0{,}00008\,\Pi_0^2$ – как видно, PR владельца будет max тогда, когда модуль Π_0 будет max.

Выразим Π_0:

$p = 100 - q \quad q \in [0; 100]$

$TR_0 = p_0 q_0 = 100 q_0 - q_0^2$

$TC_0 = q_0 c = 50 q_0$

$\Pi_0 = TR_0 - TC_0 = 50 q_0 - q_0^2$ – парабола, ветви вниз, вершина в точке

$q_0 = -\frac{b}{2a} = 25 \Rightarrow$ max значение в т. $q_0 = 25$, min'им значение в точке, наиболее удалённой от вершины $q_0 = 100$ ($|100 - 25| > |25 - 0|$)

$\Pi_{0\,max} = 50 \cdot 25 - 25^2 = 625$

$\Pi_{0\,min} = 50 \cdot 100 - 100^2 = 5000 - 10000 = -5000$

$|\Pi_{0\,min}| > |\Pi_{0\,max}| \Rightarrow$ ~~$\Pi_0 = \Pi_{0\,min}$~~

Но, по условию $\Pi_0 \geq -250 \Rightarrow \Pi_{0\,min} = -250$

$|\Pi_{0\,max}| > |\Pi_{0\,min}| \Rightarrow \Pi_0 = \Pi_{0\,max} = 625$

25

Найдём цены:

$q_0 = 25 \Rightarrow p_0 = 100 - q_0 = 75$

$q = 25 - 0{,}004\,\Pi_0 = 25 - 2{,}5 = 22{,}5$

$p = 100 - q = 77{,}5$

Ответ: в первом году 75, а потом 77,5.

Заметим, что во всех случаях выпуск и цены лежат в пределах $(0; 100)$

Задача 2

Найдём, как поступят фирмы:

$Pr = PY - TC = P\cdot 2\sqrt{L} - wL = 2P\sqrt{L} - w\sqrt{L}^2$ – парабола (отн. $\sqrt{L}$), ветви ↓,

max при $\sqrt{L} = -\frac{b}{2a} = \frac{P}{w} \Rightarrow L = \frac{P^2}{w^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{2P}{w} \Rightarrow Y_s = \frac{200P}{w}$ +3

~~б) найдём, как поступит профсоюз:~~

~~$Y_D = \frac{M}{P}$ $Y_S = \frac{200}{w}$~~

~~$\frac{M}{P} = \frac{200}{w}$ $P = \frac{MW}{200}$ $= 1$~~

~~(так хочет профсоюз)~~

~~$MW = 200$~~

~~$w = \frac{200}{M}$~~

а) как поступит ЦБ:

$Y_D = \frac{M}{P}$ $Y_S = \frac{200P}{w}$

$Y_S = Y_D$ $\frac{M}{P} = \frac{200P}{w}$

$P^2 = \frac{MW}{200}$ $P = \sqrt{\frac{MW}{200}}$

$\frac{\pi}{100} = \frac{P - P_0}{P_0} = P - 1$

$U = Y - 50\left(\frac{\pi}{100}\right)^2 = \frac{M}{P} - 50(P-1)^2 = \frac{M\sqrt{200}}{\sqrt{MW}} - 50\left(\sqrt{\frac{MW}{200}} - 1\right)^2 =$ +2

$= \sqrt{\frac{200}{W}}\sqrt{M} - 50\left(\frac{W}{200}\cdot M - 2\sqrt{\frac{W}{200}}\cdot\sqrt{M} + 1\right) = -\frac{W}{4}M + 100\sqrt{\frac{W}{200}}\cdot\sqrt{M} +$

$+ \sqrt{\frac{200}{W}}\cdot\sqrt{M} - 50 = -\frac{W}{4}M + \left(\sqrt{50W} + \sqrt{\frac{200}{W}}\right)\sqrt{M} - 50$ – парабола (отн. $\sqrt{M}$)

ветви ↓, max при $\sqrt{M} = -\frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{50W} + \sqrt{\frac{200}{W}}}{\frac{W}{4}\cdot 2} = 2\sqrt{\frac{50}{W}} + 2\sqrt{\frac{200}{W^3}}$

