ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Второй тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Лещук Дмитрий Александрович
Субъект Российской Федерации
Московская область
Регистрационный номер
1131

22154

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	**4 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	25	25	25	16	0	8	
Член жюри	OW	ИИ	ZM	WJ	WT	OF	

Код участника: 22154

Задача 7

Дана функция спроса на товар $Q^D(P)$.

По условию $Q_2 > Q_1$, $P_2 < P_1 \Rightarrow Q^D(P)$ убывает на $[P_2; P_1]$ по определ.

По условию $\Delta P = P_1 - P_2$ — мало (неск. процентов)

Также $TR_1 = P_1 Q_1$ $TR_2 = P_2 Q_2 = P_2 Q_1 + P_2(Q_2 - Q_1)$

Из условия следует, что $1{,}5(P_1 Q_1 - P_2 Q_1) = P_2(Q_2 - Q_1)$

$$1{,}5\, Q_1 (P_1 - P_2) = P_2 (Q_2 - Q_1) \quad \checkmark \quad \Delta Q = \frac{1{,}5 Q_1 \Delta P}{P_2}$$

Т.к. ΔP мало, а $\Delta Q \sim \Delta P$, дуговая формула эластичности:

$$E_P^d \simeq \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \times \frac{P_1}{P_2 - P_1}$$

Из верхнего ур-я $Q_2 - Q_1 = \frac{1{,}5 Q_1 (P_1 - P_2)}{P_2}$

$$E_P^d \simeq \frac{1{,}5 Q_1 (P_1 - P_2) \times P_1}{Q_1 \times (P_2 - P_1) P_2} = -1{,}5 \frac{P_1}{P_2}$$

По условию $P_1 = P_2 + \Delta P$, $\Delta P \to 0$ (очень мало) — тогда

$$E_P^d \simeq -1{,}5 \frac{P_2 + \Delta P}{P_2} \simeq -1{,}5$$

Ответ: эластичность спроса на рассм. участке примерно равна $-1{,}5$ $(-1{,}5 - \varepsilon)$, где $\varepsilon \to 0$. ✓

25

а) 11
б) 7 } ⇒ 25
в) 7

Задача 8

$P^D = 140 - Q$

Из условия $L = 2q$, $w = 10$ – поступление в рег бюдж

$t_1 = f$, $t_2 = r$; $R \to max$, $T \to max$ – поступл. в рег. бюджет

а) 1) f и r – exist. Определим ф-ю реакции фирмы –

$\pi = (140 - 2q)q - 2q \times 10 - fq - 2qr =$

$= q(120 - f - 2r) - 2q^2$ – парабола. Ветви напр. вниз. Максимум в вершине.

$q^* = \frac{120 - f - 2r}{4}$ V

2) f – exist. Определим реакцию рег. власти.

$R = L \times r = 2q \times r = \frac{120 - f - 2r}{2} \times r = \left(60 - \frac{f}{2}\right)r - r^2$ –

парабола. Ветви напр. вниз ⇒ максимум в вершине

$r^* = 30 - \frac{f}{4} = \frac{120 - f}{4}$

3) $T = fq = f \times \frac{120 - f - 2r}{4} = f \times \frac{120 - f - \frac{120 - f}{2}}{4} =$

$= f \times \frac{120 - f}{8} = 15f - \frac{f^2}{8}$ – ветви напр. вниз, пар. максимум в вершине

$f^* = 15 \times 4 = 60 \Rightarrow r^* = 30 - \frac{60}{4} = 15 \Rightarrow q^* = \frac{120 - 90}{4} = 7{,}5$

б) 1) ф-я реакции фирмы не изменится (т.к. она выбир. последней)

$q^* = \frac{120 - f - 2r}{4}$

2) r – exist. $T = f \times q = f \times \frac{120 - f - 2r}{4} = 30f - \frac{2}{24}f - \frac{f^2}{4}$ –

парабола, ветви напр. вниз. Максимум в вершине $f^* = 60 - r$

3) $R = 2q \times r = \frac{120 - f - 2r}{2} \times r = \frac{60 - r}{2} \times r = 30r - \frac{r^2}{2}$ – пар. ветви напр. вниз, максимум в вер.

