ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ

Заключительный этап

Москва, 2-8 апреля 2016

Второй тур

9 - 11 класс

Фамилия Имя Отчество
Полищук Александр Вячеславович
Субъект Российской Федерации
Омская область
Регистрационный номер
1171

22162

10:46 - 10:47
11:35 - 11:36
12:26 - 12:27

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	**4 апреля 2016 г.**
Количество заданий	**6**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**4 часа**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	7	8	9	10	11	12	Сумма
Баллы	1	18	18	17	4	8	
Член жюри	GE	VQ	ZM	UH	GE	TL	

Код участника: 22162

Задача 7

Так как снижение цены незначительно и составило несколько процентов, можно пользоваться формулой точечной эластичности:

$$E_P^D = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = Q'(P)\cdot\frac{P}{Q}.$$

Т.к. при снижении цены произошло увеличение продаваемого количества, функция спроса убывает, значит $Q'(P)$ отрицательна и т.к. P, Q - положительные значения, сама эластичность спроса по цене отрицательна. (т.к. $\frac{\Delta Q}{\Delta P} = Q'(P)$ в предельно малых изменениях $= \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1}$, $Q_2 - Q_1 > 0$, $P_2 - P_1 < 0$, значит, $Q'(P) < 0$.)

Также, если функция спроса линейна, фирма находится на эластичном участке спроса т.к. $\Delta TR = -TR_1 + 1{,}5\,TR_1 = 0{,}5\,TR_1 > 0$, значит, количество увеличилось больше, чем уменьшилась цена, в следствии чего выручка выросла. т.к. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

Что такое TR_1?

Задача 8

а) Производственная функция: $Q(L) = \frac{1}{2}L$

Тогда издержки фирмы имеют вид: $TC = wL + fQ + vL$

$TC = 10L + f \cdot \frac{1}{2}L + v \cdot L = (10 + 0{,}5f + v)L$

Выручка фирмы: $TR = P \cdot Q = 140Q - 2Q^2 = 70L - 0{,}5L^2$.

Воспринимая ставки f и v как заданные, фирма максимизирует прибыль:

$\Pi_p = TR - TC = 70L - 0{,}5L^2 - (10 + 0{,}5f + v)L =$

$= (60 - 0{,}5f - v)L - 0{,}5L^2$ – график-парабола, ветви – вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $L = \frac{-b}{2a} = 60 - 0{,}5f - v$.

Соответственно, зная ставки f и v фирма наймёт $60 - 0{,}5f - v$ g-тов труда и произведёт при этом $Q = \frac{1}{2}L = 30 - 0{,}25f - 0{,}5v$.

Зная это, региональные власти максимизируют налоговые сборы, воспринимая f как параметр:

$T_{xv} = v \cdot Q = 30v - 0{,}25fv - 0{,}5v^2 = (30 - 0{,}25f)v - 0{,}5v^2$ – график-парабола, ветви-вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $v = \frac{b}{-2a} = \frac{30 - 0{,}25f}{1} = 30 - 0{,}25f$.

Тогда федеральные власти, рассчитав максимизирующие налоговые сборы:

~~$T_{xf} = f \cdot Q = 30f - 0{,}25f^2 - 0{,}25v \cdot f = 30f - 0{,}25f^2 - (15 - \frac{1}{8}f)f = 30f - \frac{1}{4}f^2 - 15f + \frac{1}{8}f^2$~~

~~$= 15f - \frac{1}{8}f^2$ – график-парабола, ветви-вниз $\Rightarrow$ max в вершине при~~

~~$f = \frac{b}{-2a} = \frac{15}{\frac{1}{4}} = 60$~~

см. оборот стр →

$T_{xf} = f \cdot Q = f(30 - 0{,}25f - 0{,}5r) = f(30 - 0{,}25f - 0{,}5(30 - 0{,}25f)) =$

$= 15f\ f(30 - \frac{1}{4}f - 15 + \frac{1}{8}f) = 15f - \frac{1}{8}f^2$. график-парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $f = \frac{b}{-2a} =$

$= \frac{15-8}{2} = 60.$

Тогда $r = 30 - \frac{1}{4} \cdot f = 30 - 15 = 15.$

$Q = 30 - \frac{1}{4} \cdot 60 - \frac{1}{2} \cdot 15 = 7{,}5 > 0$, значит фирма производит

~~$\Pi(7{,}5) =$~~ т.к. $FC = 0$, $\Pi_\phi > 0$, производит. Ответ: $f = 60$, $r = 15$

б) $Q_\phi = 30 - \frac{1}{4}f - \frac{1}{2}r$ т.к. фирма воспринимает как параметр.

