ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Второй тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Петрова Екатерина Юрьевна
Субъект Российской Федерации
Воронежская область
Регистрационный номер
1008

22241

12:07 – 12.09

+1 числовик

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	**4 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

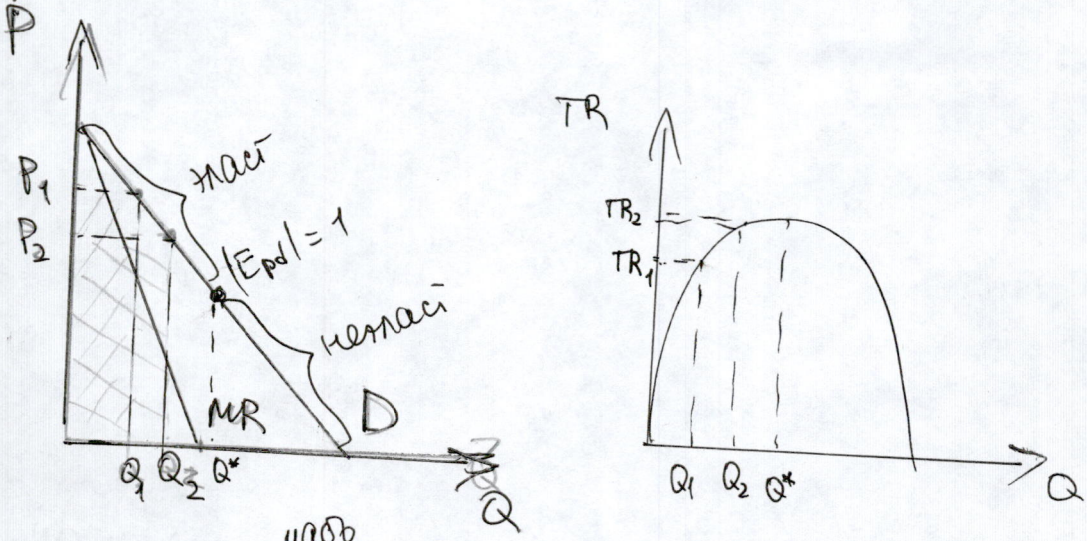
Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	5	22	15	25	7	13	
Член жюри	OW	ИН	ИВ	NZ	WT	AX	
						13	
						WO	

Код участника: 22241

Задача 7

т.к. снизим цены => могут вместо на цены => не являются price-taker => не с.к. рынок



потерянная выручка: $(P_1 - P_2) \cdot Q_1$ (со слов Пессимиста)

приобретенная выручка $P_2(Q_2 - Q_1)$ (со слов Оптимиста)

$P_2(Q_2 - Q_1) = 1{,}5(P_1 - P_2)Q_1$ ✓

старая $TR_1 = P_1 \cdot Q_1 = (P_1 - P_2) \cdot Q_1 + P_2 \cdot Q_1$

$TR_2 = P_2 \cdot Q_2 = P_2 \cdot Q_1 + P_2(Q_2 - Q_1)$

TR_1 vs TR_2

$(P_1 - P_2) \cdot Q_1 + P_2 \cdot Q_1$ vs $P_2 \cdot Q_1 + P_2(Q_2 - Q_1)$

$(P_1 - P_2)Q_1$ vs $P_2(Q_2 - Q_1)$

$(P_1 - P_2)Q_1 < P_2(Q_2 - Q_1)$ (со слов Оптимиста в 1,5 раза больше)

$TR_1 < TR_2$ =>

т.к. при $P\downarrow$ $TR\uparrow$ => работают на эластичном участке спроса т.е. $|E_{Pd}| > 1$ ✓ А дальше?

5

а) 11
б) 7 } ⇒ 22
в) 4

Задача 8

$P = 140 - 2q$ $w = 10$ $q = 0{,}5L \Rightarrow L = 2q$

f - налог с q r - налог с L $T_{xf}, T_{xr} \Rightarrow max$

а) т.к. действия происходят последовательно, ставки будут названы в зависимости от того, какой объем пр-ва выберет фирма при какой-либо ставке

фирма выберет объём пр-ва исходя из максимизации прибыли

$\pi = TR - TC - f \cdot q - r \cdot L = 140q - 2q^2 - w \cdot L - FC - f \cdot q - r \cdot L =$