$r^* = 30 \Rightarrow f = 30 \Rightarrow q^* = \frac{120 - 90}{4} = 7{,}5$

См. на обороте

в) $T_{сумм.} \to max$

Ф-я $q_2^* = \frac{120 - q_1 - 2r}{4}$ – не изменится (т.к. фирма выбир. последней)

$T_{сумм} = q_1 q_1 + 2r q_2 = q_1 (q_1 + 2r) = \frac{120 - (q_1 + 2r)}{4} \times (q_1 + 2r)$

Пусть $q_1 + 2r = a$.

$T_{сумм.} = \frac{120 - a}{4} \times a = 30a - \frac{a^2}{4}$ – парабола. Ветви напр. вниз. Максимум в вершине.

$a^* = 30 \times 2 = 60$, $T_{сумм} = 30 \times 60 - \frac{60^2}{4} = 30^2 =$

$= 900$ (не зависит от конкретных знач. q_1 и r)

$q_2^* = \frac{120 - a}{4} = \frac{60}{4} = \underline{15}$

Тогда под условия подходят любые ставки q_1 и r, удовлетворяющие условию $q_1 + 2r = 60$ (например, при $q_1 < 0$ – субсидия)!

Отлично!

Ответ: а) $q_1 = 60$, $r = 15$; б) $q_1 = 30$, $r = 30$; в) любые q_1 и r, такие, что $q_1 + 2r = 60$.

Задача 9

$Q^d = 100 - P, \quad Q^s = P$

$G = \frac{Q^2}{4}$ – траты на починку дорог

а) Введение налога искажает стимулы производителя. В данном случае рыночное равновесие создавало отрицательный внешний эффект (экстернализм), поэтому Q_Σ лишь максимизировало излишки CS и PS, но не была $Q_{опт}$ для общества. ~~В~~ Это является так называемым „провалом рынка". +5

Платон предлагает введение налога Пигу, призванного компенсировать действие экстернализм (заставить фирму это учесть) и потенциально ~~ув~~ улучшить общественное благосостояние.

+2

б) $W = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q^2}{2} - \frac{Q^2}{4} + tQ = Q\left(\frac{3Q}{4} + t\right)$

Налог искажает стимулы произв $\Rightarrow$ ~~$Q^s = P$~~ $P^s = Q^s + t$

$P^D = 100 - Q$ +3

$Q + t = 100 - Q \Leftrightarrow Q = \frac{100-t}{2}$

$W = \left(\frac{100-t}{2}\right)\left(\frac{300-3t}{8} + t\right) = \frac{(100-t)(300+5t)}{16} =$

$= \frac{30000 - 300t + 500t - 5t^2}{16} = \frac{30000 + 200t - 5t^2}{16}$ –

парабола. Ветви напр. вниз $\Rightarrow$ максимум в вершине

$t^* = \frac{200}{10} = \boxed{20}$ +5

$W = \frac{30000 + 20\times 200 - 5\times 20^2}{16} = \frac{32000}{16} = \underline{2000}$

в) $W_t = W_0 - C = 2000 - C$ +1

Найдем W без налога. +1

$W = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q^2}{2} - \frac{Q^2}{4} = \frac{3Q^2}{4}$ $\quad 100 - Q = Q \quad Q = 50$ +1

$W = \frac{3\times 50^2}{4} = 3\times 25^2 = 1875$

При $W_t - W > 0$ гос-ву выгоднее вводить налог.

При $W_t - W = 0$ безразлично, вводить налог или нет.