Воспринимая r как заранее, рел. власти максимизируют поступления:

$T_{xf} = f \cdot Q = 30f - \frac{1}{4}f^2 - \frac{1}{2}rf = (30 - 0{,}5r)f - \frac{1}{4}f^2$ - график-парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $f = \frac{-b}{2a} = 60 - r$

Зная это, рел. власти max T_x:

$T_{xr} = r \cdot Q = 30r - \frac{60-r}{4} \cdot r - \frac{1}{2}r^2 = 15r + \frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{2}r^2 = 15r - \frac{1}{4}r^2$ - график-парабола, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $r = \frac{b}{-2a} = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30.$

Тогда $f = 60 - r = 30.$

$Q_\phi = 30 - \frac{30}{4} - \frac{30}{2} = 7{,}5 > 0$, $\Pi_\phi > 0$ аналог. а) Ответ: $f = 30$, $r = 30$.

в) аналогично а), б) $Q_\phi = 30 - \frac{f}{4} - \frac{r}{2}$. Максимизируем поступления:

$T_x = Q \cdot f + Q \cdot r = 30f - \frac{1}{4}f^2 - \frac{1}{2}rf + 30r - \frac{1}{4}f \cdot r - \frac{1}{2}r^2 =$ не та целевая функция

$= (30 - 0{,}75r) \cdot f - \frac{1}{4}f^2 + 30r - 0{,}5r^2$ - график-парабола относительно f, ветви вниз $\Rightarrow$ max в вершине при $f = \frac{b}{-2a} = \frac{(30 - 0{,}75r) \cdot 4}{2} = 60 - 1{,}5r.$

Тогда $T_x = (30 - 0{,}75r)(60 - 1{,}5r) - (60 - 1{,}5r)(60 - 1{,}5r) \cdot \frac{1}{4} + 30r - 0{,}5r^2 =$

$= (60 - 1{,}5r)(30 - 0{,}75r - 15 + 0{,}375r) + 30r - 0{,}5r^2 = (60 - 1{,}5r)(15 - 0{,}375r) + 30r -$

$- 0{,}5r^2 = 900 - 45r + 0{,}5625r^2 + 30r - 0{,}5r^2 =$ ~~$0{,}0625r^2$~~

продолжение см. доп. лист →

Задача 9

+3

а) Введение налога уменьшит равновесный объём перевозок, поэтому средства из бюджета, направленные на ремонт дорог уменьшатся и государство сможет направить их на более важные нужды жителей. может, тогда вообще запретить перевозки?

б) После введения налога $Q^s = P - t$, $Q^d = 100 - P$.

$Q^s = Q^d$.

$P - t = 100 - P$

$2P = 100 + t$

$P = 50 + 0{,}5t$.

+3

Тогда $Q = P - t = 50 - 0{,}5t$.

Общественное благосостояние U равно:

+2

$U = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q^2}{2} - \frac{Q^2}{4} + t \cdot Q = 0{,}75Q^2 + tQ = 0{,}75(50 - 0{,}5t)^2 + t(50 - 0{,}5t) =$

$= 0{,}75(2500 - 50t + 0{,}25t^2) + 50t - 0{,}5t^2 = 1875 - 37{,}5t + 0{,}1875t^2 + 50t -$

$- 0{,}5t^2 = -0{,}3125t^2 + 12{,}5t + 1875$ - график-парабола, ветви-вниз ⇒ max в вершине при $t = \frac{b}{-2a} = \frac{12{,}5}{0{,}625} = 20$.

Ответ: $t = 20$ +5

в) при $t = 20$ $Q = 50 - 10 = 40$.

Тогда общест. благосостояние равно: $0{,}75Q^2 + tQ - C =$

$= 1200 + 20 \cdot 40 - C = 1200 + 800 - C = 2000 - C$ +1

Общественное благосостояние без налога равно: $U = \frac{Q_1^2}{2} + \frac{Q_1^2}{2} - \frac{Q_1^2}{4} = 0{,}75Q_1^2$

$Q_1^d = Q_1^s$

$100 - P_1 = P_1$ +1 +1

$P_1 = 50$ $Q_1 = 50$. $U_1 = 0{,}75 \cdot 50^2 = 1875$.

см. оборот сторону →

Тогда гос-ву стоит вводить налог когда $И \geq И_1$

$2000 - C \geq 1875$

$C \leq 125$ +2

Тогда $C_{max} = 125$.

Ответ: $C_{max} = 125$

г) ~~При введении~~

почему тогда благосостояние выросло?