$= 140q - 2q^2 - 10 \cdot 2q - FC - f \cdot q - r \cdot 2q = q(120 - f - 2r) - 2q^2 - FC$ $\pi \Rightarrow max$

парабола ветв. вниз, max в вершине $\pi' = 0$ $\frac{120 - f - 2r}{4} = q$

$q = 30 - 0{,}25f - 0{,}5r$ - оптимальный объем в з-ти от f и r, при кот. π max

посмотрим, какую ставку установит рег. власть в з-ти от фед. ставки (*) также решение ↓

$T_{xr} = r \cdot q = 30r - 0{,}25fr - 0{,}5r^2 = (30 - 0{,}25f)r - 0{,}5r^2$ $T_{xr} \Rightarrow max$

парабола ветв вниз, max в вершине $T_{xr}' = 0$

$30 - 0{,}25f = r$ - рег. ставка в з-ти от фед, при которой T_{xr} max

найдем, какую ставку установит фед. власти:

$T_{xf} = f \cdot q = f(30 - 0{,}25f - 0{,}5r) = f(30 - 0{,}25f - 0{,}5(30 - 0{,}25f))$ (=)

(*) $T_{xr} = r \cdot L = r \cdot 2q = 2r(30 - 0{,}25f - 0{,}5r) = 60r - 0{,}5fr - r^2$

парабола ветв вниз, max в вершине $\pi' = 0$ $\frac{60 - 0{,}5f}{2} = r$

$r = 30 - 0{,}25f$ - рег. ставка в з-ти от фед, при кот T_{xr} max

(=) $f(30 - 0{,}25f - 15 + 0{,}125f) = f(15 - 0{,}125f) = 15f - 0{,}125f^2$ $T_{xf} \Rightarrow max$ парабола ветв вниз, max в вершине $T_{xf}' = 0$ $15 - 0{,}25f = 0$ $f = 60$ - $T_{xf} = 450$

ставка, при кот T_{xf} max тогда $r = \frac{60 - 0{,}5 \cdot 60}{2} = 15$ $T_{xr} = 225$ →

$q = 7{,}5$

б) фирма, исходя из макс. прибыли выберет такой же объём как и в а) ~~он~~ в зависимости от ставок налогов (т.к. ~~условие макс.~~ ф-я прибыли относительно переменных r и f не поменяется)

$q = 30 - 0{,}25f - 0{,}5r$ - опт. объем в з-ти от ставок

узнаем, какую ставку выберут фед. власти в з-ти от регион.

$T_{xf} \to max$ $T_{xf} = f \cdot q = f(30 - 0{,}25f - 0{,}5r) =$

$= (30 - 0{,}5r)f - 0{,}25f^2$ ~~Тх~~ $T_{xf}' = 0$ парабола ветв вниз max в вершине $\frac{30 - 0{,}5r}{0{,}5} = f$ $\boxed{f = 60 - r}$

тогда найдем, какую ставку уст-вит регион.

$T_{xr} = r \cdot L = 2rq = 2r(30 - 0{,}25(60 - r) - 0{,}5r) =$

$= 2r(30 - 15 + 0{,}25r - 0{,}5r) = 2r(15 - 0{,}25r) = 30r - 0{,}5r^2$

парабола ветв вниз max в вершине $T_{xr}' = 0$

$\boxed{30 = r}$ тогда $\boxed{f = 60 - 30 = 30}$ ~~Тх~~ $q = 7{,}5$ $T_{xr} = 450$ $T_{xf} = 225$

в) т.к. ф-я прибыли относит. переменн r и f не поменяется и в этом случае, то фирма выберет уже найденный оптим. объём относительно ставок

$q = 30 - 0{,}25f - 0{,}5r$

$T_x = T_{xr} + T_{xf} = 2rq + fq = (2r + f)q \to max$ $T_x = (2r + f)(30 - 0{,}25f - 0{,}5r) =$

$= 60r - 0{,}5rf - r^2 + 30f - 0{,}25f^2 - 0{,}5rf = 60r - r^2 + 30f - 0{,}25f^2 - rf$

$T_x' = 0\ (\bar{r}; f)$
$T_x' = 0\ (r; \bar{f})$ } парабола ветв вниз (как относ r, так и f) max в вершине

$\begin{cases} 30 - 0{,}5f - r = 0 \\ 60 - 2r - f = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} r = 30 - 0{,}5f \\ f = 60 - 2r \end{cases}$

