Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 15—21 апреля 2017 года

Второй тур. Задачи

Дата написания	**17 апреля 2017 г.**
Количество заданий	**5**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**240 минут**

Решения

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики или подготовке к олимпиадам. От участников не требуется слишком подробного решения; в любом случае самое важное при оценке — понимает ли участник, как решается задача.

Для любого $x \in [0,1)$ верно, что

$$x + x^2 + x^3 + \ldots = \frac{x}{1-x}$$

Задача 6. Счастливые рисоеды **(30 баллов)**

В стране Альфа производится единственный товар — рис. Собранный в конце каждого года урожай риса жители страны могут либо съесть, либо засеять на поля, чтобы в следующем году получить новый урожай. Таким образом, $Y_t = C_t + I_t$, где Y_t — собранный в году t урожай, C_t — потребление в году t, I_t — объем посева в году t (все переменные измеряются в тоннах). Засеяв I_t тонн риса в году t, в следующем году можно собрать урожай $Y_{t+1} = 80\sqrt{I_t}$.

По итогам каждого года каждая семья в стране Альфа либо счастлива, либо несчастлива. Все счастливые семьи похожи друг на друга (после сбора урожая они получают как минимум по тонне риса), каждая несчастливая семья несчастлива по-своему (такие семьи получают меньше тонны риса или не получают рис вовсе, поэтому в течение года выживают кто как может). Общее число семей в стране настолько велико, что, к сожалению, все счастливы быть не могут.

В начале 2017 года к власти в стране Альфа пришел новый президент. Срок его полномочий — 2 года, и он хочет, чтобы число семей, которые счастливы в течение всего срока его правления, было как можно бóльшим (что будет потом, его не интересует). Президент сам решает, как именно следует распределять весь выращенный рис. Президент знает, что в прошлом году было засеяно 3600 тонн риса.

а) (15 баллов) Какое количество риса следует засеять в 2017 и 2018 годах для достижения цели президента? Сколько семей при этом будет счастливо в каждый из двух указанных годов? Сколько семей в этом случае будет счастливо в 2019 году?

б) (15 баллов) Представим теперь, что президент задумался о вечном. Какое максимальное количество семей может быть счастливо в экономике страны Альфа на протяжении бесконечно долгого периода времени (то есть начиная с 2017 года и навсегда)? Сколько риса для достижения этой цели следует сеять каждый год?

Филипп Картаев

Решение

а) Количество счастливых семей равно потреблению риса.

$$C_{2017} = 80 \cdot \sqrt{3600} - I_{2017}$$

$$C_{2018} = 80 \cdot \sqrt{I_{2017}}$$

(в последнем периоде нет смысла инвестировать, так как президента не волнует, что будет в 2019 году). Чтобы достичь своей цели, президенту следует максимизировать минимум из C_{2017}, C_{2018}. Для этого, нужно, чтобы указанные переменных были равны. Отсюда получаем уравнение:

$$80 \cdot 60 - I_{2017} = 80 \cdot \sqrt{I_{2017}}$$

Отсюда находим $I_{2017} = 1600$, $C_{2017} = C_{2018} = 3200$.

Ответ: в 2017 году следует посадить 1600 тонн риса, а в 2018 году — ноль тонн. 3200 семей будут счастливы на протяжении этих двух лет, однако в 2019 году число счастливых семей окажется равным нулю.

б) Чтобы потребление семей вечно поддерживалось на постоянном уровне, необходимо, чтобы каждый год поддерживался один и тот же уровень инвестиций $I^\star$ и один и тот же уровень потребления $C^\star$.

В этом случае ежегодный уровень потребления составит:

$$C^{\star} = 80 \cdot \sqrt{I^{\star}} - I^{\star}$$

Относительно $\sqrt{I^{\star}}$ — это парабола с ветвями направленными вниз, следовательно, мы можем найти точку максимума: $I^{\star} = 1600$, $C^{\star} = 1600$.

Докажем, что число вечно счастливых семей не может быть больше 1600. Предположим противное: пусть в каждый момент времени есть не менее 1601 счастливой семьи. Тогда:

$$1601 \leqslant C_t = 80 * \sqrt{I_{t-1}} - I_t = 80 * \sqrt{I_{t-1}} - I_{t-1} - (I_t - I_{t-1}) \leqslant 1600 - (I_t - I_{t-1})$$

$$(I_t - I_{t-1}) \leqslant -1$$

Докажем, что число вечно счастливых семей не может быть больше 1600. Предположим противное: пусть в каждый момент времени есть не менее 1601 счастливой семьи. Тогда:

$$1601 \leqslant C_t = 80 * \sqrt{I_{t-1}} - I_t = 80 * \sqrt{I_{t-1}} - I_{t-1} - (I_t - I_{t-1}) \leqslant 1600 - (I_t - I_{t-1})$$

$$(I_t - I_{t-1}) \leqslant -1$$

Получаем, что в этом случае инвестиции уменьшаются на единицу каждый год. Следовательно, в конце концов они упадут до нуля, что уж точно не позволит поддерживать требуемый уровень потребления. Таким образом, мы получили противоречие.

Ответ: Таким образом, следует каждый год засеивать по 1600 тонн риса и при этом каждый год 1600 семей в стране Альфа будут счастливы.

