ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Второй тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Брославский Арсений Павлович
Субъект Российской Федерации
Свердловская область
Регистрационный номер
1195

22179

11:05-11:06

12:19-12:20

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	**4 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	25	25	20	21	12	4	
Член жюри	GE	CL	OZ	WW	VU	AX	
						4	
						WO	

Код участника: 22179

Задача 7

Пусть до изменения они продавали Q_0 по цене P_0. После изменения цены пусть они продают Q по цене P.

Пусть, о которых говорит Пессимист:

$$K_1 = Q_0(P - P_0)$$

Q_0 — старый объем; $(P - P_0)$ — уменьшение цены

Выручка, о которой говорит Оптимист:

$$K_2 = (Q - Q_0)P$$

$(Q - Q_0)$ — увеличение объема; P — новая цена

По словам оптимиста, $1{,}5K_1 = K_2$

$$1{,}5Q_0(P - P_0) = (Q - Q_0)P \Rightarrow \frac{Q - Q_0}{Q_0} \cdot \frac{P}{P_0 - P} = -1{,}5$$

Поскольку изменение цены незначительно, эластичность можно считать по фо-ле:

$$E = \frac{\Delta Q}{Q_0} \cdot \frac{P_0}{\Delta P} = \frac{Q - Q_0}{Q_0} \cdot \frac{P_0}{P_0 - P}$$

Опять же, потому что изменение цены незначительно, можем считать, что:

$$E = \frac{Q - Q_0}{Q_0} \cdot \frac{P}{P_0 - P} \Rightarrow \boxed{E = -1{,}5}$$

25/25

Задача 8

а) Решим задачу с конца. Пусть фирма выбирает объем пр-ва, считая налоги заданными:

$TC = (10+r)L + fQ$ — по произв. фу-ии: $2Q = L$

$TC = (10+r)2Q + fQ$

$\Pi = (140-2Q)Q - (10+r)Q - fQ = Q(140-2Q-20-2r-f) =$

$= Q(120-2Q-2r-f)$

Это парабола с ветвями вниз от Q $\Rightarrow \Pi_{max}$ при $\Pi'_Q = 0$

$\Pi'_Q = 120-4Q-2r-f=0$

$Q = \frac{120-2r-f}{4}$ (если $2r+f \le 120$; иначе 0)

Теперь пусть региональные власти считают заданным федеральный налог f и зависимость Q от r и f. Они выбирают r

$\Pi_r = r \cdot L = 2Qr = \frac{(120-2r-f)r}{2}$

это парабола с ветвями вниз от r $\Rightarrow \Pi_{r\,max}$ при $\Pi'_r = 0$

$\Pi'_r = \frac{120-4r-f}{2} = 0 \qquad 4r = 120-f \qquad r = \frac{120-f}{4}$

Подставим это в Q:

$Q = \frac{120-f-\frac{120-f}{2}}{4} = \frac{\frac{120-f}{2}}{4} = \frac{120-f}{8}$

Теперь федеральные власти выбирают f, зная зав-ть Q:

$\Pi_f = Q \cdot f = \frac{(120-f)f}{8}$ Это парабола с ветвями вниз от f $\Rightarrow \Pi_{f\,max}$ при $\Pi'_f = 0$

$\Pi'_f = \frac{120-2f}{8} = 0 \qquad 2f = 120 \qquad \boxed{f = 60}$

$r = \frac{120-60}{4} = 15$ Ответ: $r=15$; $f=60$.

$Q = \frac{30}{4} > 0$ ⇒ все нормально

а) +11

б) Ход решения аналогичен пункту а.; выпуск фирм так же зависит от ставок налогов.

Сначала фед-власти выбирают f, считая r заданным.

$\Pi_f = Q \cdot f = \frac{(120-2r-f)f}{4}$ это парабола ветвями вниз от f ⇒ $\Pi_{f\max}$ при $\Pi_f' = 0$

$\Pi_f' = \frac{120-2r-2f}{4} = 0 \quad f = 60-r \Rightarrow Q = \frac{120-2r-\frac{120-2r}{2}}{4} = \frac{120-2r}{8}$

Теперь региональные власти выбирают r:

$\Pi_r = Q \cdot r = 2Q \cdot r = \frac{(120-2r)r}{4}$

это парабола ветвями вниз от r ⇒ $\Pi_{r\max}$ при $\Pi_r' = 0$

$\Pi_r' = \frac{120-4r}{4} = 0$ $\boxed{r = 30}$

$Q = \frac{30}{4} > 0$ ⇒ все нормально

$\boxed{f = 60-30 = 30}$ Ответ: $f=30$ $r=30$ +7

в) ~~Теперь~~ выпуск фирм также же зависит от налогов; власти максимизируют сумму

$\Pi_r + \Pi_f = L \cdot r + Q \cdot f = 2Q \cdot r + Q \cdot f = Q(2r+f)$

$\Pi^{\Sigma} = \left(\frac{120-2r-f}{4}\right)(2r+f)$

Это парабола, относительно f с ветвями вниз, поэтому при фиксированном r значение f, максимизирующее Π^{Σ}, если $\Pi^{\Sigma}_f' = 0$

$\Pi^{\Sigma}_f = \frac{120-4r-2f}{4} = 0 \quad f = \frac{120-4r}{2} = 60-2r$

Подставим это значение в функцию

Заметим, что поступление в бюджет зависит только от суммы $2r+f$, т.е. если меняются ставки, но не меняется их сумма, поступления остаются теми же. Обозначим

$2r+f = X$

См. на доп. листе

Задача 9

а) Введение налога интернализирует экстерналии, то есть при правильной ставке налога количество перевозок снизится так, как если бы издержки по ремонту дорог были не внешними эффектами для перевозчиков, а их собственными издержками. Это улучшит общественное благосостояние, ведь установит оптимальный (учитывающий издержки) объем перевозок. +5

б) Общественное благосостояние - U

$$U = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q^2}{2} + Qt - \frac{Q^2}{4} = \frac{3}{4}Q^2 + Qt$$

Новая функция предложения после введения налога: +3

$$Q^s = P - t \qquad \text{Равновесие: } P - t = 100 - P$$

$$P = \frac{100 + t}{2} \qquad Q = \frac{100 + t}{2} - t = \frac{100 + t - 2t}{2} = \frac{100 - t}{2}$$

Подставляем в U:

$$U = \frac{100 - t}{2}\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{100 - t}{2} + t\right) = \frac{100 - t}{2}\left(\frac{300 - 3t}{8} + \frac{8t}{8}\right) =$$

$$= \frac{100 - t}{2}\left(\frac{300 + 5t}{8}\right) = \frac{100 \cdot 300 + 500t - 300t - 5t^2}{16} \quad +2$$

это парабола ветвями вниз от t $\Rightarrow$ Опт при $U'_t = 0$

$$U'_t = \frac{200 - 10t}{16} = 0 \qquad \boxed{t = 20} \quad +5$$

Ответ: $t = 20$.

в) Общественное благосостояние до введения налога было равно:

$$U_0 = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q^2}{2} - \frac{Q^2}{4} = \frac{3}{4}Q^2$$

Равновесие на рынке

$Q^s = P$ $Q^d = 100 - P$ $P = 100 - P$ $\boxed{P = 50}$

$\boxed{Q = 50}$

$\boxed{U_0 = \frac{3}{4}50^2 = 1875}$ +2

После введения налога

$$U = \frac{100 \cdot 300 + 200 \cdot 20 - 5 \cdot 20^2}{16} - C = 2000 - C$$ +1

Правительство введет налог, если

$U \geq U_0$ +2

$2000 - C \geq 1875 \Rightarrow \boxed{C_{max} = 2000 - 1875 = 125}$

~~Следующее утверждение неверно. Когда мы вводим налог~~

Изъятие денег в вид налога у людей лишает их возможности тратить эти деньги, что ведет к уменьшению благосостояния, а так же уменьшает стимулы к их заработку.

Но эти деньги будут перераспределены

0

Задача 10

а) Пусть a, b, c – кол-во купл. цветов A, B, C соответств.
Докажем, что $a+b+c \geq 15$:
От противного: пусть $a+b+c<15$.
Пусть мы сможем так выбрать цветы, что девушка гарантированно понравится Кузьму. Тогда, в частности: для любых x,y,z; $\{x,y,z\}=\{a,b,c\}$:
$3x+2y+z \geq 30$
(ведь гарантированно значит, что это случится при любых предпочтениях девушки; в данном случае от x она получает 3 ед.сч., от y – 2, от z – 1.)
Возьмем x,y,z так, чтобы $x \leq y \leq z$. (упорядочим a,b,c по неубыванию и обозначим за x,y,z)
$2x+y+(x+y+z) \geq 30$.
При этом $x+y+z<15 \Rightarrow 2x+y \geq 15$
$x<5$, т.к. иначе $x+y+z \geq 3x \geq 15$ ↯
$x+x+y>15 \Rightarrow x+y>10$, но т.к $x+y+z<15$
$\Rightarrow z<5 \Rightarrow y<5$ (т.к $y \leq z$) $\Rightarrow x<5$ (т.к $x \leq y$)
Значит, $x+y<10$, а это противоречит с указанным выше, что $x+y>10$. ↯
10/10