штраф -3б за частные производные

~~$r = 30 - 0{,}5(60 - 2r) = 30 - 30 + r$~~

$T_x = 60(30 - 0{,}5f) - (30 - 0{,}5f)^2 + 30f - 0{,}25f^2 - (30 - 0{,}5f)f =$

$= 1800 - 30f - 900 + 30f - 0{,}25f^2 + 30f - 0{,}25f^2 - 30f + 0{,}5f^2 =$

$= 900$ вне зависимости от ставки налога

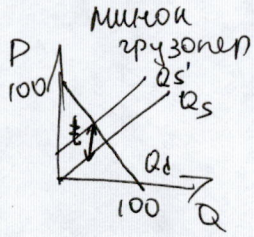
только они должны соотноситься как

$\boxed{f = 60 - 2r}$ ~~Тх~~ $q = 30$ Ответ: а) $f = 60$ $r = 15$ б) $f = 30$ $r = 30$ в) $f = 60 - 2r$

Задача 9

$Q_d = 100 - P \qquad Q_s = P \qquad \frac{Q^2}{4} - 1$

а) т.к.



б) ~~Н~~ пусть H - общ. благосостояние

$H = Q^2/2 + Q^2/2 + t \cdot Q - \frac{Q^2}{4} = 0{,}75Q^2 + tQ \quad H \to max$

после введ налога: $P_d = P_s + t \qquad 100 - Q = Q + t$

$\frac{100-t}{2} = Q \quad \boxed{Q = 50 - 0{,}5t}$ + - ~~р-ие на~~ | р-ний объем на рынке в з-ти от ставки налога

$H = 0{,}75(50-0{,}5t)^2 + t(50-0{,}5t) = 0{,}75(2500 - 50t + 0{,}25t^2) +$
$+ 50t - 0{,}5t^2 = 1875 - 3{,}75t + 0{,}1875t^2 + 50t - 0{,}5t^2 =$
$= 1875 + \overset{12{,}5}{\cancel{46{,}25}}t - 0{,}3125t^2$ парабола ветв вниз, max в вершин +

$H' = 0 \qquad \cancel{46{,}25 - 0{,}625t = 0 \quad \boxed{t = 74}} \quad 12{,}5 - 0{,}625t = 0 \quad t = 20$ +

10/10

в) до введения налога, т.е. при $t = 0$ $H = 0{,}75Q^2$

$Q_s = Q_d \quad 100 - P = P \quad P = 50 \quad Q = 50 \quad \Rightarrow H = 0{,}75 \cdot 50^2 = 1875$

налог следует вводить, если общ. благосостояние не уменьшится $H \geq 1875 \quad \underbrace{\cancel{0{,}75Q^2 + tQ - C}}_{\text{новое общ. благосостояние}} \geq 1875$

~~0,75(5 t = 74 ⇒ Q = 13~~ ~~$0{,}75 \cdot 13^2 + 74 \cdot 13 - C \geq 1875$~~

~~$126{,}75 + 962 - 1875 \geq C$~~ после введения налога

общ. благосостояние $H = 0{,}75(50 - 0{,}5 \cdot 20)^2 + 20(50 - 0{,}5 \cdot 20) =$
$= 1200 + 800 = 2000$

5/5

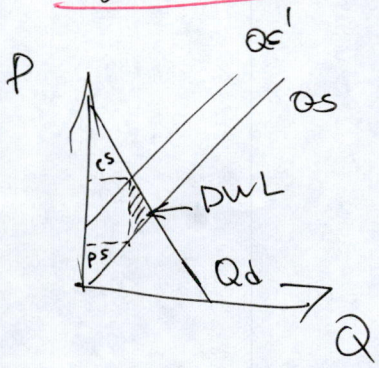
учитывая издержки на взимание налога $H' = 2000 - C \geq 1875$ + +
$C \leq 125 \Rightarrow$

при $C_{max} = 125$ гос-во будет вводить налог

г) ~~вет~~

безвозвратные потери общества

они уже были учтены!



0/5

/15

Задача 10

28

а) ~~предположим~~ пусть, наиб. предпочтит - z, ~~менее~~ средний y, ~~менее x~~

~~$1\cdot x+2\cdot y+3\cdot z\geq 30$~~ пусть A,B,C - кол-во цветков нужного вида $A,B,C\geq 0$

~~затраты $x+y+z$~~ затраты $= 1(A+B+C) \to \min$?