0

В своей формуле Платон не учёл (издержки) потери мёртвого груза (DWL), возникающие при введении налога из-за того, что равновесное количество уменьшается: часть прежних излишков переходит покупателям, часть - продавцам, часть - государству в виде налоговых поступлений, но размер излишка в виде треугольника при линейных функциях спроса и предложения не переходит никому и является чистой потерей общества.

Задача 10

7

Для того, чтобы девушка гарантированно поцеловала, нужно рассчитывать худший случай, когда, покупая только один вид цветов их полезность равна 1 (каждого), покупая два вида цветков полезность одного вида 1 за штуку, другого - 2 за штуку.

а) Если покупать цветы только одного вида, то затраты на букет (минимальные) равны 30. (30 цветков по $u=1$)

Если покупать цветы двух видов, то известно, что каждая пара цветов даёт полезность не меньше трёх, поэтому можно купить 10 пар, т.е. 20 цветов, потратив 20 ден. ед. Это распределение является оптимальным, т.к.: ~~если~~ пусть мы купили 10 пар и $u \geq 30$ (радость) заменим пару цветов на цветы одинакового вида. Теперь мы не можем гарантировать, что ~~у~~ каждый цветок даёт по $u=2$, возможно он даёт $u=1$, значит, $u \geq \cancel{28}\ 29$, что не гарантирует при тех же затратах. Значит, при каждой замене пары разных на пару одинаковых, Кузьма уменьшает ожидаемую радость на 1 при тех же расходах.

Если покупать цветы трёх видов, аналогично ~~за~~ выгоднее всего закупать их тройками. Полезность тройки равна $1+2+3=6$. Тогда можно купить 5 троек или 15 цветов, потратив при этом 15 ден. ед.

Ответ: 15

$15 < 20 < 30$.

см. обрат. сторону →

б) При покупке цветов одного вида стоимость букета не меняется и равна 30.

1

При покупке пары цветов стоимость равна 3, при этом ожидаемая минимальная полезность равна 3, что эквивалентно покупке трёх цветов вида А.

При покупке тройки цветов их стоимость равна 6, что аналогично равно ожидаемой полезности от покупки шести цветов типа А.

Поэтому минимальная ~~цена~~ стоимость букета равна 30.

Ответ: 30

в) Найдём Z_{min} для пар и троек цветов такое, что, учитывая худший из вариантов, Кузьма тратит минимальное количество ден. ед., покупая цветы одного вида

худшим ~~вари~~ случаем является, то, что цветы девушке не понравятся и её радость уменьшится на Z.

При покупке цветов двух видов и $Z = 22$ Кузьме нужно купить такое количество пар, чтобы радость была не меньше 52. Он потратит на это $34\frac{2}{3}$ ден. ед (купив $17\frac{1}{3}$ пару или $34\frac{2}{3}$ цветов), что ~~меньше~~ больше 30. значит, $Z_{min} < 22$ для пары. т.е. при $Z > 22$ покупать пары не стоит.

При покупке цветов трёх видов и $Z = 21$ Кузьме нужно получить ~~...~~ радость не меньше, чем 51. Тогда ему надо купить 8,5 троек, потратив на это 25,5 ден. ед.

При $Z = 24$ Кузьма ~~может~~ должен ~~получить~~ подарить радость не меньше 54. ~~Если~~ Покупая 9 троек он потратит 27 ден. ед, $27 < 30$. При $Z = 36$ $U \geq 66$ т.е. он должен купить не менее 11 ~~пар~~ троек, потратив 33, $33 > 30$, значит, лучше купить цветы только одного вида, потратив 30.

Ответ: при $Z = 24$ 27 ден. ед.

при $Z = 36$ 30 ден. ед.

не

ссылки на „а"

9

Задача 11

4

а) Т.к. каждый пингвин максимизирует полезность, находясь с краю толпы он старается быть к ней как можно ближе. Каждый новый пингвин, руководствуясь тем же принципом, ~~встаёт~~ оказываясь с краю, старается встать как можно ближе к другим. Но когда пингвин оказывается в центре толпы, он хочет, чтобы расстояние между ним и соседями было больше, однако подвинуться он не может, ~~подви-~~ отойти его соседи тоже не могут и единственные, кто могут отойти - это пингвины, находящиеся с краю. Однако это противоречит описанному принципу и существенно снизит их полезность, поэтому они не отходят, постепенно оказываясь в центре и так далее в процессе продвижения.

Почему нет проблемы бездилетника?

