ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Второй тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Лугинин Сергей Николаевич
Субъект Российской Федерации
Московская область, ГОБУ „Физико-лицей"
Регистрационный номер
1132

22250

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	**4 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	24	23	5	23	2	8	
Член жюри	GE	CL	ZM	WJ	GE	PL	

Код участника: 22250

Задача 7

Из высказываний видно ясно, что $Q \uparrow$, $P \downarrow$

Пусть Q_0 - начальный объем продаж

$Q_0 + \Delta Q$ - конечный

P_0 - начальный

$P_{0н} - \Delta P$ - конечный.

ΔP - всего несколько процентов от P_0

Принято считать, что несколько - в пределах от 3 до 10 $\Rightarrow \Delta P = 0{,}03 P_0 \div 0{,}1 P_0$.

~~Посчитаем эл~~

В своей 2 фразе пессимист говорит о потери выручки

$TR_п = Q_0 \cdot \Delta P$

Оптимист сказал, что выручка снова в 1,5 раза $> TR_п$

$TR_{нов\ опт.} = \Delta Q (P_0 - \Delta P)$

$\Downarrow$

$\Delta Q (P_0 - \Delta P) = 1{,}5 Q_0 \cdot \Delta P$

$\Delta Q P_0 - \Delta Q \Delta P = 1{,}5 Q_0 \cdot \Delta P$

$$\Delta Q = \frac{1{,}5 Q_0 \cdot \Delta P}{P_0 - \Delta P}$$

Посчитаем эластичность по формуле $E = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2} =$

$$= \frac{1{,}5 Q_0 \Delta P}{(P_0 - \Delta P)\Delta P} \cdot \frac{2P_0 - \Delta P}{2Q_0 + \Delta Q} = \frac{1{,}5 Q_0 (2P_0 - \Delta P)}{(P_0 - \Delta P)\left(2Q_0 + \frac{1{,}5 Q_0 \cdot \Delta P}{P_0 - \Delta P}\right)} =$$

$$\frac{1{,}5 Q_0 \cdot \Delta P}{-(P_0 - \Delta P)\Delta P}$$ ← Как?

$$= -\frac{1,5Q_0(2P_0-\Delta P)}{2Q_0(P_0-\Delta P)+1,5Q_0\cdot\Delta P} = -\frac{1,5(2P_0-\Delta P)}{2(P_0-\Delta P)+1,5\cdot\Delta P} =$$

$$= -\frac{3P_0-1,5\Delta P}{2P_0-2\Delta P+1,5\Delta P} = -\frac{3P_0-1,5\Delta P}{2P_0-0,5\Delta P}$$

$$E = -\frac{3P_0-0,045P_0}{2P_0-0,015P_0} \div -\frac{3P_0-0,15P_0}{2P_0-0,05P_0} =$$

$$= -\frac{2,955P_0}{1,985P_0} \div -\frac{2,85P_0}{1,95P_0} = -1,49 \div -1,45$$

$|E| > 1$ => спрос эластичен по цене

~~Если цена увеличится~~ объем продажи

~~E =~~ эластичность в диапазоне от $-1,49$ до $-1,45$ ~~то есть~~ при увеличении ~~товара~~ объема продажи цена будет падать.

Почему диапазон 3–10%?

Задача 8

$P = 140 - 2q$

$w = 10$

$F = f \cdot q$

$R = r \cdot L$

$q = 2L \Rightarrow L = \frac{q}{2} \Rightarrow R = \frac{r \cdot q}{2}$

(а, б, в) Монополия действует обратным ходом, максимизируя, зная r и f, максимизирует прибыль

1) $\pi = Pq - wL - f \cdot q - R = r \cdot L = (140 - 2q)q - \frac{10 \cdot q}{2} - f \cdot q - \frac{r \cdot q}{2} =$

$= \left(140 - 5 - f - \frac{r}{2}\right)q - 2q^2$ – парабола, ветви вниз, максимум в вершине