10/10

$$\begin{cases} 1\cdot A+2\cdot B+3\cdot C\geq 30 \\ 1\cdot A+2\cdot C+2\cdot B\geq 30 \\ 1\cdot B+2A+3C\geq 30 \\ 1\cdot B+2\cdot C+3\cdot A\geq 30 \\ 1\cdot C+2\cdot A+3\cdot B\geq 30 \\ 1\cdot C+2\cdot B+3\cdot A\geq 30 \end{cases} +$$

$12A+12B+12C\geq 180$;

$A+B+C\geq 15$ ~~но~~ это верно не при всех A,B,C, но при их меньшей сумме не найдётся такого соотношения, чтобы радость гарантированно $x;y;z\in\{1;2;3\}$ ~~превыше~~ была не меньше 30

тогда $x\cdot A+y\cdot B+z\cdot C\geq 30$

при $A=5$; $B=5$; $C=5$

$5\times 1+5\times 2+5\times 3=30$

min затраты: 15

б) т.к. затраты равны кол-ву цветов $\Rightarrow$ меньше не получится

затраты: $A+2B+3C \to \min$

~~А=30~~ $\min=30$ т.к. при $A+B+C\geq 30$ гарантированно радость окажется не меньше 30. В таком случае, для получения минимальной стоимости нужно купить самые дешевые цветки и потратить 30

Можно ли потратить меньше денег?

$A+B+C\geq 15$ - ~~та~~ аналогично а), только при такой сумме можно найти комбинации, гарантированно обеспечивая нужную радость.

$$\begin{cases} A+B+C\geq 15 \\ A+2B+3C\leq 30 \end{cases} \quad \begin{cases} -A-B-C\leq -15 \\ A+2B+3C\leq 30 \end{cases} \quad \begin{cases} B+2C\leq 15 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{cases}$$

не возможно потратить меньше, т.к. чтобы ~~отказаться от~~ получить сумму меньше, нужно купить более дорогие цветки и точно оказалось так, что они приносят больше радости. А отказавшись от 2ух A ~~или~~ в пользу B или 3ех A в пользу C не факт, что окажется, что →

~~эти~~ дороже цветы приносят больше радости.
продолжение б на доп листе

в) $z = 24$

5/5

$P: A = B = C = 1$ чтобы гарантированно поцеловала

при покупке одинаковых цветов min радость от них 30 (тогда min стоимость 30) ~~букет = $P_{цв}$ x~~

при покупке разных цветов min радость от них 54

$$\left\{\begin{array}{ll} 1\cdot A + 2\cdot B + 3\cdot C & \geq 54 \\ \text{— " —} & \geq 54 \\ \text{аналогично} & \geq 54 \\ \text{системе} & \geq 54 \\ \text{на пред} & \geq 54 \\ \text{странице} & \geq 54 \end{array}\right| + \quad \begin{array}{l} 12A + 12B + 12C \geq 324 \\ A + B + C \geq 27 \end{array}$$

это верно не при всех A, B, C, но при меньшем суммарном кол-во точно не найдется такого соотношения, чтобы радость гарантирован была не меньше 54

~~мо~~ найдем 1 из вариант $A = 9$ $B = 9$ $C = 9$

тогда $9\underbrace{(1+2+3)}_{\text{радость от разных цветов}} = 54$

стоимость букета $\boxed{27}$

$z = 36$ практически аналогично

при один. цветах min стоимость 30

при разных min радость 66

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{аналогич} & \geq 66 \\ \text{система} & \geq 66 \\ & \vdots \\ & \geq 66 \end{array}\right| + \quad \begin{array}{l} 12A + 12B + 12C \geq 396 \\ A + B + C \geq 33 \end{array}$$

~~тоа~~ аналогично при меньшем кол-ве радость точно не будет гарантированно хотя бы равна минимальной радости min сумма за такой букет $1+33 \Rightarrow$ выгоднее купить одинаковые