Значит $a+b+c \geq 15 \Rightarrow S$(сумма покупки) ≥ 15
Покажем, что $S=15$ удовлетворяет условию:
Пусть $a=b=c=5$
Тогда счастье девушки всегда равно $6 \cdot 5 = 30$
Ч.Т.Д.

Ответ: $S=15$.

б) Поскольку подарок должен быть гарантированным,

$a+2b+3c \geq 30$ (от случая когда девушка получает 1 ед.ч. от A, 2 ед.ч от B и 3 ед.ч. от C)

Почему сначала фиксируются предпочтения, а потом под них подбирается набор?

Но при данных целых $S = a+2b+3c$

$\Rightarrow \boxed{S \geq 30}$

Покажем, что $S = 30$ удовлетворяет условию:

пусть $a = b = c = 5 \Rightarrow \boxed{S = 5 \cdot 6 = 30}$

Как показано в пункте а) при таких подарках подарок гарантируется.

1/5

в) Несложно обобщить решение пункта а) и показать, что для того, чтобы набрать суммарное счастье от цветов λ, надо потратить как минимум $\frac{\lambda}{2}$. Действительно:

Пусть $x+y+z < \frac{\lambda}{2}$ $x \leq y \leq z$ (обозначения как в пункте а))

$2x+y+(x+y+z) \geq \lambda \Rightarrow 2x+y > \frac{\lambda}{2}$

$x < \frac{\lambda}{6}$ т.к. Иначе $x+y+z \geq 3x > \frac{\lambda}{2}$ ↯

$\Rightarrow x+y > \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{3}$, но т.к. $x+y+z < \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow z < \frac{\lambda}{6} \Rightarrow x < \frac{\lambda}{6} \Rightarrow y < \frac{\lambda}{6}$ (т.к. $x \leq z$, $y \leq z$)

Но тогда $x+y < \frac{\lambda}{3}$ ↯

10/10

Следовательно, $x+y+z = a+b+c \geq \frac{\lambda}{2}$

У Кузьмы есть два варианта: Подарить букет, состоящий из одного вида цветов, тогда он должен потратить как минимум 30 (т.к. в худшем случае она будет получать 1 ед.ч. от этого вида)

[См. на доп. листе]

Задача 11

а) Пингвины с краю постоянно стремятся попасть в центр, наседая на пингвинов в середине, которые, в свою очередь, на пингвинов в центре. Свободного пространства просто не ~~~~ оставаться в центре, так как иначе может пингвины из прилетающих к центру слоев ~~~~ стремились бы в комфортную температуру, которая возникла бы в центре. Пингвины из слоев за ними тоже старались бы улучшить свое положение. В конце концов место в центре было бы занято пингвинами с краев.

и? дальше? 5

б) Такая ситуация возникает, потому что тепло пингвина в толпе – общественное благо. Если бы пингвины могли ~~~~ только поощрять тепло, но не отдавать, то толпы были бы не эффективны,

потому что каждый житель старался бы только забрать тепло, и никто бы тепло не производил. Т.е. если производство общественного блага необходимо самому агенту и он не может сделать это благо частным (ограничить его использование), то он производит его в оптимальном для себя объеме, не учитывая внешних эффектов, ~~[illegible]~~ этот объем является оптимальным для общества. +6

б) ~~[illegible]~~ Люди украшают свои дома (например, на Рождество) и содержат лужайки и сады в надлежащем состоянии. Это обладает ~~[illegible]~~ положительным внешним эффектом, ведь другим людям приятно идти по красивой улице, а в праздники это создает ~~[illegible]~~ праздничную атмосферу. При этом хозяевам домов не нужно доплачивать деньги, ~~[illegible]~~ чтобы они ухаживали за своим участком, ведь они сами имеют от этого выгоду. Когда страны следят за своей экологией, проводя различные мероприятия или ограничивая производство, они улучшают общемировую экологию, т.е. заботясь о благосостоянии своих жителей, они одновременно улучшают благосостояние всего населения Земли.

