Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 15—21 апреля 2017 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	16 апреля 2017 г.
Количество заданий	5
Сумма баллов	150
Время написания	240 минут

Фамилия Имя Отчество
Зорин Лев Андреевич
Субъект Российской Федерации
Удмуртская республика
Регистрационный номер
2239

15194

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 15—21 апреля 2017 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	**16 апреля 2017 г.**
Количество заданий	**5**
Сумма баллов	**150**
Время написания	**240 минут**

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задача	1	2	3	4	5	Сумма
Баллы	30	30	18	20	0	
Члены жюри	40	54	59	57	63	

15194

Задача 1

10+20

А. Запишем ф-ию издержек каждого завода:

$$TC_1(q_1)=\begin{cases} q_1^2+12q_1+2017; & q_1>0 \\ 0; & q_1=0 \end{cases}$$

Рассмотрим ф-ию предельных затрат каждого завода: $MC_1(q_1)=TC_1'(q_1)=2q_1+12$; эта ф-ия возрастает, т.е. на каждом заводе следующая единица дороже предыдущей. Если кол-во распределено по заводам не в одинаковой пропорции, то можно увеличить немного на том, на котором меньше и ~~увеличить~~ уменьшить немного на другом и получить меньшие издержки $\Rightarrow$ при открытии второго завода $q_1=q_2$. ~~Тс~~ Запишем $TC(q)$, где $q>0$ и работают два завода:

$TC(q)=\left(\left(\frac{q}{2}\right)^2+12\cdot\frac{q}{2}+2017\right)2=\frac{1}{2}q^2+12q+4034$; ~~Тс~~ т.е. TC общее либо TC одного завода либо TC двух заводов выше и ~~во~~ $TC(0)=0$.

$$TC(q)_{q>0}=\left[\begin{array}{l} q^2+12q+2017 \\ \frac{1}{2}q^2+12q+4034 \end{array}\right. \to \min \Rightarrow$$

$\Rightarrow TC(q)_{q>0}$ – нижняя огиб этих двух ф-ий: $q^2+12q+2017$ vs $\frac{1}{2}q^2+12q+4034$

$\frac{1}{2}q^2$ vs 2017;

q^2 vs 4034

q vs $\sqrt{4034}\approx 63{,}5$.

$$TC(q)=\begin{cases} \frac{1}{2}q^2+12q+4034 & q\geq\sqrt{4034} \\ q^2+12q+2017; & q\in(0;\sqrt{4034}) \\ 0; & q=0. \end{cases}$$

$P^{\alpha}(q)=180-q$;

$$\Pi(q)=\begin{cases} 180q-q^2-\frac{1}{2}q^2-12q-4034; & q\in[\sqrt{4034};+\infty) \quad (1) \\ 180q-q^2-q^2-12q-2017; & q\in(0;\sqrt{4034}) \quad (2) \\ 0; & q=0 \end{cases}$$

(1) $168q-\frac{3}{2}q^2-4034 \to \max\limits_q$ $\quad \max\limits_q$ $\quad 168=3q;\ q=56;\ 56<\sqrt{4034}$

~~$\Pi(56)=670$~~ $\Pi(\sqrt{4034})=168\sqrt{4034}-\frac{3}{2}\cdot4034-4034=168\sqrt{4034}-10.085\approx585{,}3$ $\quad 3136<4034 \Rightarrow q=\sqrt{4034}$;

(2) $168q-2q^2-2017 \to \max\limits_q$ $\quad \max\limits_q$ $\quad 168=4q;\ q=42;\ 42<56<\sqrt{4034}$

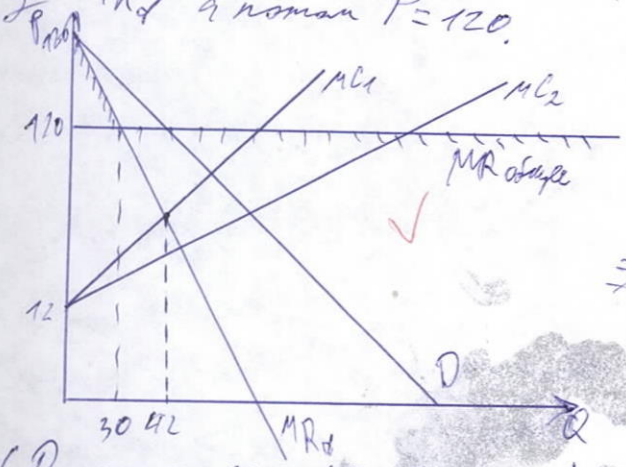
$\Pi(42)=1511$

$$\Pi=\left[\begin{array}{l} \approx585{,}3\ [q=\sqrt{4034}] \\ 1511\ [q=42] \\ 0\ [q=0] \end{array}\right. \to \max \Rightarrow \Pi=1511 \Rightarrow$$ не выгодно открывать два завода.