См. на обороте

Тогда $2000 - C_{max} = 1875$

$\boxed{C_{max} = 125}$ +2

г) Очевидно, введение налога снижает Q^s.
(в случае $t=20$ $Q = \frac{100-t}{2} = 40$, $\Delta Q = -10$).

Но Q – это грузоперевозки купцов. Значит, купцы из-за налога будут перевозить меньше товара, следовательно пострадают их покупатели. +5

Даже если забыть про то, что из-за налога происходит перераспределение благосостояния и максимизировать $W_{сумм.}$, в формуле Платона не учтена полезность покупателей товаров, которая снизится из-за искажения стимулов купцов. Поэтому введение налога может не быть оправданным.

Задача 10

$H > 30$

Очевидно, для гарантированного результата $H_{min} \geq 30$ (наим. из возможных при данной страт.)

а) Пусть цена = 1 ед.

1) Пусть Кузьма покупает только цветы одного вида A. Тогда H (счастье девушки) $(A) \in \{1; 2; 3\}$

Чтобы гарантированно $H \geq 30$, нужно купить

$A_{min} = \frac{30}{1} = 30$ цветков $TC = 30 \cdot 1 = 30$ руб

2) Пусть Кузьма покупает букеты $x = A + B$.

Тогда $\begin{cases} H_x = 1+2 = 3 \\ H_x = 1+3 = 4 \\ H_x = 2+3 = 5 \end{cases} \Rightarrow H_x \geq 3$.

Тогда $10 H_x \geq 30 \Rightarrow x \geq 10$.

$x_{min} = 10$ $TC = 2 \cdot x = 20$ руб

16

3) Пусть Кузьма покупает букет $y = A + B + C$. Т.к. присутствуют цветы каждого из видов

2) Пусть теперь Кузьма покупает x цветов одного вида, y цветов другого вида и z цветов третьего вида, причем $x \geq y \geq z$, $x + y + z > 0 \Rightarrow z > 0$ неверное утверждение

Тогда кол-во комплектов из цветов A, B и C будет приносить в единицу счастья гарантированно и будет равно z.

$H = 6z + (y + x - 2z) = 6z + (y - z) + (x - z)$ — неверно,

Очевидно $H \geq 6z \Rightarrow H_{min} = 6z$ (при $x = y = z$)

5/10

Тогда $6z = 30 \Rightarrow z = 5$. $P_{min} = x + y + z = 3z = 15$

б) 3) Пусть Кузьма покупает x и y цветов двух видов, $x \geq y > 0$.

Тогда $H \geq 3y + (x - y) \Rightarrow H \geq 2y$ (очевидно, комплект из двух цветов дает 3, 4 или 5 счастья)

Тогда $H_{min} = 3y$, $x = y$ $3y = 30 \Rightarrow y = 10$ $P = 10 + 10 = 20$

$P_{наим} = 15 < 20 < 30$ (и) Значит в случае (2) Кузьме выгодней всего.

это следует?

б) 1) При покупке одного цветка выгоднее выбирать A (т.к. $P_A < P_B < P_C$).

$H \geq A \Rightarrow H_{min} = A \quad A = 30. \quad P = A = 30$

2) При покупке двух цветков $x \geq y > 0$. получим, что

$H_{min} \geq 3y \Rightarrow y = 10 = x \quad P = p_x \cdot y + p_x \cdot x = y(p_x + p_y)$

Из условия $p_x + p_y \geq 3 \Rightarrow P \geq 10 \cdot 3 = 30$

3) При покупке трех цветков $x \geq y \geq z > 0$ получим, что

$x = y = z, \quad H \geq 6z \Rightarrow H_{min} = 6z, \quad z = x = y = 5.$

$P = x \cdot p_x + y \cdot p_y + z \cdot p_z = 5(p_x + p_y + p_z) = 5 \cdot 6 = 30$

Во всех случаях $P_{min} = 30$

в) Из пункта а получим, что комплект $x = y = z$ стоит меньше комплекта $x = y$ при одинак. уровне остатка H. Тогда если смешивать цветы, то брать $x \neq y \neq z$.