для всех пунктов $q_{max} = \frac{-\left(140 - 5 - 135 - f - \frac{r}{2}\right)}{-4} = 33{,}75 - \frac{r}{8} - \frac{f}{4}$

а) федеральные власти выбирают r, зная f и q_{max} (описывают правила игры и потому, могут, как и монополист найти q_{max})

$R = r \cdot L = \frac{r \cdot q}{2} = r \cdot \frac{\left(33{,}75 - \frac{r}{8} - \frac{f}{4}\right)}{2} = \left(16{,}875 - \frac{f}{8}\right)r - \frac{r^2}{16}$ – парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине

$r_{max} = \frac{-\left(16{,}875 - \frac{f}{8}\right)}{2 \cdot \left(-\frac{1}{16}\right)} = \frac{16{,}875 - f}{\frac{1}{8}} = 135 - f$

3) Федеральные власти просчитывают r и $q_{max} \Rightarrow$ r и q известны

$F = f \cdot q = f \cdot \left(33{,}75 - \frac{r}{8} - \frac{f}{4}\right) = f\left(33{,}75 - \frac{135 - F}{8} - \frac{f}{4}\right) =$

$= f\left(33{,}75 - 16{,}875 + \frac{F}{8} - \frac{f}{4}\right) = 16{,}875f - \frac{F^2}{8}$ – парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине

$f = \frac{-16{,}875}{2\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)} = 67{,}5$

$f = 67{,}5$, $r = 135 - f = 67{,}5$

$q = 8{,}4375$

ход решения верного ← пункта а. а) 11-2=9

б) Федеральные власти берут r, как const, а q они знают (она такая же как в пункте а) они максимизируют F.

$F = f\cdot q = f\left(33{,}75 - \frac{r}{8} - \frac{f}{4}\right) = \left(33{,}75 - \frac{r}{8}\right)f - \frac{f^2}{4}$ – парабола, ветви вниз, max в вершине

$f = -\frac{\left(33{,}75 - \frac{r}{8}\right)}{2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)} = 67{,}5 - \frac{r}{4}$

Региональные власти просчитывают r и q и максимизируют прибыль региональных.

$R = r\cdot\frac{q}{2} = r\cdot\frac{\left(33{,}75 - \frac{r}{8} - \frac{f}{4}\right)}{2} = r\cdot\left(16{,}875 - \frac{r}{16} - \frac{67{,}5 - \frac{r}{4}}{4\cdot 2}\right) =$

$= r\left(16{,}875 - 8{,}4375 - \frac{r}{16} + \frac{r}{32}\right) = 8{,}4375r - \frac{r^2}{32}$ – парабола, ветви вниз => max в вершине

$r = \frac{-8{,}4375}{2\cdot\left(-\frac{1}{32}\right)} = 135$

$f = 33{,}75$

$q = 8{,}4375$

– пункт б.

ход решения верного б) ?

в) $F + R = F\cdot q + r\cdot\frac{q}{2} = q\left(f + \frac{r}{2}\right)$

власти максимизируют $F + R$, а они знают.

$F + R = \left(33{,}75 - \frac{2f + r}{8}\right)\cdot\frac{(2f + r)}{2} = 16{,}875(2f + r) - \frac{(2f + r)^2}{16}$ –

парабола, ветви вниз => max в вершине

$2f + r = \frac{-16{,}875}{2\cdot\left(-\frac{1}{16}\right)} = 135$

$q = 33{,}75 - \frac{2f + r}{8} = 33{,}75 - \frac{135}{8} = 16{,}875$

Продолжение на доп. листе.

