

Пусть имеются N ячеек и n частиц ($n < N$). Предполагается, частицы неразличимы между собой и в каждой ячейке может находиться любое число частиц. Частицы наудачу размещаются по ячейкам.

Чему равна вероятность попадания по одной частице в заданные n ячеек? (10 баллов)

Ответ: $\frac{n!(N-1)!}{(N+n-1)!}$.

Предположим, что некоторая точечная частица перемещается в дискретные моменты времени по целым точкам (n) числовой прямой, расположенной вертикально. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ частица находится в начале отсчета, а в каждый следующий момент времени $t = 1, 2, 3, \dots$ она совершает перемещение на единицу вверх или на единицу вниз (перемещения равновозможны). Назовем *путями* ломанные, выходящие из начала координат, с вершинами в точках с целочисленными координатами (n).

Чему равно число всех путей, ведущих в точку (t, n) , если t и n имеют одинаковую четность и $n \leq t$? (15 баллов)

Ответ: $C_t^{\frac{t+n}{2}} = \frac{t!}{\left(\frac{t+n}{2}\right)! \left(\frac{t-n}{2}\right)!}$.

Наудачу взяты два числа x и y , причем $0 \leq x \leq 1$ и $0 \leq y \leq 1$.

Чему равна вероятность того, что сумма $x + y \leq 1$, а произведение $xy \leq \frac{2}{9}$? (15 баллов)

Ответ: $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \ln 2$.