Как поступит профсоюз:

$$\frac{W}{P} = \frac{W}{\sqrt{\frac{MW}{200}}} = \frac{\sqrt{200W}}{\sqrt{M}} = \frac{\sqrt{200W}}{2\sqrt{\frac{50}{W}} + 2\sqrt{\frac{200}{W^3}}} = 1$$ (так хочет профсоюз)

$$\sqrt{200W} = 2\sqrt{\frac{50}{W}} + 2\sqrt{\frac{200}{W^3}}$$

$$\sqrt{200W} = \sqrt{\frac{200}{W}} + 2\sqrt{\frac{200}{W^3}} \quad | \cdot \sqrt{\frac{W}{200}}$$

$$W = 1 + 2 \cdot \frac{1}{W} \quad | \cdot W$$

$W^2 - W - 2 = 0$ ← Вычисл. ошибка

$D = 1 + 4 \cdot 2 = (\sqrt{5})^2$

$W = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (т.к. $W > 0$)

$P = \sqrt{\frac{MW}{200}} \quad \sqrt{\frac{M}{200}} = \frac{P}{\sqrt{W}} = \sqrt{W}$

$P = W = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$Y = \frac{200P}{W} = 200$ +1

Ответ: уровень цен $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, выпуска 200.

+2

б) Как поступят профсоюзы:

8 $Y_D = \frac{M}{P}$ $Y_S = \frac{200P}{W}$

$\frac{M}{P} = \frac{200P}{W}$ $P^2 = \frac{MW}{200}$

$P^2 = W^2$ (так хочет профсоюз)

$\frac{MW}{200} = W^2$ $W = \frac{M}{200} \Rightarrow P^2 = \frac{M^2}{200^2} \Rightarrow P = \frac{M}{200}$

Как поступит ЦБ:

$U = Y - 50\left(\frac{r}{100}\right)^2 = \frac{M}{P} - 50\left(\frac{P-1}{100 \cdot 1}\right)^2 = 200 - 50\left(\frac{M}{200} - 1\right)^2 \le 200$

$U = 200 \Leftrightarrow M = 200$

$P = \frac{M}{200} = 1$ $Y = \frac{M}{P} = 200$

Ответ: уровень цен 1, выпуска 200

См. продолжение.

Задача 3

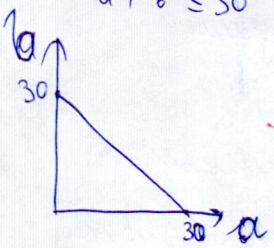
Найдём КУВ для Е:

~~$\frac{a}{2}$~~ ~~a и b~~ a и b – кол-ва уничтожс. тонн пармезана и персиков соотв.

$\frac{a}{2}$ и $\frac{b}{2}$ – затраты труда соотв.

$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} \le 15$

$a + b \le 30$



+3

Найдём КУВ для W

~~$a + a \le 40$~~ Пусть x – кол-во труда для уничт. парм., y – для перс.

а) $X \le 10 \Rightarrow y > 10$ (мы использ. все ресурсы)

$a = X$

$b = \underbrace{10}_{\text{обыкн.}} + \underbrace{(y-10)\cdot 2}_{\text{квадр.}}$

$a = x$

$b = 2y - 10$

$X + y \le 35$

$a + \underbrace{\frac{b+10}{2}}_{y} \le 35$

$2a + b + 10 \le 70$

$2a + b \le$ ~~65~~ 60 при этом $a \le 10$

б) ~~$X > 10$ и $y > 10$~~ $25 \ge X > 10 \Rightarrow y \ge 10$

$a = 10 + (x-10)\cdot 2$

$b = 10 + (y-10)\cdot 2$

$a = 2X - 10$

$b = 2y - 10$

+11

$a + b + 20 = 2X + 2y \le$ ~~35~~ 70

$a + b \le 50$

при этом $a \in (10; 40]$ (т.к. $X \in (10; 25]$)