Задача 9

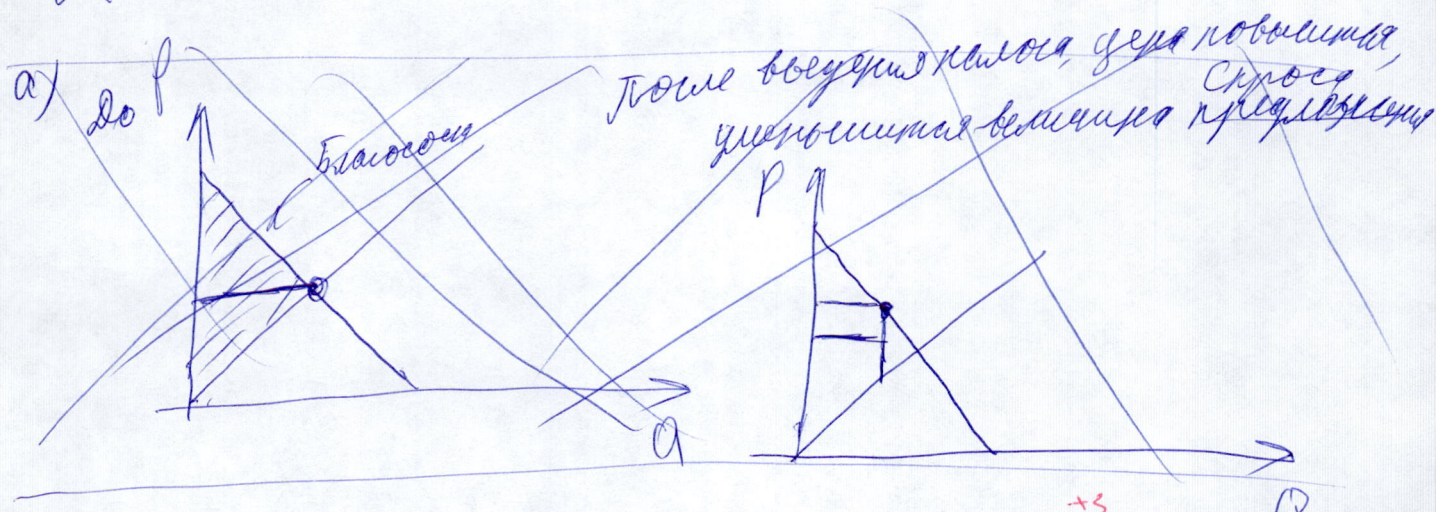
Равновесие

$Q_d = 100 - P$ $P = 50$

$Q_s = P$ $Q = 50$

~~Q~~ $TC = \frac{Q^2}{4}$

$\Pi_0 =$



а) Дополнительный налог уменьшит Q, +5 поэтому ~~бюджет~~ сумма на ремонт дорог уменьшится, если

$Q < t(Q) \frac{Q}{4}$, то благосостояние двинется, т.к

$tQ > \frac{a^2}{4}$? а уменьшение предложения?

+2

б) $B = \frac{Q^2}{2} + \frac{a^2}{2} + t \cdot Q - \frac{Q^2}{4} = \frac{3}{4}Q^2 + t \cdot Q$

Спрос на товар = спрос на грузоперевозки

Будем называть К - отношение минимальной возможной полезности цветка к его цене.

Минимальная возможная полезность любого цветка = 1 =>

=> $K_A = \frac{1}{1} = 1$; $K_B = \frac{1}{2}$; $K_C = \frac{1}{3}$ то

Ясно, что чем больше К цветка, тем выгоднее покупать ~~выгоднее всего покупать цветок~~ А (при условии, что ~~цветок~~ вид цветка в кювете 1)

повторяющиеся в букете
Набор - совокупность цветков.

Задача 10

а) Оценка: Докажем, что купив нужно покупать
15 у.е купив по 5 штук каждого цветка, предположим, что можно
купить, гарантированно получив дешевле, т.е =>
=> можно купить меньше цветов, тогда одного из цветков
будет меньше 5, в самом плохом случае мы недокупим
цветок принесший 3 ед. радости, тогда вся радости
будет $1 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot x$ где $x < 5$, тогда радость $= 15 + 3 \cdot x$
$x < 5 \Rightarrow 3 \cdot x < 15 \Rightarrow$ радость $< 30 \Rightarrow$ гарантированно
получить нельзя купить меньше чем за 15 у.е.