Схема оценивания

В пункте **а)** ставится 6 баллов за получение необходимого квадратного уравнения; 3 балла за нахождение инвестиций в 2017 году; 3 балла за рассуждение о том, что инвестиций в 2018 году делать не нужно и, следовательно, потребление в 2019 году будет равно нулю; 3 балла за нахождение количества счастливых семей на протяжении правления президента.

В пункте **б)** 9 баллов выставляется на нахождение функции, задающей связь между $C^{\star}$ и $I^{\star}$; 3 балла за нахождение оптимальных инвестиций; 3 балла за нахождение числа семей, которые будут счастливы вечно. Также полный балл ставится в случае, если верный ответ угадан и приведено обоснование того, что более высокий уровень потребления не может быть обеспечен вечно.

Задача 7. В чём согласны экономисты — 2 (30 баллов)

Продолжим обсуждать исследование Дэна Фуллера и Дорис Гейде-Стевенсон[a], которое упоминалось в задаче 2 первого тура олимпиады.

Ниже приводятся два утверждения, которые находятся соответственно на третьем и четвертом местах по количеству экономистов, которые оказались в той или иной степени согласны с ними. (В скобках указана доля опрошенных, выразивших полное согласие и согласие с оговорками соответственно.) Прокомментируйте каждое из этих утверждений: объясните, почему многим экономистам оно кажется справедливым, а также почему, тем не менее, не все согласны с ним безоговорочно. Будьте лаконичны: ответ относительно каждого утверждения может уместиться в 3—5 предложений.

а) **(15 баллов)** *Регулировать загрязнение окружающей среды с помощью налогов и торгуемых разрешений на выбросы более эффективно, чем устанавливать жесткие ограничения выбросов* (58,5 % + 29,1 %).

б) **(15 баллов)** *Государство должно жестко следить за соблюдением антимонопольных законов* (55,8 % + 31 %).

[a]Fuller, Dan, and Doris Geide-Stevenson. "Consensus Among Economists—An Update." *The Journal of Economic Education* 45.2 (2014): 131-146.

Данил Фёдоровых, Игорь Макаров

Решение

а) Загрязнение окружающей среды является широко известной причиной возникновения негативных экстерналий: агенты, которые производят вредные выбросы, не учитывают издержки, которые они накладывают на остальных членов общества, из-за чего выбросов оказывается выше, чем было бы оптимально для общества. В утверждении перечислены классические методы борьбы с этим эффектом.

Возможные аргументы в пользу утверждения:

- **Стимулы действуют постоянно.** Стимулы сокращать выбросы при использовании инструментов налогов и торгуемых разрешений остаются независимо от уже достигнутого уровня выбросов, в отличие от применения инструмента жестких квот, когда достаточно сократить выбросы до заданного потолка, а дальше сокращать нет смысла.
- **Сокращения распределяются эффективно.** Первые два инструмента позволяют сокращать выбросы там, где это делать дешевле всего. Те компании, которым сокращать выбросы дороже, получают возможность выбросы не сокращать (вместо этого платить больше налогов или покупать больше разрешений). А те, которым дешево, сокращают выбросы сильно. Таким образом, суммарные издержки сокращений снижаются. Говоря чуть более сложно, это становится возможным потому, что данные инструменты приводят к выравниванию предельных издержек сокращения выбросов между экономическими агентами — а это есть условие минимизации суммарных издержек сокращения выбросов.

  В то же время, жесткие ограничения заставляют фирмы сокращать выбросы до определенного уровня вне зависимости от предельных издержек сокращения.

Возможные оговорки:

- Распределяя квоты, государство как центральный планировщик имеет возможность рационировать их территориальное размещение, препятствуя запредельно высокой концентрации этих выбросов в одной точке.

- При некоторых характеристиках производства (уровень опасности отходов) или характеристиках территории (уникальные природные зоны, наличие редких видов и т.д.) общество может считать ожидаемый ущерб от загрязнения настолько высоким, что предпочитает не допускать даже его возможности – другими словами, квотирует на уровне нуля.

б) Аргумент в пользу утверждения:

- Антимонопольная политика существует потому, что монополия (как и прочие неконкурентные рыночные структуры, в которых возникает большая концентрация фирм неэффективна: в результате максимизации прибыли фирмами, влияющими на цену, цена устанавливается выше предельных издержек, из-за чего некоторые взаимовыгодные сделки между потребителями и производителями не совершаются, создавая общественные потери (DWL). Государство, защищая конкуренцию в ходе реализации антимонопольной политики (препятствуя сговору, контролируя ценообразование, запрещая злоупотребление доминирующим положением), может снизить потери эффективности, поэтому соблюдение антимонопольных законов полезно.

Возможные оговорки:

- Если монополию можно назвать «провалом рынка», то попытки скорректировать его могут приводить к «провалам государства». Проведение антимонопольной политики требует от государства экономической экспертизы и юридической квалификации конкретных случаев, в которых подозревается злоупотребление доминирующим положением на рынке (определение границ рынка, доли фирмы на нем и т. д.). Эти экспертиза и квалификация, во-первых, дорого стоят налогоплательщикам, а во-вторых могут быть проведены некачественно, в результате чего могут пострадать фирмы, деятельность которых не вызывает существенных потерь благосостояния. Возможно, было бы эффективно, если бы государство подходило к исполнению антимонопольного регулирования индивидуально, а не просто жестко следуя общим принципам регулирования.
- Часто монополии (или просто предприятия с большой доли рынка) — это успешные фирмы, которые добились своего положения благодаря упорному труду и инновациям. Интенсивная борьба с монополиями уничтожает стимулы становиться такими успешными фирмами.
- Часто фирмы занимают на рынке доминирующее положение потому, что являются более эффективными (в силу каких-то причин), чем реальные и потенциальные конкуренты. Жесткая борьба с монополиями может привести к поощрению неэффективных фирм, в результате чего распределение ресурсов в экономике может еще ухудшиться.