в) $X > 25 \Rightarrow y < 10$

$a = 10 + (X-10)\cdot 2$

$b = y$

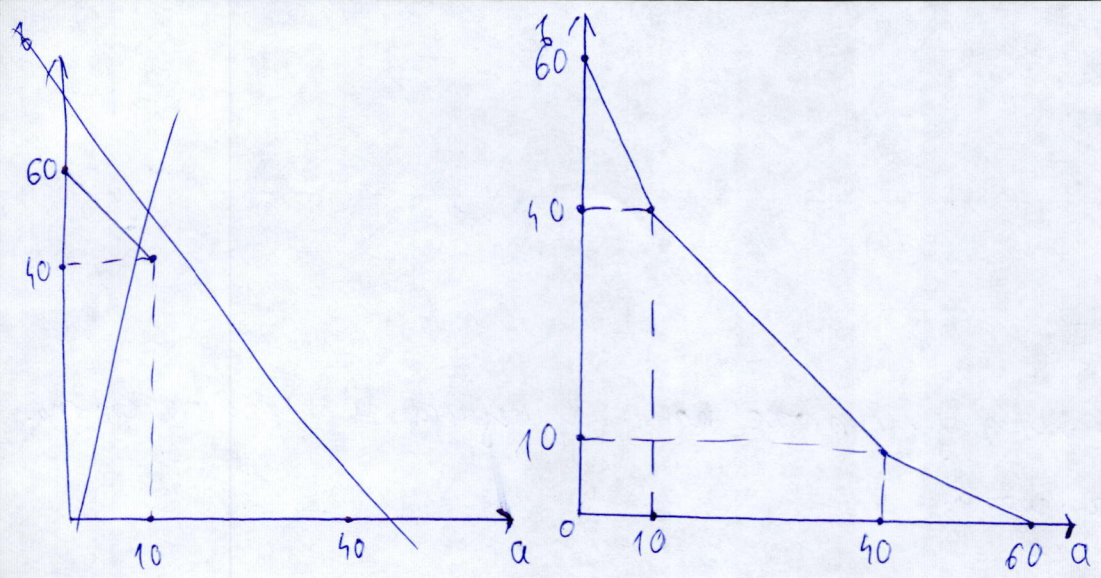
$a = 2X - 10$

$b = y$

$a + 2b + 10 = 2X + 2y \le 70$

$a + 2b \le 60$

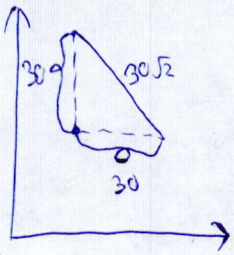
$a \in (40; 60]$



11

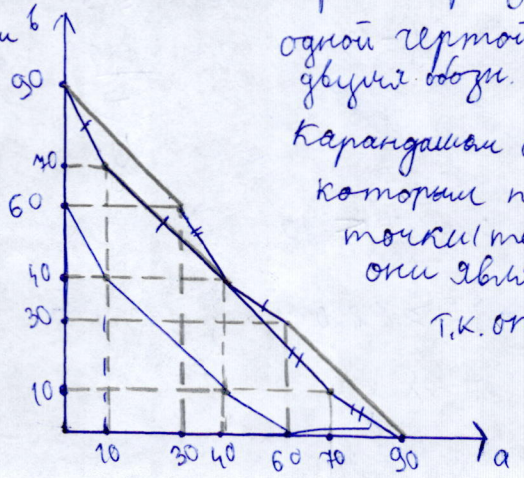
~~Сложил~~ Сложим эти КУВ:

Прибавив КУВ Е к какой-либо точке, мы получим треугольник возможностей:

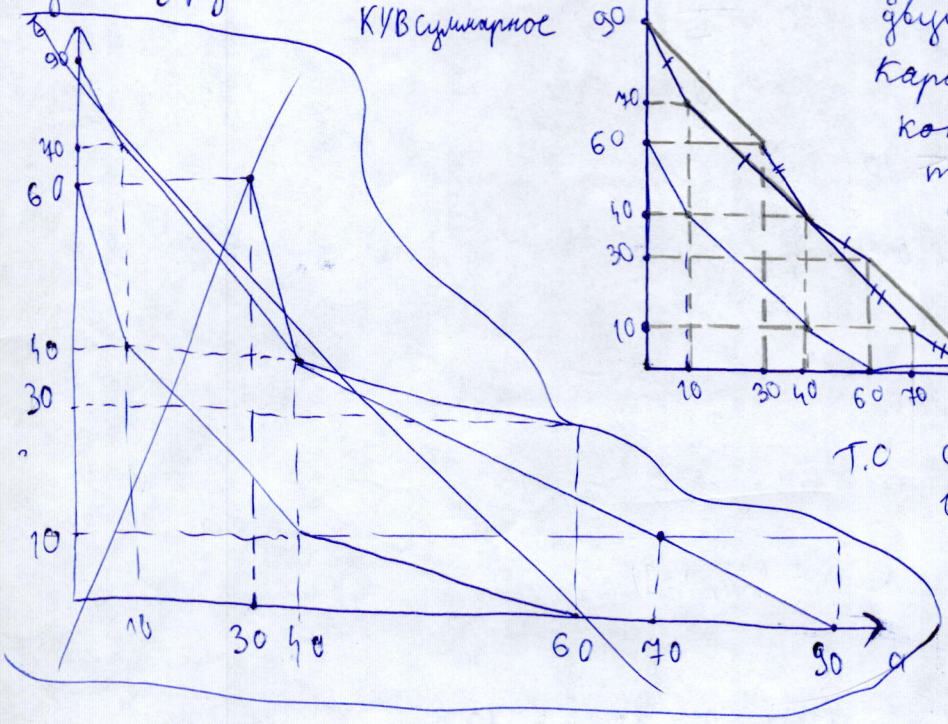


Добиться этого можно, произведя параллельный перенос вверх на 30, затем вправо-вниз под углом 45° на 30√2. Конечное положение будет правее на 30. траектория образует КУВ

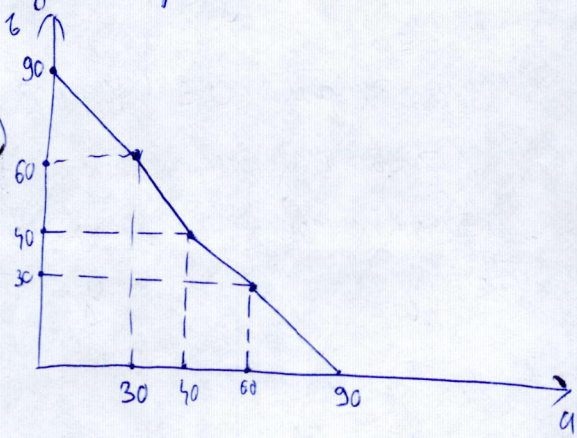
Проделаем это для всей КУВ W, при этом траектория каждой точки будет соотв. возможностям при определенном кол-ве утилизируемого в W и получим КУВ суммарное



одной чертой обозн. ↑ 30
двумя обозн. → 30
Карандашом обозн. ~~прямое~~ отрезки, по которым переносятся крайние точки (точки перелома) они являются достаточными, т.к. отрезок переносится в отрезок.



Т.О суммарный КУВ:



Задача 4

а) Пусть X – рейтинг института X. Y – рейтинг Y

$X = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \ldots + \frac{1}{X_N}}$, где X_i – место X по i-ому критерию

аналогично $Y = \frac{1}{\frac{1}{Y_1} + \ldots + \frac{1}{Y_N}}$

$Y_i > X_i \Rightarrow \frac{1}{Y_i} < \frac{1}{X_i} \Rightarrow \sum \underbrace{\frac{1}{Y_i}}_{>0} < \sum \frac{1}{X_i} \Rightarrow \frac{1}{\sum \frac{1}{Y_i}} > \frac{1}{\sum \frac{1}{X_i}} \Rightarrow Y > X \Rightarrow$

(X_i и $Y_i \in N$)

$\Rightarrow$ место X выше. 5/5

ответ: да

б) Пусть по последним 28 критериям X и Y, чередуясь, занимают 1 и 2 места в мире ($X_4 = 1$, $Y_4 = 2$, $X_5 = 2$, $Y_5 = 1$ и т.д.)