Примечание: Цветки A, B, C нужно покупать в равном количестве
тогда ср набора будет стоить 3 у.е и 6 ед. р, если же
одного из цветков купить меньше, чем других, тогда
в самом плохом случае мы не докупим лучший цветок и
тогда по принципу дирихле будет набор, средняя радость
за который цветок в котором < 2, а это не оптимально.
Конец примечания. < Ответ а.

Пример: за 15 у.е. можно купить 5 наборов цветков,
в которых по одному цветку A, B и C, радость за набор $= 1+2+3=6$,
Радость за 5 наборов $= 30$.

б) Рассуждения приведенные в пункте а остаются

Два самых оптимальных варианта покупки это покупка
наборов по 3 цветка или покупка 30 цветов A.

Это так, потому что в случае цветка A как минимальная
средняя радость на 1 цветок $= 1$, цена также е

Рассмотрим эти случаи

Будем называть K – отношение минимальной цены набора к цене этого набора.

Если набор состоит из 1 цветка, то $K_A = \frac{1}{1} = 1$, $K_B = \frac{1}{2}$, $K_C = \frac{1}{3}$

Если набор состоит из 2 цветов, то $K_{AB} = \frac{3}{3} = 1$, $K_{BC} = \frac{3}{5}$, $K_{AC} = \frac{3}{4}$

Если набор состоит из 3 цветов, то $K_{ABC} = \frac{6}{6}$

Ясно, что выгоднее всего покупать наборы из цветов, у которых K максимальная.

К тому у наборов A, AB, ABC, средняя цена за набор.

Средняя цена набора A = 1
AB = 1,5
ABC = 2

Средняя радость A = 1
AB = 1,5
ABC = 2

5/5

23

Как видно, в этих наборах 1 д.е приносит 1 е. радости => чтобы набрать 30 е радости нужно 30 д.е. – ответ в

=> чтобы набрать 30 е радости нужно 30 д.е.

б) Z = 2 ч.

Если покупать больше одного цветка, то в самом плохом случае нужно будет докупать еще таких же наборов на 1 радость. Тогда оптимален будет вариант описанный в а, при этом нужно набрать наборами (цветов ABC) 5 ч радости => 9 наборов =>

1 цена = 9 · 3 · 1 = 27 д.е.

10/10

Если же покупать 1 цветок, то в самом плохом случае его K = 1, тогда нужно 30 таких цветов = 730 д.е. =>

Если Z = 2 ч, то нужно покупать 27 д.е. – ответ в 1

Если Z = 3 ч, то если покупать 1 цветка, то в самом плохом случае нужно будет набрать 36 радости, а это минимум 33 д.е (11 наборов по 3 д.е.)

если покупать по 1 цветку, тогда его самое плохое K = 1 => нужно 30 таких цветков => 30 д.е.; 30 д.е. < 33 => 30 д.е. – ответ в 2

Задача 11

1 а) ~~Radio~~ Чем дальше от центра, тем ниже температура => => если бы пингвины стояли не так плотно друг к другу, то температура у краёв была бы еще меньше, а т. для пингвинов ~~во~~ „вред" от холода с краёв > чем „~~польза~~ вред" от теплоты в центре => они бы стараются максимизировать полезность подход ближе друг к другу.

1 б) Если бы пингвины не приходили в тайгу, то они тратили бы свою теплоту в гораздо больших масштабах, пустая не полочая никому

Задача 12

Во время t все пассажиры готовы заплатить $\mathcal{L}$

$a(t) = 30(8-2|t-6|) + 40\cdot(8-2|t-7|) + 60(8-2|t-8|) +$

$+ 20(8-2|t-9|) - 1200 = 720 - 20(3|t-6| + 4|t-7| + 6|t-8| + 2|t-9|)$

$\mathcal{L}$ максимальна, когда $\mathcal{K}$ минимальна, найдем функцию $\mathcal{K}$ на отрезках $t<6$, $6\le t<7$, $7\le t<8$, $8\le t<9$, $9\le t$.