Схема оценивания

В каждом пункте для полного балла требуется хотя бы один обоснованный аргумент в пользу истинности утверждения и хотя бы один обоснованный аргумент, почему с утверждением можно согласиться лишь с оговорками.

Если есть аргумент (или аргументы) только в одну сторону, то пункт оценивается в 8 баллов.

Задача 8. Как построить стадион (30 баллов)

По случаю Чемпионата мира 2018 года футбольный клуб «Забивака» решил построить новый стадион вместо того, на котором он играет сейчас. Спрос на посещение матчей предъявляют две группы болельщиков — фанаты клуба и просто ценители красивой игры. Фанаты предъявляют спрос при любой игре команды; их функция спроса имеет вид $q_1(p) = 60 - p$, где p — цена абонемента на посещение матчей в течение сезона, q_1 — количество купленных абонементов. Ценители красивой игры предъявляют спрос на абонементы, только если клуб играл красиво в предыдущем сезоне. Красота игры определяется случайными факторами; вероятность красивой игры равна 1/2. Функция спроса второй группы имеет вид $q_2(p) = 100 - p$.

Издержки на строительство стадиона вместимости x равны $C = 5000 + 100x$. Клуб принимает решение о вместимости стадиона и тратит деньги на его строительство в начале периода $t = 0$ (в будущем достраивать стадион нельзя), а получает выручку от продажи билетов в начале каждого периода $t = 1, 2, \ldots$ (до бесконечности). Клуб максимизирует ожидаемую приведенную стоимость денежного потока, то есть величину

$$-C + \frac{0{,}5TR_1 + 0{,}5TR_{1+2}}{1+r} + \frac{0{,}5TR_1 + 0{,}5TR_{1+2}}{(1+r)^2} + \frac{0{,}5TR_1 + 0{,}5TR_{1+2}}{(1+r)^3} + \ldots,$$

где TR_1 — выручка от продажи абонементов только фанатам, TR_{1+2} — выручка от продажи билетов как фанатам, так и ценителям красивой игры. Множители 0,5 присутствуют в силу того, что каждый из двух случаев реализуется с вероятностью 1/2. Ставка процента r равна 10 %. Клуб принимает решение о ценах в начале каждого периода, когда уже известно, будут предъявлять спрос ценители красивой игры или нет.

а) (15 баллов) Предположим, что фанаты любят смотреть матч только из-за ворот, а ценители красивой игры — только с центральной трибуны. Клуб может построить каждую трибуну любой вместимости, а потом назначать разные цены на билеты на разные трибуны. Определите оптимальные цены на билеты абонементов на разные трибуны (на центральную трибуну — только для случая, когда на нее есть спрос) и оптимальную вместимость каждой трибуны.

б) (15 баллов) Предположим, что клуб решает ту же задачу при условии, что любому зрителю безразлично, откуда смотреть матч, и поэтому проводить ценовую дискриминацию между фанатами и остальными болельщиками не получится. Клуб назначает единую цену для всех мест на стадионе. Найдите оптимальную цену абонемента (в зависимости от того, предъявляет спрос вторая группа или нет), и оптимальную вместимость стадиона.

Иван Королев, Алексей Суздальцев

Решение

а) Обозначим за x_1 вместимость трибуны за воротами, x_2 — центральной трибуны, $x_1 + x_2 = x$. Когда стадион уже построен, фирма при установлении цен будет воспринимать x_1 и x_2 как данные. При установке цен фирма просто будет максимизировать TR_1 или TR_{1+2} в зависимости от того, какой из случаев реализовался, при ограничении, что количество проданных абонементов не может быть больше, чем вместимость соответствующей трибуны.

Независимо от того, предъявляет ли спрос вторая группа, для фанатов фирма будет решать задачу $q_1(60 - q_1) \to \max$ при условии $0 \leqslant q_1 \leqslant x_1$. Ее решением является $q_1^\star = x_1$ при $x_1 \leqslant 30$ и $q_1^\star = 30$ в противном случае.

Для ценителей красивой игры (если они присутствуют) задача аналогична: $q_2(100 - q_2) \to \max$ при условии $0 \leqslant q_2 \leqslant x_2$. Ее решением является $q_2^\star = x_2$ при $x_2 \leqslant 50$ и $q_1^\star = 50$ в противном случае.