1) Если покупаем 1 цветок $H \geq A \Rightarrow H_{min} = A$.

$A = 30 = P$

2) Если покупаем 3 цветка $H_{min} = 6z - z$.

При $z = 24 \quad H_{min} = 6z - 24$

$30 + 24 = 6z \quad z = \frac{54}{6} = 9$

$P = 3z = 27 < 30$

При $z = 36 \quad 6z = \frac{30 + 36}{6} = 11 \Rightarrow P = 3z = 33 > 30$

Тогда в случае $z = 24 \quad P_{min} = 27$; в случае $z = 36 \quad P_{min} = 30$.

Ответ: а) 15; б) 30; в) 1) 27; 2) 30.

Задача 11

а) В данной ситуации действует множество схожих агентов, каждый из которых минимизирует тепло. Складывается ситуация равновесия по Нэшу (не существует Парето-улучшений и пингвин не могут самостоятельно отклониться, потому что единственная альтернативная стратегия - удалиться от толпы и замерзнуть больше, чем в любой точке толпы, не оптимальна). 0/13

Пингвины не думают о других

б) В данной ситуации поступления внешнего эффекта от одного пингвина напрямую учитываются в полезности U_i других пингвинов (как прибавление тепла), которую они максимизируют. Это верно в реальной ситуации

Поэтому каждый пингвин максимизирует для себя отдачу от положительных экстерналий остальных пингвинов => в этой ситуации пингвины достигают оптимального уровня внешних эффектов.

В иных же случаях влияние экстерналий на U_i агентов неявно (иногда они даже не подозревают о существовании экстерналий), поэтому очевидно, что полезность от них максимальна далеко не всегда. 0/6

в) Например, люди в общественном транспорте в час пик минимизируют издержки от неприятного запаха, поэтому используют духами / освежителем воздуха. ~~В этой ситуации в транспорте складывается~~ Но они таким образом минимизируют не только собственные, но и чужие издержки (+ экстерн) и складывается более-менее оптимальная атмосфера в городе. 0/6

0

Задача 12

$v_i(t) = 8 - 2|t - t_i^*|$ Заметим, что $v_i \le 8$, т.к. по опр $|t - t_i^*| \ge 0$.

$FC = 500\cancel{000}$ (тысяч)

а) ~~Учитывая, что цена единая, имеем:~~

~~Учитывая состав групп, имеем:~~

$V_{1\,max} = 8 - 2|t-6|$ $V_{3\,max} = 8 - 2|t-8|$

$V_{2\,max} = 8 - 2|t-7|$ $V_{4\,max} = 8 - 2|t-9|$

~~При~~ Продавец может привлечь одну, две, три или 4 группы покуп.

1) $n=1$ $\begin{cases} R_{опт} = 30 \times V_{max_3} - FC \\ R_{опт} = 30 \times V_{max_1} - FC \\ R_{опт} = 40 \times V_{max_2} - FC \\ R_{опт} = 20 \times V_{max_4} - FC \end{cases} \Rightarrow R_{max} = 60 \times 8 - FC = 480 - 500 = -20$ (т.к. $V_i \le 8$) $\Rightarrow$ осуществлять полет невыгодно.

$R = TR - FC \to max \Rightarrow \left[TR \to max; \right.$ 0

б) При $t \le 2$ и $t \ge 13$ $TR = 0 \Rightarrow$ t не подходит.