Тогда $\sum_{i=4}^{31} \frac{1}{X_i} = \sum_{i=4}^{31} \frac{1}{Y_i} = W$

Определим места X и Y по 1, 2 и 3 критерию:

	1	2	3	1м	2м	3м
X	1	2	1000	1001	1002	1000
Y	500	500	1	1500	1500	1

1м – первый критерий, в мире и т.д.

такие места возможны (по 3 критерию первые 10 000 мест у страны, по остальным только первые 1000 не у нее)

Определим рейтинги: $X = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1000} + W}$, $Y = \frac{1}{\frac{1}{500} + \frac{1}{500} + \frac{1}{1} + W}$

Очевидно, что $X < Y$ ($\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1000} < \frac{1}{500} + \frac{1}{500} + \frac{1}{1}$) очевидно, но стоило проверить (явно вычислить)

определим мировые рейтинги $X_m = \frac{1}{\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000} + W}$, $Y_m = \frac{1}{\frac{1}{1500} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1} + W}$

$X > Y$ ($\underbrace{\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000}}_{0^+} < \frac{1}{1} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1500}$) почему?

Ответ: нет 4/5

в) Скорее всего, 1 университет лучше второго намного сильнее, чем 1000 лучше 1001. Среднее арифметическое это не учитывает

Среднее гармоническое лучше выделяет вузы, ~~по~~ сильно выдающиеся по каким-либо параметрам.

В системе средних арифметических, например вуз с лучшей образовательной программой может оказаться хуже вуза с плохой программой, но мелкими преимуществами в чём-то другом, что нелогично.

5/5

2) заметим, что ~~сумма всех итоговых~~ сумма всех ~~можно~~ итоговых мест равна сумме всех начальных, уменьшенной на M.

Наилучший прогресс $\Leftrightarrow$ наименьшее среднее гармонич $\Leftrightarrow$ наибольшая сумма обратных.

Пусть мы улучшили наше место по какому-то рейтингу с m до $m-1$. Пусть также у нас было место n ($n<m$, $n>1$) по другому рейтингу.

Сумма обратных увеличилась на $\frac{1}{m-1}-\frac{1}{m}=\frac{1}{m(m-1)}$,

а могла на $\frac{1}{\cancel{m}\,n-1}-\frac{1}{n}=\frac{1}{n(n-1)}$

$\frac{1}{m(m-1)}<\frac{1}{n(n-1)}$ (т.к. $\underset{0}{n}(n-1)<m(m-1)$)

Значит, мы могли получить ~~более высокий рей~~ большую сумму обратных, а значит, улучшить прогресс (см. выше)

То есть при замене улучшения „плохого" критерия на улучшение „хорошего", мы улучшим прогресс. (Заменим всё, начиная с конца*)

Значит, наилучший прогресс достигается улучшением самых сильных областей.

Ответ: минимальные места довести до 1.

а если уже 1? недостаточно точное ~~неполное~~ описание действий института

* у нас есть послед. ходов (трата 1 д.е.) мы ~~заме~~ улучшим все ходы, начиная с конца. Все ходы станут улучшением „лучшего" критерия и прогресс увеличится.

9/10

/23б.

Задача 5

а) Профилактика болезни дешевле лечения. +
Поликлиникам станет выгодно не просто отсеивать способных передвигаться как здоровых, а лечить пациентов, чтобы предотвратить их дальнейшее ухудшение состояние, что приведёт к стационарному лечению и росту издержек. Снижение спроса на стационар также вызовет изменение в распределении финансовых вливаний в пользу поликлиник.

7/7

б) Возможна халатность, по которой будут изыскиваться способы послать подлежащих стационарному лечению домой и ~~увеличить~~ улучшить статистику, спровоцировав премию. Или продолжение лечения в поликлинике, несмотря на необходимость операции

6/6

в) Введение единых критериев, возможно, компьютеризация.*
Введение ответственности врача за состояние своего пациента (вылечим сами и он больше не приходит с этой проблемой - поощрение; положим в стационар - молодець, но премии просто так не даем; послал пациента домой, а его потом с этой болезнью госпитализировали - порицание, штраф, возможно что-то серьезнее)

* как даем?