В периоде 0 фирма будет выбирать x_1 и x_2, осознавая, что в будущем она будет выбирать объемы, найденные выше. Заметим, что выбирать $x_1 > 30$ или $x_2 > 50$ не может быть выгодно, так как дополнительных денег от продажи билетов это не принесет, а предельные издержки постройки дополнительных мест положительны. Поэтому при поиске оптимальных x_i мы можем ограничиться рассмотрением $x_1 \leqslant 30$ и $x_2 \leqslant 50$. Тогда ожидаемая приведенная стоимость будет равна

$$-5000 - 100(x_1 + x_2) + (0{,}5TR_1 + 0{,}5(TR_1 + TR_2))\frac{1/(1+r)}{1 - \frac{1}{1+r}} =$$
$$= -5000 - 100(x_1 + x_2) + \frac{1}{r}(x_1(60 - x_1) + 0{,}5x_2(100 - x_2) =$$
$$= 10x_1(60 - x_1) - 100x_1 + 5x_2(100 - x_2) - 100x_2 - 5000.$$

(Мы смогли воспользоваться формулой, данной на титульном листе, так как числители всех дробей оказались одинаковы.)

Заметим, что целевая функция является суммой двух слагаемых, каждое из которых зависит только от одной переменной, и поэтому мы можем максимизировать их по отдельности. Каждое из них является функцией, графиком которой является парабола с ветвями вниз, отсюда находим $x_1^\star = 25$, $x_2^\star = 40$.

Значит, $p_1 = 60 - 25 = 35$, $p_2 = 100 - 40 = 60$, а полная оптимальная вместимость стадиона равна 65.

б) Теперь фирма в каждом из случаев выбирает цену p и объем продаж q, воспринимая общую вместимость x как заданную. Вместимость x является переменной, которая потенциально влияет на выручку как в случае низкого, так и в случае высокого спроса, и связывает эти две ситуации.

Если спрос предъявляют только фанаты, задача максимизации выручки останется прежней, ее решением является $q = x$ при $x \leqslant 30$ и $q = 30$ в противном случае.

Если спрос предъявляют обе группы, фирма будет максимизировать выручку на суммарной функции спроса, имеющей вид

$$D(p) = \begin{cases} 100 - p, & 60 < p \leqslant 100; \\ 160 - 2p, & 0 \leqslant p \leqslant 60. \end{cases}$$

Легко проверить, что оптимальным объемом (при ограничении на вместимость) будет являться $q^\star = x$ при $x < 80$ и 80 в противном случае.

Тогда при оптимальном выборе объемов

$$0{,}5TR_1 + 0{,}5TR_{1+2} = \begin{cases} 0{,}5x(60 - x) + 0{,}5x(100 - x), & x \leqslant 30; \\ 450 + 0{,}5x(100 - x), & 30 < x \leqslant 40; \\ 450 + 0{,}5x(80 - x/2), & 40 < x \leqslant 80; \\ 450 + 1600, x > 80. \end{cases}$$

Обозначим эту функцию за $f(x)$. Тогда ожидаемая приведенная стоимость равна $\frac{1}{r}f(x) - C = 10f(x) - 100x - 5000$. Выпишем эту функцию:

$$NpV(x) = -5000 + \begin{cases} 700x - 10x^2, & x \leqslant 30; \\ 450 + 400x - 5x^2, & 30 < x \leqslant 40; \\ 450 + 300x - 2{,}5x^2, & 40 < x \leqslant 80; \\ 20500 - 100x, x > 80. \end{cases}$$

На каждом из участков, кроме последнего, графиком этой функции является парабола с ветвями вниз. При этом вершина параболы, соответствующей первому участку — $x^\star = 35$ — лежит справа от этого участка, поэтому функция монотонно возрастает на нем. Вершина параболы, соответствующей второму участку — $x^\star = 40$ лежит на его конце, и поэтому функция монотонно возрастает на втором участке. Вершина параболы, соответствующей третьему участку — $x^\star = 60$, принадлежит этому участку, а на последнем участке функция монотонно убывает. Поэтому оптимальная вместимость — $x^\star = 60$.

Таким образом, если спрос предъявляют только фанаты, фирма продаст 30 абонементов по цене $60 - 30 = 30$, а если спрос предъявляют обе группы — 60 абонементов по цене $80 - 60/2 = 50$.

Схема оценивания

а) Максимум 15 баллов. Из них: 1 балл выставлялся участнику, если он верно пользовался формулой для бесконечно убывающей геометрической прогрессии при учете коэффициента дисконтирования. 14 баллов выставлялось участнику при полностью обоснованном верном решении с учетом коэффициента дисконтирования. При неполном и/или неверном решении была введена система штрафов, которые суммировались, если решение участника оказывалось неполным и/или в нем были допущены ошибки:

- -1 балл: допущена арифметическая ошибка, которая не приводила к упрощению решения или существенному изменению в ответе.
- -1 балл: отсутствие обоснования экстремума (в частности, максимума) функций, относительно которых решалась оптимизационная задача.
- -2 балла: отсутствие обоснования возможности решения задачи максимизации ожидаемой приведенной стоимости денежного потока отдельно для каждой группы зрителей (при условии, что участник выбирал именно этот путь решения оптимизационной задачи).
- -7 баллов: неверный поиск решения поставленной задачи путем максимизации выручки от каждой группы зрителей, а не приведенной стоимости денежного потока клуба.
- -8 баллов: неверный поиск решения поставленной задачи при использовании предположения о том, что $TR_{(1+2)} = TR_1$ или $TR_{(1+2)} = TR_2$.

б) Максимум 15 баллов. Полное верное обоснованное решение оценивается в 15 баллов.