При $2 < t \le 3$ покупает первая группа $TR = 30 \times V_i =$

$= \cancel{30(}\ 240 - 60|t - t_1^*|$ $3 \le |t-6| \le 4$

$\underline{TR \le 60} < FC$

При $3 < t \le 4$ торгует с двумя группами

$TR = 30 \times V_1 + 40 \times V_2 = 240 + 320 - 60|t-6| - 80|t-7| =$

$= 560 - 60|t-6| - 80|t-7| =$ ~~При этом FC = 500.~~

~~Очевидно, что~~ $= 560 + 60t - 360 + 80t - 560 =$

$= 140t - 360 \le 200 < FC$

При $4 \le t \le 5$ три группы

$TR = 240 + \underbrace{320 + 480}_{800} - 60|t-6| - 80|t-7| - 120|t-8| =$

$= 1040 + 60t - 360 + 80t - 560 + 120t - 960 =$

$= 260t - 840 \le 460 < FC$

При $5 < t \le 10$ четыре группы $TR = 1200 - 20(3|t-6| + 4|t-7| + 6|t-8| + 2|t-9|) \to max \Rightarrow$

$A = (3|t-6| + 4|t-7| + 6|t-8| + 2|t-9|) \to min$

При $5 < t \le 6$ $A = -3t + 18 - 4t + 28 - 6t + 48 - 2t + 18 = 112 - 15t > 22$

При $6 < t \le 7$ $A = 3t - \cancel{18} - 4t + 28 - 6t + 48 - 2t + \cancel{18} = 76 - 9t \ge 13$

При $7 \le t \le 8$ $A = 3t - \cancel{18} + 4t - 28 - 6t + 48 - 2t + \cancel{18} = 20 - t \ge 12$

При $8 < t \le 9$ $A = 3t - \cancel{18} + 4t - 28 + 6t - 48 - 2t + \cancel{18} = 11t - 76 > 12$

При $9 \le t < 10$ $A = 15t - 112 > 22$

См на обороте

$A_{min} = 12$ при $t = 8$.

Проверка: $A = 3 \times \frac{2}{6} + 4 + 0 + 2 = \boxed{12}$

$TR_{max} = 1200 - 20 \times 12 = \underline{960} > FC$

При $10 \le t < 11$ три группы покупателей

~~TR~~ (Очевидно, что на $[10; 13]$ убывает выручка от всех групп)

Тогда $\underline{t_{опт} = 8}$

~~Но при $t = 8$ нельзя продавать верхней группе~~

При $t = 8$ нужно 30 билетов по $p = 4$, 40 билетов по $p = 6$, 60 билетов по $p = 8$.

$\pi = 30 \times 4 + 40 \times 6 + 60 \times 8 - 500 = \underline{340}$

или $\pi = 30 \times 4 + 40 \times 6 + 80 \times 6 - 500 = 340$

2/8

Ответ: б) $t = 8$; $\begin{cases} n_1 = 30, & p_1 = 4 \\ n_2 = 40, & p_2 = 6 \\ n_3 = 60, & p_3 = 8 \end{cases}$ или $\begin{cases} n_1 = 30, & p_1 = 4 \\ n_2 = 120, & p_2 = 6 \end{cases}$

а) Компания может назначить цену $0 < p \le 8$.

При $p = 8$ $TR_{max} = 60 \times 8 = 480 < FC$ ($t_{опт} = 8$)

При $7 \le p < 8$ можно расположить t в отрезке между t_i и t_{i+1}.

Максимальный такой отрезок — $t \in [7; 8)$

Тогда ~~$TR = 40 \times (2$~~ $p = \min(8 - 2|t - 7|, 8 - 2|t - 8|) \Rightarrow$

$t = 7{,}5$ $TR = 100 \times 7{,}5 = 750$

При $6 \le p < 7$ можно захватить три группы, если $t = 8$ или $t = 8$.

1) $TR_1 = 6 \times 130 = \boxed{780}$ 2) $TR = 6 \times 120 = 720$

При $p \le 6$ можно захватить 4 группы при $t = 7{,}5$

$V_{min} = 8 - 3 = 5$. $TR = 150 \times 5 = 750 < 780$

Ответ: а) ~~$t = 6$,~~ $t = 7$, $p = 6$.

6/8

8

Дополнительный лист