$t<6$

$\mathcal{K} = -3t+18-4t+28-6t+48-2t+18 = -15t+112$, чем больше t, тем меньше $\mathcal{K} \Rightarrow \mathcal{K}_{min}$, когда $t_{max} \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{K} > 22$

$6\le t<7$

$\mathcal{K} = 3t-18-4t+28-6t+48-2t+18 = -9t+76$, чем больше t, тем меньше $\mathcal{K} \Rightarrow \mathcal{K}_{min}$, когда $t_{max} \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{K} > 13$

$7\le t<8$

$\mathcal{K} = 3t-18+4t-28-6t+48-2t+18 = -t+20$, чем больше t, тем меньше

$\mathcal{K} \Rightarrow \mathcal{K} > 12$

$8\le t<9$

$\mathcal{K} = 3t-18+4t-28+6t-48-2t+18 = 11t-76$, чем меньше t, тем меньше $\mathcal{K} \Rightarrow \mathcal{K}_{min} = 12$

$9\le t$

$\mathcal{K} = 3t-18+4t-28+6t-48+2t-18 = 15t-112$, чем меньше t, тем меньше $a \Rightarrow \mathcal{K}_{min} = 23$

$a_{min} = 13$, когда $t = 8 \Rightarrow$ 8 - лучшее время выхода

$\Pi = P\cdot Q - 500$

если $6<P\le 8$, то готовы заплатить только 60 чел $\Rightarrow \Pi_{max} = -20$

Если $4<P\le 6$, готовы заплатить 120 чел $\Rightarrow \Pi_{max} = 220$

Если $P \leq 4$, то готовы лететь 150 => $\pi_{max} = 100$.

Как видно π_{max}, когда $P=6$ => компания назначит $\boxed{t=8,\ P=6}$

6/8

$P=6$. ~~Если мы уберем из уравнения к~~

Уравнение α не меняется => $t=8$?

б) В пункте а не один человек из группы 6 утра не купил билет, здесь компания может предложить для них цену 4, убытков она не понесет, т.к другие люди не ~~смогут~~ купят билеты за эту цену, а эти люди заплатят за места, за которые компания в пункте а денег не получала. => Сначала компания установит цену 4 и продаст 30 мест. Затем после 30, нужно установить цену 6, т.к люди, желающие улететь в 7 утра готовы платить 6. продать еще 40 мест.

Если теперь поменять цену на 8, то альтернативная ~~прибыль~~ выручка будет равна $8 \cdot 60 - 6 \cdot 60 = 2 \cdot 60 = 120$, но тогда люди, готовые купить билет за 6 не ~~полетят~~ купят билеты и компания потеряет $6 \cdot \cancel{60}\, 20 = 120$, т.к $120 = 120$, то не имеет разницы менять цену на 8 или нет, ~~прибыль~~ выручка не изменится.

⇓

оптимальны 2 варианта

$t = 8$ ч. утра.