При неполном и/или неверном решении была введена система штрафов, которые суммировались, если решение участника оказывалось неполным и/или в нем были допущены ошибки:

- -1 балл: допущена арифметическая ошибка, которая не приводила к упрощению решения или существенному изменению в ответе.
- -2 балла: при верном ходе решения задачи участник не давал ответа на вопрос о ценах для двух различных ситуаций (в зависимости от того, предъявляет спрос вторая группа или нет), верно находя при этом вместимость стадиона.

- -2 балла: не учтена, или построена с ошибкой функция суммарного спроса зрителей первой и второй группы, и/или не учтено соотношение между количествами билетов в зависимости от того, предъявляет ли вторая группа спрос на посещение матчей.
- -6 баллов: при верном ходе решения не рассмотрен один из интервалов возможных цен (или вместимости стадиона). В частности, типичной ошибкой в решении было отсутствие у клуба возможности установления единой цены, при которой в случае предъявления спроса на матчи со стороны второй группы зрителей клубу выгоднее было бы продавать билеты только этой группе.
- -8 баллов: при верной постановке задачи максимизации приведенной стоимости денежного потока участник, решая эту задачу, объемы спроса фанатов в случае наличия или отсутствия спроса второй группы приводил как подобные слагаемые.
- -10 баллов: участник устанавливал единую цену для обеих групп в обеих ситуациях, т.е. цена не зависела от того, предъявляет ли вторая группа спрос на билеты. Участник ограничивался указанным размером штрафа только в том случае, если он верно находил и полностью обосновывал поиск цены (и соответствующей ошибочному решению вместимости стадиона) для фанатов в том случае, когда спрос не предъявляла вторая группа. Если верный обоснованный поиск этой цены при допущенной в решении указанной ошибке отсутствовал, то решение задачи монополии с единой ценой для всех зрителей оценивалось лишь в 1 балл.

При неверном в целом ходе решения данного пункта задачи участнику выставлялись некоторые баллы за попытку его решения. Такие случаи и максимальные баллы, которые мог получить участник, приведены ниже. Обращаем внимание, что при учете совокупности всех таких случаев участник не мог получить более 5 баллов за решение пункта б). Указанная выше система штрафов за арифметическую ошибку и отсутствие ответов на поставленные вопросы пункта была применима и в этой части решения участника.

1) Решена задача монополии с единой ценой (1 балл).

2) Указано, что необходимо рассматривать различные значения вместимостей стадиона или различные интервалы цен билетов на матчи, причем верно определен интервал цен и/или некоторые интервалы вместимости стадиона (1 балл).

3) Верно построена функция суммарного спроса обеих групп (1 балл).

4) Отдельно рассмотрен случай, когда спрос не предъявляет вторая группа, и обосновано, что в этом случае для нахождения цены абонемента необходимо максимизировать выручку от первой группы зрителей (3 балла).

Задача 9. Краудфандинг **(30 баллов)**

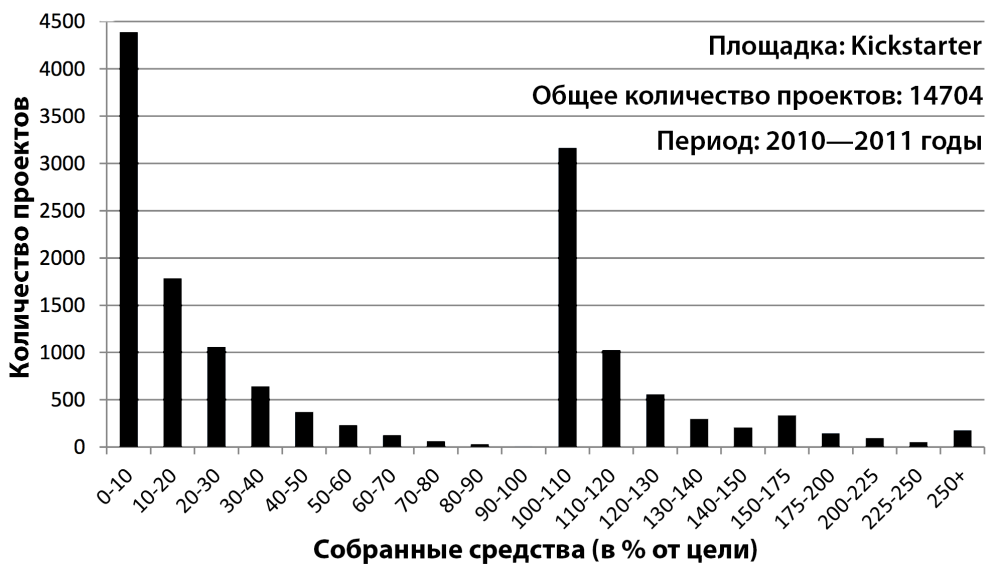
Краудфандинг (дословный перевод — «финансирование толпой») — способ финансирования проектов, который приобрел широкую популярность в последнее время. С помощью краудфандинга артисты записывают музыкальные альбомы, начинающие предприниматели привлекают инвестиции для своих стартапов, политики финансируют свои избирательные кампании.

Одной из самых известных площадок для организации краудфандинга является Kickstarter (http://www.kickstarter.com). Зайдя на сайт, потенциальные инвесторы могут изучить и профинансировать проекты, которые там разместили их авторы.