+

Решение на направление/ненаправление в стационар согласовывается с другим врачом (из другой больницы/города)
Причём нужно избегать циклов или делать их большой длины. (Первый согл. со II, а II с I – цикл длины 2)
Избегать повторных согласований с одним и тем же врачом
По возможности, увеличить кол-во согласующих врачей (но не сильно)
(врачей брать и из поликлиники, и из стационара)

* врач вводит диагноз и состояние и прочее, необходимое для заключения, а компьютер решает, направлять в стационар или нет)

идея осуществления контроля качества лечения : 4

17

Задача 6

а) возможна ошибка репрезентативности. Т.к. фокус-группа отбирается из семей руководства, то, скорее всего, их благосостояние больше среднего, что ведёт к некому изменению предпочтений, что искажит результаты. Они также могут быть искажены по причине принадлежности семьи к кондитерской фабрике (более избалованны выбором в плане конфет). +3
Однако эта же причина приведёт к более полному и детальному отзыву о конфетах (больше опыта) +1

Деление на группы даст возможность сильнее персонализировать исследование.

К тому же, отношение ребёнка к делу отца/матери вероятнее всего будет положительным, независимо от продукта

Можно изменить состав фокус-группы, добавив „внешних" детей и родителей, но сделав акцент на детях, как наиболее часто ~~(в том числе и в отсутствующих)~~ ~~приводящих к~~ провоцирующих покупку +1

Увеличить долю детей.

б) Во-первых, почти невозможно выбрать школы так, чтобы уровень знаний учеников был ~~равен~~ равными. Поэтому предлагаю для „особых" конфет выбрать школу похуже (плохие рез-ты, чаще всего, последствие лени, а соревновательный элемент может ~~пр~~ служить дополнительным стимулом, что улучшит результаты „особых" конфет) +1
(в „успешных" школах стимулов хватает)
(в „неуспешных" сильное изменение возможнее)

+1 Во-вторых, убеждение детей в „особой силе" конфет придаст им уверенность и улучшит их результаты. Предлагаю также убедить в этом учителей, чтобы усилить проявление в науке, (*)

Если же требуется улучшить качество исследований, то можно затем провести такой же эксперимент (в других школах), поменяв обертки (обычным - „особые" и наоборот) или просто использовав одинаковые обертки и убрав комментарии

(*) Улучшить результаты эксперимента и повысить эффективность рекламы, использовав более внушительную цифру.

в) Ошибка репрезентативности:
В данном случае посетители магазина при фабрике различаются от среднестатистических. К тому же, магазин является локальным монополистом (сотрудник не поедет в город ради конфет). +3
Также, спрос со стороны сотрудников, скорее всего, меньше чем в среднем (надышавшись сладким запахом конфет, отказываешься покупать ещё больше)
При этом цены определяют мелкие оптовики, которые не проводили таких обширных исследований, а основываются лишь на предположениях о будущем спросе. +1
Я бы посоветовал выбрать другой магазин (лучше несколько), сравнивать спрос на „особые" со спросом на другие конфеты (чтобы предотвратить влияние глобальных факторов, например, временное снижение спроса из-за поры заката варенья) и учитывать ~~новы~~ временное повышение спроса на новинку (попробовать же надо) +1

Дополнительный лист

Задача 2 продолжение.

в) ~~Выпуск в обоих случаях одинаков.~~

+5 ~~Но цены во в в первом случае изменились~~

$$U_1 - U_2 = Y_1 - 50\left(\frac{\pi_1}{100}\right)^2 - Y_2 + 50\left(\frac{\pi_2}{100}\right)^2 = 200 - 50\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 200 + 50\cdot 0^2 =$$

$$= -50\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = -\frac{50\cdot 5}{4} < 0$$

$$U_1 - U_2 < 0 \Rightarrow U_1 < U_2$$

Так произошло потому, что в первом случае профсоюз принимал решение, зная реакцию всех остальных игроков. Во втором случае ведущую роль занял ~~ЦБ~~ Джон Смит, и он ~~до~~ первым задавал параметры остальным игрокам. То есть, раньше он работал с экзогенными параметрами (получал решение профсоюза), а теперь — с эндогенными, что позволило ему более полно контролировать ситуацию.