0

б) Данный аргумент в такой ситуации не работает, поскольку полезность (счастье) каждого пингвина предмножается, когда он оказывает положительный внешний эффект на тех, кто оказывает положительный внешний эффект на него: иными словами, у пингвинов есть стимулы делать это в связи с тем, что оказанный положительный эффект влечёт за собой вознаграждение в виде получения такого же внешнего эффекта, но не от одного, а от многих таких же особей. В результате каждый пингвин выигрывает больше,

чем отдаёт.

6) Похожим примером является компания, состоящая из группы единомышленников. Таковой является, например, группа учёных: работая вместе, они обычно оказывают ~~создают~~ полезный внешний эффект друг на друга, который в итоге предполагается и приносит для каждого больше пользы, чем если бы он работал один.

Схожим примером является группа врачей, студентов или талантливых школьников, готовых к общению друг с другом и обмену некоторой информацией или опытом.

а) **Задача 12** 8

~~С учётом того, что идеальное и реальное время вылета может различаться на 0, 1, 2, 3 Готовность платить может быть 8, 6, 4, 2. Для максимизации прибыли стоит устанавливать именно эти цены, т.к. ~~если~~ в промежутках ~~выручка~~ цена падает, Q не меняется TR↓, TC-const П↓. (т.к. цена единая)~~

~~$П_ф = P \cdot Q - TC = P \cdot Q - 500$, $Q \le 150$.~~

~~тогда при цене $P = 2$ $П < 0 \Rightarrow$ не установит.~~

~~При $P = 4$ будут лететь только три группы, при этом в таблице они должны стоять рядом, тогда $N = 30+40+60 = 130$ или $N = 40+60+20 = 120$.~~

Т.к. в зависимости от времени могут лететь группы, находящиеся в таблице рядом, N возможное (Q) равно:

30; 40; 60; 20; 70; 100; 80; 130; 120; 150.

Т.к. $P_{max} = 8$ (при разнице $|t - t_1| = 0$)

$П \le 8Q - 500$ прибыль положительна, когда:

$Q \ge 62{,}5$.

Следовательно, стоит рассматривать только варианты $N = 70, 80, 100, 120, 130, 150$

При $N = \left.\begin{matrix}70\\80\\100\end{matrix}\right\}$ летят две группы, $P_{max} = \cancel{4}\ 7$, $П_{max} = 700$.

(разница во времени не ~~больше~~ меньше 0,5)

?

При $N = \left.\begin{matrix}120\\130\end{matrix}\right\}$ летят три группы, $P_{max} = 6$, $П_{max} = 780$

(разница во времени не меньше часа)

При $N = 150$ летят четыре группы, $P_{max} = 5$ $П_{max} = 750$.

(разница не меньше 1,5)

Тогда $\Pi_{max} = 780$, при $P = 6$, $N = Q = 130$,

летят группы с $t^* = 6, 7, 8$, время вылета - 7 часов.

Ответ: $P = 6$, $t = 7:00$.

б) аналогично а) стоит рассматривать варианты 0

$N = 70, 80, 100, 120, 130, 150$.

При возможности осуществления ценовой дискриминации первого типа выручка максимальна, когда каждый пассажир платит свою резервную цену. Тогда большая резервная цена должна быть для той группы потребителей больше, чья численность наибольшая т.к. это позволяет максимизировать выручку.

$P_{max} = 8$.

Ложная посылка!

при $N = 70$:

$TR = 8 \cdot 40 + 6 \cdot 30 = 500$

~~при $N = 80$:~~

~~$TR = 60 \cdot 8 + 20 \cdot 8 = 620$~~

~~(т.к. занимают сначала более дешевые)~~

при $N = 100$:

$TR = 60 \cdot 8 + 40 \cdot 6 = 720$

при $N = 130$:

$TR = 30 \cdot 4 + 40 \cdot 6 + 60 \cdot 8 = 840$

при $N = 120$ $TR < TR_{130}$

при $N = 150$ $TR \leq TR_{130}$

при $N = 80$ $TR < TR_{130}$.

Тогда $TR_{max} = 840$

$\Pi_{max} = 340$

Ответ:

при $t = 8ч$,
3 категории,
130 мест;
30 по $P = 4$
40 по $P = 6$
60 по $P = 8$

Дополнительный лист

Задача №8 (продолжение)

$T_x = 0,0625v^2 - 15v + 900$ - график - парабола, ветви - вверх $\Rightarrow$ min в вершине при $v = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{0,125} = 120$

следовательно при $v \in [0; 120]$ ф-я T_x убывает.

при $v \geq 120$ ф-я T_x возрастает, но $a < 0$, поэтому $v^* = 0$.

тогда $t = 60 - 0 = 60$.

Ответ: $t = 60$, $v = 0$. – Это только одна точка, должна быть на самом деле прямая $t + 2v = 60$

(12)