Сначала автор проекта объявляет сбор средств, принять участие в котором может каждый желающий. Сумма средств, собранная к текущему моменту, всегда видна на странице проекта. Если определенную заранее сумму удается собрать к некоторому заранее объявленному сроку, проект реализуется. Тогда те, кто вложил деньги, обычно получают небольшой бонус (например, возможность купить произведенный товар со скидкой или получить бесплатную открытку с подписью политика, чья избирательная кампания была профинансирована). Если необходимая сумма за отведенное время не собрана, все пожертвованные деньги возвращаются.

а) **(6 баллов)** Предположим, что предприниматель задумал осуществить проект и ищет финансирование. Казалось бы, краудфандинг — самый простой способ получить деньги. Тем не менее, далеко не все прибегают к нему. Объясните, почему предприниматель может отказаться от краудфандинга в пользу других способов привлечения денег.

б) **(12 баллов)** На графике показано, сколько проектов получили различные объемы финансирования в процентах от заявленной цели[a]. Большинство проваленных проектов недобрали существенную часть необходимой суммы, а успешные проекты чаще всего лишь ненамного переходили этот порог. Объясните, почему график может иметь такой вид.



в) **(5 баллов)** Есть данные, что при прочих равных условиях проект, в описании которого допущена орфографическая ошибка, имеет меньше шансов на сбор необходимой суммы. Как можно объяснить такую закономерность?

г) **(7 баллов)** Динамика поступления платежей обычно имеет форму буквы U: в первую и последнюю неделю средства жертвуются активнее. Как можно объяснить такую закономерность?

[a] *Источник:* Kuppuswamy, V., Bayus, B. L. (2015). Crowdfunding creative ideas: The dynamics of project backers in Kickstarter. UNC Kenan-Flagler Research Paper No. 2013-15.

Дмитрий Дагаев

Решение

Источники данных для задачи: Mollick, E. (2014). The dynamics of crowdfunding: An exploratory study. Journal of business venturing, 29(1), 1-16. и Kuppuswamy, V., Bayus, B. L. (2015). Crowdfunding creative ideas: The dynamics of project backers in Kickstarter. UNC Kenan-Flagler Research Paper No. 2013-15

а) Можно выделить следующие причины, по которым авторы проектов могут отказываться от краудфандинга:

- **Краудфандинг занимает время**. В зависимости от необходимой суммы и привлекательности проекта сбор средств может затянуться на месяцы. Для некоторых проектов скорость реализации является определяющим фактором. В таких случаях предприниматель может предпочесть кредит в банке краудфандингу.
- **Неопределенность результата**. Нет гарантии, что краудфандинг закончится успехом. В случае, если собрать необходимые средства не получится, предприниматель потеряет время.
- **Публичное раскрытие информации**. Для проведения краудфандинга необходимо сделать презентацию проекта. В ряде случаев это может навредить бизнесу — конкуренты могут подсмотреть идею и реализовать ее раньше.
- **Не та целевая аудитория**. Аудитория посетителей Kickstarter может сильно отличаться от целевой аудитории создаваемого продукта.

б) Задача этого пункта — предложить такую непротиворечивую систему предпосылок, при которой распределение будет обладать всеми характерными особенностями. Выделим несколько таких особенностей приведенного графика:

- Пик на 0%
- Убывание в окрестности 0%
- Провал перед 100% от необходимой суммы, и скачок на 100%
- Маленькая доля проектов, набравших > 100%
- Ненулевая доля проектов, набравших более 100% от необходимой суммы

Объясним сначала поведение графика в области маленьких процентов. Предположим, что качество проектов распределено так, что доля проектов качества k убывает по k. Если жертвователи умеют различать качество проекта и более охотно финансируют более качественные проекты, то доля проектов, получивших финансирование в доле t, будет убывать по t. В предельном случае можно предположить, что проекты могут быть «хорошими» и «плохими», а большинство инвесторов умеет различать качество проекта. Тогда информированные инвесторы будут поддерживать только «хорошие» проекты (неинформированные будут одинаково относиться к проектам обоих типов), а распределение доли собранных средств будет похоже на изображенное на графиках в условии задачи.

Большое количество некачественных проектов может объясняться также тем, что издержки выставления проекта на Kickstarter низки и среди предлагаемых проектов много не продуманных в достаточной степени. Кроме того, процент от собранной суммы может влиять на решение инвесторов вложить собственные средства. Если очевидно, что проект не наберет требуемую сумму, то инвестор может не пожертвовать денег, даже если проект ему интересен.

При таких предположениях распределение доли профинансированных проектов в окрестности 0% будет иметь представленный на графике вид.

Отсутствие проектов, набравших почти 100%, может объясняться тем, что участники краудфандинга на платформе kickstarter.com могут вести себя стратегически. В случае, если автор проекта видит, что проекту не хватает совсем немного, чтобы преодолеть рубеж минимальной необходимой суммы, у него возникают стимулы самостоятельно пожертвовать некоторую сумму. Это позволит ему получить существенное финансирование (хоть и меньшее, чем ему было нужно) вместо нуля.

Когда проект набирает требуемую сумму, все понимают, что проект уже будет реализован. Тогда многие инвесторы больше не ощущают потребности финансировать проект. Этим объясняется то, что очень мало проектов, набравших больше 100-110% от требуемой суммы. Тем не менее, такие проекты есть. Это может объясняться тем, что для ряда жертвователей желание поддержать понравившийся проект сильнее денег и не зависит от достижения порога получения финансирования. Альтернативное объяснение — жертвователь охотится за бонусом, который будет гарантирован после достижения порога в 100% от необходимой суммы.