Ответ: а) 15 б) 30 в) $z = 24$ 27
$z = 36$ 30

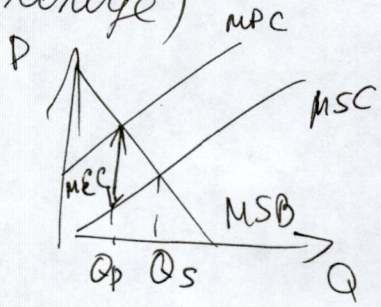
10/10

Задача 11

а) Пингвины могут минимизировать свои издержки и предельные издержки от стояния в слишком жаркой температуре ~~ниже~~ могут быть ~~ниже~~ меньше, чем пред. издержки от слишком холодной (-50°, если они будут стоять по отдельности)

Если бы не было пространства, где слишком жарко и слишком холодно, то не оказалось бы пространства с комфортной температурой и всем пингвинам стало бы хуже, т.к. все бы находились только в холоде и никогда бы не попадали в комфортную температуру, ~~(т.е., предельные выгоды~~ (т.е. в сравнении предельные выгоды от короткого ~~время~~ нахождения в комфортн. температуре и предельные издержки от короткого нахождения в более жаркой и ~~бы~~ холодной в сумме превышают предельные издержки от ~~на~~ длительного нахождения на холоде) +5/13

б)



~~Кл.~~ пингвины производят ~~максимально~~ положительный эффект на уровне общественно максимального, т.к. если бы они производили меньше, то каждому точно стало бы хуже, т.к. ~~они одновременно производят~~ Пингвины не думают о других + не могут контролировать объем →

(у них есть стимул производить общ. оптимальный объем, иначе они бы замерзли)

об половительный эффект и в то же
время ~~не было состояние зависит~~ от того
и как они не могут получать выгоду
от половительного внешнего эффекта
других пингвинов, не производя свой
собственный половительный внешний эффект.

216

(7)

Задача 12

Если $\pi = TR - TC = TR - 500 < 0$ ⇒ компания вообще не будет организовывать рейс ⇒

$TR \geq 500$

т.к. издержки не зависят от кол-ва пассажиров, ⇒ компания будет максимизировать TR

для 30 человек: $V_i = 8 - 2|t-6|$ ⇒

все они готовы заплатить $V_{30} = 30(8-2|t-6|) = 240 - 60|t-6|$

аналогично $V_{40} = 40(8-2|t-7|) = 320 - 80|t-7|$

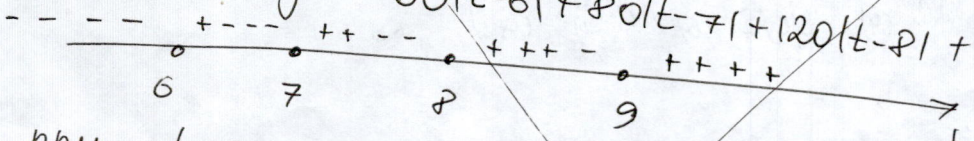
$V_{60} = 60(8-2|t-8|) = 480 - 120|t-8|$

$V_{20} = 20(8-2|t-9|) = 160 - 40|t-9|$

Чтобы получить наибольшую выручку, компания будет устанавливать одну из максимальных цен, которую готова заплатить группа (поэтому в дальнейшем не зачёркнуто и относится к расп. только так)

тогда $TR = V_{30} + V_{40} + V_{60} + V_{20} = 1200 - 60|t-6| - 80|t-7| - 120|t-8| - 40|t-9|$

TR max, когда $60|t-6| + 80|t-7| + 120|t-8| + 40|t-9| \to min$



← наш расир. модуль

при $t \leq 6$ $60(6-t) + 80(7-t) + 120(8-t) + 40(9-t) = 2240 - 300t$

убыв. ф-я, наим. значение при $t_{наим} = 6$ $2240 - 300 \cdot 6 = 440$

при $t \in (6; 7]$ $60(t-6) + 80(7-t) + 120(8-t) + 40(9-t) = 1520 - 180t$

убыв ф-я, наим. зн-е при $t_{наим} = 7$ $1520 - 180 \cdot 7 = 260$

при $t \in (7; 8]$ $60(t-6) + 80(t-7) + 120(8-t) + 40(9-t) = -20t + 400$

убыв ф-я, наим. знач при $t_{наим} = 8$ 240

→

при $t \in (8;9]$ $60(t-6)+80(t-7)+120(t-8)+40(9-t)=$

$= -1520+220t$

возр. ф-я, наим знач при наим t

$(-1520+220t_{наим}) > -1520+220\cdot 8$

$(-1520+220t_{наим}) > 240$

при $t \in (9;+\infty)$ $60(t-6)+80(t-7)+120(t-8)+40(t-9)=$

$= -2240+300t$ возр ф-я, наим. значени при t наим

$(-2240+300t_{наим}) > -2240+300\cdot 9$

$(-2240+300t_{наим}) > 460$

соответсвенно, наименьшее значение этого выражен достигается при $t=8$ и равно 240