I	II
30 мест - 4	30 мест - 4
40 мест - 6	120 мест - 6
60 мест - 8	

2/17

8/25

Дополнительный лист

Задача 8

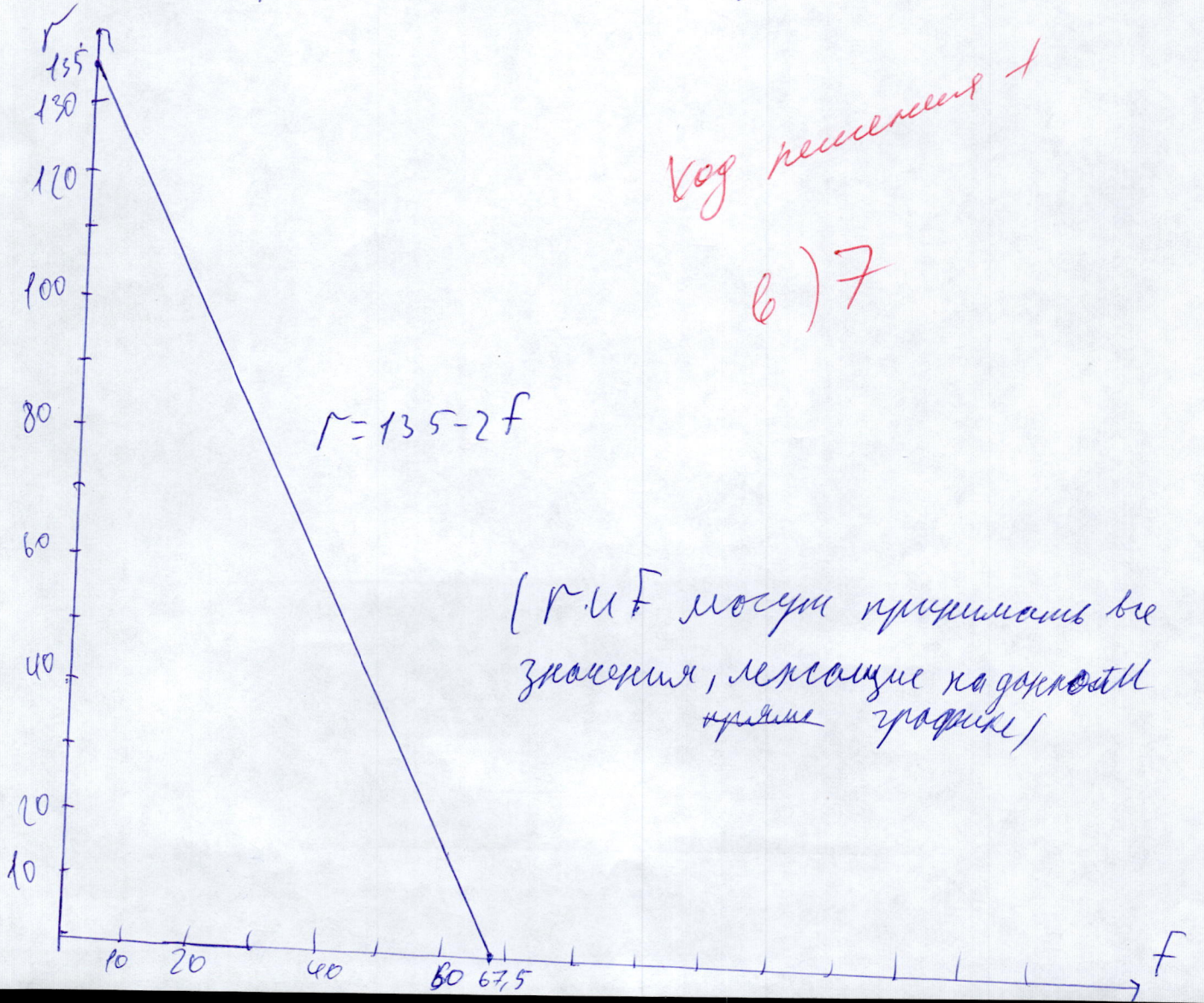
$2f + r = 135 \Rightarrow r = 135 - 2f$

Сумма удвоенной ставки федерального налога и ставки регионального налога при максимизации равна 135

Власти могут сами выбирать r и f, при этом если поднять r на 1 денежную ед. нужно опустить f на 0,5 д. е.

$f_{max} = 67,5$, при этом $r = r_{min} = 0$

$f_{min} = 0$, при этом $r = r_{max} = 67,5$



Код решения 1

б) 7

[r и f могут принимать все значения, лежащие на данной прямой графика]