в) Наличие орфографической ошибки означает, что автор выделил недостаточно времени на подготовку заявки. Это может сигнализировать о низком качестве самого проекта, поскольку повышается вероятность того, что автор проработал его недостаточно глубоко.

г) Более активное финансирование проекта в первые дни после публикации заявки может быть связано с двумя соображениями. Во-первых, проект в самом начале финансируют знакомые предпринимателя. Во-вторых, после публикации проект может поддерживаться в топе выдачи проектов при использовании фильтра «самые новые». Чем дальше, тем влияние этих эффектов меньше. Возрастание пожертвований ближе к дедлайну может быть связано с тем, что в конце периода сбора средств выявляется больше информации о качестве проекта: жертвователи наблюдают за динамикой поступления платежей и делают вывод о качестве проекта.

Схема оценивания

а)
- А-1. Первая причина — **3 балла**
- А-2. Вторая причина — **3 балла**
- А-3. Неэкономические причины (юридическое ограничение возможности создания проекта на платформе несовершеннолетними и т.п.) **не оценивались**
- А-4. Причина «Не удастся собрать деньги» не оценивалась, если она не сопровождалась комментарием о том, что это приведет к потери времени

б)
- Б-1. Пик на 0% — **2 балла**
- Б-2. Убывание после 0% — **2 балла**
- Б-3. Провал перед 100% от необходимой суммы, и скачок на 100% — **4 балла**
- Б-4. Маленькая доля проектов, набравших > 100% — **2 балла**
- Б-5. Ненулевая доля проектов, набравших более 100% от необходимой суммы **2 балла**

в)
- Фактически, было бинарное распределение баллов: 5 (верно) или 0 (неверно).

г)
- Г-1. Объяснение одного конца параболы — **4 балла**
- Г-2. Объяснение другого конца параболы — **3 балла**

Задача 10. Правила приема **(30 баллов)**

Во многих странах абитуриенты распределяются по вузам и факультетам с помощью централизованных алгоритмов. Рассмотрим один из них.

Допустим, есть m абитуриентов и n факультетов. На факультете с номером i есть q_i мест, суммарное количество мест на всех факультетах не меньше m. Каждый абитуриент подает для обработки компьютерной программой информацию о том, какой факультет является для него первым по предпочтительности, вторым по предпочтительности, и т. д. до последнего. Затем программа на основе этой информации определяет, на какой факультет пойдет каждый абитуриент, с помощью следующей процедуры:

Шаг 1. Каждый абитуриент рассматривается как кандидат на наилучший для себя (согласно поданным предпочтениям) факультет. Если на факультете достаточно мест, чтобы принять всех таких кандидатов, то он принимает их всех. Если мест на факультете i недостаточно, то он принимает q_i абитуриентов из числа кандидатов согласно некоторым общеизвестным правилам, которые могут быть разными для разных факультетов. (Например, факультет может быть обязан принимать абитуриентов с наибольшим суммарным баллом ЕГЭ, при равенстве баллов обязан сравнивать абитуриентов по неким другим четко прописанным критериям и т. д.)

Последующие шаги. На каждом последующем шаге каждый абитуриент, отвергнутый на предыдущем шаге, рассматривается как кандидат на наиболее предпочтительный для себя факультет из числа факультетов, на которые он еще не был кандидатом и где еще остались места. Если на факультете достаточно оставшихся мест, чтобы принять всех таких кандидатов, то он принимает их всех. Если мест на факультете недостаточно, то он заполняет оставшиеся места согласно общеизвестным правилам.

Поскольку суммарное количество мест на всех факультетах не меньше, чем общее количество абитуриентов, на каком-то шаге все абитуриенты будут распределены по факультетам. Тогда работа программы заканчивается.

Анализируя работу этого алгоритма, экономисты заметили, что абитуриентам может быть выгодно искажать информацию о своих истинных предпочтениях. Рассмотрим эту проблему на следующем «игрушечном» примере.

> Предположим, есть три факультета, a, b и c, в каждом по одному месту, и три абитуриента — Петя, Юля и Надя. Предпочтения Пети и Юли относительно факультетов выглядят как $a \succ b \succ c$ (a лучше, чем b, а b лучше, чем c), предпочтения Нади как $b \succ c \succ a$. Каждый факультет обязан выбирать абитуриентов с наибольшим количеством баллов на заключительном этапе Всероссийской олимпиады школьников, причем общеизвестно, что балл Пети больше балла Юли, а тот, в свою очередь, больше, чем балл Нади.

а) (5 баллов) Найдите распределение абитуриентов по факультетам, которое реализуется в результате работы алгоритма, описанного выше, если абитуриенты честно сообщат свои предпочтения.

б) (5 баллов) Докажите, что одному из трех абитуриентов выгодно солгать, то есть сообщить алгоритму предпочтения, отличающиеся от его истинных (при условии, что другие два абитуриента будут сообщать свои истинные предпочтения).

в) (8 баллов) Считается, что возникновение у абитуриентов стимулов искажать информацию о предпочтениях — проблема. Какие издержки (потери экономической эффективности) могут быть вызваны возникновением таких стимулов?