тогда $TR = 1200-240 = 960$

тогда готовность платить ~~этой~~ человека из групп группы будет равна в з-ти от времени (написано в скобках)

~~TR = P.1~~

	$V_6 \times 20$	$V_7 \times 40$	$60 \times V_8$	$20 \times V_9$
6	(8) ~~[illegible]~~	(6) ~~[illegible]~~	~~[illegible]~~ (4)	~~[illegible]~~ (2)
7	~~[illegible]~~ (6)	~~[illegible]~~ (8)	~~[illegible]~~ (6)	~~[illegible]~~ (4)
8	~~[illegible]~~ (4)	~~[illegible]~~ (6)	~~[illegible]~~ (8)	~~[illegible]~~ (6)
9	~~[illegible]~~ (2)	~~[illegible]~~ (4)	~~[illegible]~~ (6)	~~[illegible]~~ (8)

~~в скобках - готов платить одного человека~~

~~720~~

~~120 + 720 = 840~~

~~240~~

при полёте в 6 утра:

при $P \in [0;2]$

	TR	
$P=2$	300	(1,2,3,4)
$P=4$	520	(1,2,3)
$P=6$	420	(1+2 группа)
$P=8$	240	(1 группа)

продолжение на доп. листе

Дополнительный лист №12

при полёте в 7 утра

~~P=2~~ ~~600~~ ~~(1,2,3,4)~~

P=4 600 (1,2,3,4)

P=6 ~~800~~ 780 (1,2,3)

P=8 320 (2)

при полёте в 8 утра

P=4 600 (1,2,3,4)

P=6 720 (2,3,4)

P=8 480 (3)

при полете в 9 утра

P=2 300 (1,2,3,4)

P=4 480 (2,3,4)

P=6 480 (3,4)

P=8 160 (4)

Ответ:

цена, выручка максимальна при полете в 7 утра и P=6

8/8

сначала будут покупать билеты те, кто хочет вылететь в 6 утра =>

из зачёркнутой части решения видно, что максимальную выручку можно было бы получить, продав каждой группе билет на 8-часовой рейс по той максимальной цене, которую он готов заплатить. Это можно было бы сделать, если бы цена макс. каждой группы увеличивалась с появлением новой группы (как, например, при 9-часовом рейсе).

→

если выделить 30 мест по Р=2, 40 по 4, 60 по 6 и 20 по 8.
TR = 740

Однако, так можно сделать только с двумя первыми группами (при t=8)
выделим 30 мест по 4 и 40 мест по 6, получить 360

Затем два пути: установить цену 6 для оставшихся двух групп и получим: 480
установить цену 8 для 3ей группы и получить 480
~~Было~~ TR=840 (больше, чем при продаже билетов на 9 часовой рейс)

при продаже билетов на 7 часовой рейс:
последняя группа готова покупать по 4 ⇒ итоги продаст все билеты P=4 TR=4+150=600
если продавать всем, кроме последней, есть 2 варианта
P=6 и TR=6x(30+40+60)=780 или P=6 для первой группы и P=8 для второй группы 6+30+8+40=180+320=500
В любом случае, выручка будет максимально возможная выручка будет ниже, чем при продаже на 8 часовой рейс

при продаже билетов на 6 часовой рейс:
можно: продать всем по P=2 TR 300
1,2,3 группе по P=4 520
1,2 группе по P=6 420
1 группе по P=8 240

Итого, есть 2 оптимальных варианта

1) Время: 8 утра
P=4 Q=30
P=6 Q=120

2) Время: 8 утра
P=4 Q=30
P=6 Q=40
P=8 Q=60

5/17

№10 б

так, не факт, что один дополнительный рубль принесет больше, чем одну дополнительную единицу радости (а сумма может оказаться меньше только именно в таком случае, когда 1 рубль приносит больше чем 1 ед радости)

т.к. возможно ситуан, когда

A = 1 радость B = 2 радость C = 3 радость т.е. 1 рубль приносит 1 ед радости ⇒ меньше ЗОР не получится