1

Задача 12

Начало см. на доп. листе

Когда мы сдвигаем время вылета на t', наша выручка изменяется на $\Delta R = 2n_1 \cdot t' - 2n_2 t'$, где n_1 - кол-во людей, к идеальному времени которых мы приближаемся этим сдвигом, а n_2 - кол-во людей, от которых отдаляемся. Очевидно, что невыгодно назначать рейс раньше 6 ч или позже 9 ч, т.к. если мы сдвинем время на 6 ч или на 9 ч соответственно, то прибыль возрастет.

Назовем одно время выгоднее другого, если в нем прибыль больше.

1) 8 ч выгоднее, чем 9 ч, т.к. если мы сдвигаемся с 8 ч на 9 ч, $\Delta R = 2 \cdot (30+40+60-20) = 120 > 0$

2) 7 ч выгоднее, чем 6 ч, т.к. если мы сдвигаемся с 6 ч на 7 ч, $\Delta R = 2(40+60+20-30) = 180 > 0$

Это не так.

3) 8 ч выгоднее, чем 7 ч, $\Delta R = 2(60+20-30-40) = 20 > 0$

Получается, что 8 ч самое выгодное время из целых часов вылета.

Заметим, что невыгодно назначать нецелое время вылета, т.к. если посчитать, у скольких человек идеальное время вылета больше выбранного, а у скольких меньше, и сравнить, то можно увеличить прибыль, сдвинув время к ближайшему целочисленному, с чьей стороны больше человек.

оптимальное время - 8 ч.

1 30 билетов по 4; 120 билетов по 6

а) Очевидно, что цена будет равна одной из максимальных сумм ~~среди~~ для данного времени выбега (иначе мы могли бы увеличить ~~её~~ до верхнего максимального и, не уменьшив число покупателей, увеличить прибыль.

Так же очевидно, что не выгодно назначать время меньше 6 ч и больше 9 ч, т.к. при переезде в 6 ч и в 9 ч соответственно, количество людей, готовых заплатить данную цену не уменьшается.

Дополнительный лист

Задача №8 (продолжение)

$\Delta^{\varepsilon} = \frac{(120-x)x}{4}$ Это парабола с ветвями вниз $\Rightarrow$ $\Delta^{\varepsilon}_{max}$ при $\Delta^{\varepsilon'}_{x} = 0$

$\Delta^{\varepsilon'}_{x} = \frac{120-2x}{4} = 0$ $\boxed{x = 60}$ $2r + f = 60$

Ответ: $f \in [0; 60]$

$r = \frac{60-f}{2}$. б) +7

Задача №10 (продолжение)

1) Купить букет из одного вида цветов, тогда надо купить 30 штук $\Rightarrow$ потратить $\boxed{30}$ д.е.

2) Купить букет из разных видов, тогда ~~суммарная~~ удовольствие от него должно быть равно $(\lambda = 30 + 2)$, т.к. даже в случае, если сочетание девушке не нравится, удовольствие достаточно для покупки.

Как я показал ранее, нужно потратить как минимум $\frac{\lambda}{2}$ д.е., чтобы суммарное удовольствие было равно λ.

а) $\lambda = 30 + 24 = 54$; $\frac{\lambda}{2} = 27$ $\Rightarrow$ Кузьма выберет вариант с букетом из разных цветов ($27 < 30$)

Ответ: 27

б) $\lambda = 30 + 36 = 66$; $\frac{\lambda}{2} = 33$ $\Rightarrow$ Кузьма выберет (вариант с букетом из одного вида 33 > 30)

Ответ: 30

Задача 12 (начало)

Т.к. мы знаем, в каком порядке будут заходить на сайт люди, мы хотели назначить цены таким образом, чтобы каждая группа купила билеты, причем купила по ~~одинаковой цене~~ цене, равной готовности платить этой группы. Другими словами, мы хотели осуществить ценовую дискриминацию первой степени и забрать весь излишек потребителя.

~~Цена на билеты~~

~~Время билета зафиксировано.~~

Выберем оптимальное время, в которое нужно совершить билет.

2

См. на основном листе

4