г) (12 баллов) Вернемся к общему случаю с n факультетами и m абитуриентами. Будем говорить, что некий алгоритм распределения *устраняет обоснованную зависть*, если он всегда производит распределение абитуриентов по факультетам, обладающее следующим свойством: не существует такой пары абитуриентов, что (1) первый абитуриент предпочитает факультет, куда попал второй, своему факультету; (2) первый абитуриент лучше второго с точки зрения правил приема на факультет второго.

Допустим, по закону все факультеты упорядочивают абитуриентов одинаково. Придумайте алгоритм распределения абитуриентов по факультетам, который одновременно устраняет как обоснованную зависть, так и стимулы лгать о своих предпочтениях (никакой абитуриент не сможет, солгав, попасть на более предпочтительный для себя факультет, каковы бы ни были предпочтения, сообщенные алгоритму другими абитуриентами). Докажите, что для вашего алгоритма в общем случае выполняются указанные свойства и проиллюстрируйте его работу на примере с Петей, Юлей и Надей.

Алексей Суздальцев

Решение

а) Петя попадет на факультет a, Юля на факультет c, а Надя на факультет b.

б) Очевидно, что этим абитуриентом будет Юля, так как только она не получает лучший для себя факультет в распределении выше. Если она заявит, что ее предпочтения имеют вид $b > a > c$ (что неправда), то она попадет на факультет b (поменявшись местами с Надей), что для нее с точки зрения ее истинных предпочтений лучше, чем факультет c.

в) Правда только одна, а лгать можно по-разному. Действительно, со стимулами лгать возникает также вопрос о том, как именно оптимально лгать. Ответ на него может зависеть от предпочтений других участников (и того, как они будут их искажать!). Это может заставить участников инвестировать время и деньги в поиск такой информации (что является чистой потерей с точки зрения общества), а также повышает степень неопределенности в системе. Кроме того, если каждый абитуриент говорит правду, координаторы системы автоматически получают информацию об истинной популярности разных факультетов, которую затем можно использовать, например, для оценки их деятельности. Если информация о предпочтениях искажена, сделать этого нельзя.

В качестве верных ответов засчитывались, например, следующие:

- Абитуриенты подают факультетам неверный сигнал о качестве последних. За счёт этого менее престижные факультеты получают большее финансирование.
- Можно предположить, что предпочтения абитуриентов устроены следующим образом: наибольшую ценность представляет первый указанный выбор. Остальные не значимы. В этом случае даже в исходном примере ложь Юли приводит к уменьшению общественного благосостояния.
- В реальности абитуриенты наблюдают лишь свои предпочтения. Для того, чтобы узнать предпочтения других участников, абитуриентам придётся потратить на это время и деньги.

г) Алгоритм этот прост. Занумеруем абитуриентов в едином порядке ранжирования их факультетами. После того, как участники подали свои предпочтения в систему: (1) отправим первого (лучшего) абитуриента на лучший с его точки зрения факультет; (2) будем отправлять каждого следующего по списку на лучший для него факультет среди тех, в которых еще остались места. Очевидно, что никому не будет выгодно лгать (сказав правду, каждый попадет в лучший из оставшихся факультет). При этом любая зависть может быть только необоснованной: на любой факультет, лучший, чем тот, что достался абитуриенту j, попадут только те, кто стоит выше в рейтинге, чем j.

При этом важно заметить, что существуют и другие алгоритмы, позволяющие одновременно устранить и обоснованную зависть, и стимулы лгать. Участник мог привести пример любого работающего алгоритма.

Примечание: В 2012 году Ллойд Шепли и Элвин Рот получили Нобелевскую премию по экономике, в том числе, за создание алгоритма распределения, который имеет указанные свойства, даже если правила приема на разные факультеты различны. Этот алгоритм, впервые описанный в 1962 г., получил известность как *алгоритм Гейла-Шепли*. Алгоритм, описанный в решении выше, является частным случаем алгоритма Гейла-Шепли. В условии же описывается работа так называемого *Бостонского алгоритма*, который является популярным способом распределять учеников по школам на практике во многих городах. В 2003 г. команда Элвина Рота приняла участие в реформе процедуры распределения учеников по школам в Бостоне, в результате чего действовавший там до этого (Бостонский) алгоритм был заменен на алгоритм Гейла-Шепли. В результате этого степень удовлетворенности работой системы в городе возросла, что связано, в том числе, с устранением проблем, описанных в пункте в). Подробнее об этом и других успешных примерах «дизайна рынков» можно почитать в книге Элвина Рота «Кому что достанется — и почему», вышедшей на русском языке[a].

[a] Рот, Элвин. Кому что достанется — и почему. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2016.

Схема оценивания

а) Максимум 5 баллов. Полное решение с верным ответом.

б) Максимум 5 баллов. Полное решение с верным ответом.

в) Максимум 8 баллов. По 4 балла за один верный аргумент. В зачёт идут не более двух аргументов.

г) Максимум 12 баллов. Из них:

- 4 балла. Приведён любой верный алгоритм, который одновременно устраняет как обоснованную зависть, так и стимулы лгать.
- 3 балла. Доказано, что алгоритм позволяет избежать обоснованной зависти.
- 3 балла. Доказано, что алгоритм позволяет избежать стимулов лгать о своих предпочтениях.
- 2 балла. Работа алгоритма проиллюстрирована на примере с Петей, Юлей и Надей.