6. Назовём $MC_1(q)$ – предельные издержки при открытии одного завода; $MC_2(q)$ – при открытии двух.

$MC_1(q) = (q^2 + 12q + 2017)' = 2q + 12$; $MC_2(q) = \left(\frac{1}{2}q^2 + 12q + 4034\right)' = q + 12$.

П.к. мы имеем право продавать товар на своём рынке и на другом по разным ценам, то мы будем прод. товар дома пока это выгодно, т.е. $MR(q) \geq 120$, таким образом MR будет сначала состоять из $MR_д$ а потом $P = 120$.



(Решение на черт. не отражается).

$MR_д = ((180 - q) \cdot q)' = 180 - 2q$; $180 - 2q_д = 120$; $q_д = 30$ ✓

MC в каждом отдельном случае возрастают, MR убывает или константа ⇒ MR = MC – оптимум. ✓

$MC_1 \cap MR_{об.}$ на уч., где $MR = 120$, т.к. $MR_д \cap MC_1 = 42$ ✓

⇒ $MC_1 = 120$ – оптимум; $MC_2 = 120$ – другой оптимум. +

$MC_1(q_1) = 120$; $2q + 12 = 120$; $q = 54$; +

$\Pi = 30(180 - 30) + 120 \cdot (54 - 30) - 54^2 - 12 \cdot 54 - 2017 =$

($q_д$, $P_д$, $P_н$, $q_н$)

$= 1799$. +

$MC_2(q) = 120$; $q + 12 = 120$; $q = 108$; + $\Pi = 30(180 - 30) + 120(108 - 30) - \frac{1}{2}108^2 - 12 \cdot 108 - 4034 =$

$= 2698$. + $2698 > 1799 \Rightarrow$ выгодно открывать второй завод и выходить на новый рынок [$q > q_д$ [$108 > 30$]]. +

MC = MR – недостаточное обоснование максимума!

Задача 2

А. Гибкие и плавающие валютные курсы позволяют курсу быстро ~~ра~~ объективно оценивать валюту той или иной страны в бол-ве обстоятельство, ~~будь то деноминация, рецессия и т.к.~~ ~~Плавающ~~ Такой режим валютного курса позволяет обеспечить равновесие на рынке любой пары валют. Благодаря равновесию „невидимая рука" объективно распределит денежные потоки по странам, будь то инвестиции или что-либо другое. Однако ~~при~~ таком валютном курсе кризис или рецессия в стране могут углубиться из-за, к примеру, оттока капитала, который стал возможен из-за ослабления национальной валюты.

+8

+7

Б. Во время рецессии ~~чтоб~~ гос-ву [чтобы] необходимо проводить стимулирующую политику, элементами этой политики являются снижение налогов и увеличение гос. закупок. В то же время во время подъёма экономики эти меры не обязательны, следовательно можно позволить гос-ву иметь профицитный бюджет, в то время, когда во время кризиса он будет дифицитный. Однако гос-во не всегда может знать длину цикла, длину падения или подъёма и может ~~сделать свой~~ создать гос-венный дом, который не сможет обеспечить, из-за того, что у него слишком долго будет дифицитный бюджет. ~~Или же наоборот из-за длительного подъёма гос-во может получить сильно профицитный бюджет, а это то~~

+15

Задача 3 Рассмотрим честного ученика: он встреч. $(x-1)$ раз с честными и y раз с нечестными: $U_ч$[он явл. честным] $= 10(x-1)-10y$, где $y=22-x$; $U_ч = 10x-10-220+10x = 20x-230$; $U_н$[~~он переходит~~ если бы он был нечест.] $= 5(x-1)+0\cdot y$ [15 - моральные издержки]

Он сравнивает $U_ч$ ~~+15~~ и $(U_н - 15)$

$$20x-230 \text{ vs } 5x-5-15;$$
$$15x \text{ vs } 210$$
$$x \text{ vs } 14$$

При $x<14$ он переходит в списывающих; при $x \geq 14$ он остаётся честным.

