

Время выполнения задания – 240 мин.**Задача 1.**

Пусть для задачи управления системой

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t), u(t), t)$$

с функционалом

$$J(x, u) = K(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt$$

для любых начальных  $x(t_0) = x_0$  и  $t_0$  существует единственное оптимальное управление.

Показать, что значение полной производной гамильтониана по времени вдоль оптимальной траектории равно частной производной гамильтониана по времени.

**Задача 2.**Покажите, что любое бесконечномерное замкнутое подпространство в  $l^2$  содержит вектор не принадлежащий  $l^1$ .**Задача 3.**

Ниже представлена программа на языке Python:

```
def action(max_len):
    lst = [1, 1]
    n = 0

    while len(lst) < max_len:
        lst.append(1)
        lst.append(1)
        n += 1
        for k in range(n):
            term = lst[-n-1] + lst[-n-2]
            lst.append(term)
    return lst
```

```
n = 250
result = action(n)
```

```
print len(result)
print result[n]
print result[n + 1]
```

Что выведет программа?

**Задача 4.**

Исследуется работа современного вычислительного комплекса, предназначенного для обработки больших массивов данных (например, данных о состоянии земной атмосферы, предназначенных для составления прогнозов погоды). В дальнейшем данный вычислительный комплекс будет для краткости именоваться системой. Один массив данных рассматривается как одно требование, поступающее в систему. Отдельные

массивы поступают в систему через случайные независимые, одинаково распределенные интервалы времени, имеющие экспоненциальное распределение с известным математическим ожиданием  $T_0$ .

Вычислительный комплекс состоит из двух однотипных процессоров, функционирующих независимо друг от друга. Длительность обработки одного массива данных (одного требования) в системе случайна и имеет экспоненциальное распределение с известным математическим ожиданием  $T_1$ . В состав комплекса входит внешнее запоминающее устройство (накопитель), в котором могут одновременно сохраняться не более двух массивов данных, ожидающих обработки. Массивы данных, поступающие в периоды, когда оба процессора заняты обслуживанием и места в накопителе заняты, не сохраняются и теряются.

Необходимо провести анализ рассматриваемой системы при помощи математических методов, состоящий в следующем.

1. Ввести случайный процесс, описывающий функционирование данной системы, и определить вид этого процесса.

2. Предполагая, что система функционирует в устойчивом (стационарном) режиме, найти вероятности следующих событий:

$A_0$  – поступающее требование застает систему свободной;

$B$  – поступающее требование будет потеряно.

3. Обозначим через  $\gamma$  случайную длительность ожидания начала обработки одного массива данных, принятого в систему. Найти условное распределение случайной величины  $\gamma$  и соответствующее условное математическое ожидание, определяемые при условии, что в моменты поступления в систему находилось три массива данных (два на обработке и один во внешнем накопителе).

### Задача 5.

После выполнения представленной ниже программы в UNIX-подобной операционной системе, какие значения будут у переменных  $a, b, c, d, i, p, s$  и массива  $buffer$  при условии, что файла  $a.txt$  в текущем каталоге не существует?

```
#include <stdio.h>
#include <unistd.h>
#include <sys/types.h>
#include <stdlib.h>

void main()
{
    int a=2, b=3, c=0, d=5, k=2, i=0, p=2, s=2;
    char buffer[80]=0;
    close(1);
    creat("a.txt",0664);
    if(fork()==0)
    {
        a=open("a.txt",0);
        b=write(a,"bbb",4);
        c=read(a,buffer,2);
        d=write(1,"bbb",2);
        exit(0);
    }
}
```

```
else
{
    wait(&s);
    a=write(a,"bbb",8);
    open("a.txt",0);
    k=dup(1);
    i=write(k,"aa",1);
    p=read(b,buffer,8);
    buffer[p]=0;
}
}
```