Рассмотрим списывающего ученика: он встреч. x раз честных и $(y-1)$ раз списывающих. $U_н$[он явл. нечест.] $= 5x+0\cdot(y-1)$; $U_ч$[он пер. в чест.] $= 10\cdot x - 10(y-1)$, где $y=22-x$; $U_ч = 10x+10-220+10x = 20x-210$. Он сравнивает $U_ч$ и $U_н$

$$20x-210 \text{ vs } 5x$$
$$15x \text{ vs } 210$$
$$x \text{ vs } 14.$$

Он переходит в честные при $x>14$, а при $x \leq 14$ остаётся списывающим.

+15/15

А. Если ~~x~~ честных строго меньше 14, то все станут списывающими; если честных 14, то останется 14 честных и [22-14=]6 списывающих; если честных строго больше 14, то все станут списывающими. Прогноз верен не только на след. период, а навсегда, ~~[illegible]~~ потому, что рассуждения будут повторяться, и со след. месяца ~~эти 3 состояния~~ одно из 3 сост. станет устойчивым.

Б. По условию никто не переходит $\Rightarrow x=14$.

Так как Вовочка в ~~следующих~~ меняет решение, то $X \neq 14 \Rightarrow$ все ~~стану~~ остальные станут либо списывать, либо быть честными. Если Вовочка был честным, а стал списывающим, то ~~все~~ в месяц после этого все ~~кроме него~~ станут списывающими; а Вовочко осознает, что выгодна ~~был быть честным~~ одинакова и переходить не будет. ~~на этот этот месяц им станет~~. ~~После тоже станет списывающим~~. Если Вовочка был списывающим, а стал честным, то в месяц после этого все ~~кроме него~~ станут честными, он осознает, что выгода одинакова [уч. моральный вред] и останется честным.

устойчивость угловых решений? (-2)

В. Мы рассматриваем $X \leq 14$, т.к. иначе мы в любом случае придём к тому, что все честные.

Пусть t – пропорция, в кот. списывающие будут сидеть с честными; $21 \cdot t$ – кол-во дней, когда спис. сидят с честными; $21(1-t)$ – кол-во дней, когда спис. сидят со спис.; чест. с чест.; у честного: $U_ч = 10 \cdot 21(1-t) - 10 \cdot 21t$; $U_н = 5 \cdot 21t$; ~~нужно~~ нужно, чтобы чест. остались честными;

$$210 - 210t - 210t \geq 5 \cdot 21t - 15;$$

$$225 \geq 525t;$$

$$\frac{225}{525} \geq t;$$

нечест.: $U_ч = 10 \cdot 21t - 10 \cdot 21(1-t) = 210t - 210 + 210t = 420t - 210$;

$U_н = 5 \cdot 21(1-t)$; $420t - 210 > 105 - 105t$;

$$525t > 315;$$

$$t > \frac{315}{525}. \quad t \in \left(\frac{315}{525}; \frac{325}{525}\right]$$

важно, кто с кем!

~~Вз~~ Кол-во ситуаций, когда спис. сидит с чест. $= X \cdot 21t$;

...

Задача 4 $L=240;\ K=120;$

А. пр-во X:

x ед. $L \to x$ ед. x

$\frac{x^2}{120}$ ед. $K \to x$ ед. x

$L_x = x;$

$K_x = \frac{1}{120}x^2;$

пр-во Y:

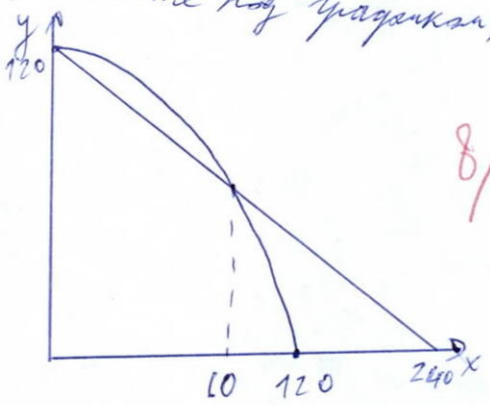
$2y$ ед. $L \to y$ ед. y

y ед. $K \to y$ ед. y.

$L_y = 2y$

$K_y = y.$

$L_x + L_y \le L;\ K_x + K_y \le K$. Запишем два ограничения: $x+2y=240;$ $y=120-\frac{1}{2}x$ и всё, что ниже под графиком; $\frac{1}{120}x^2+y=120;\ y=120-\frac{1}{120}x^2$ и всё, что ниже под графиком;



$120-\frac{1}{120}x^2$ vs $120-\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x$ vs $\frac{1}{120}x^2$

60 vs x

8/8

Всё, что под обоими графиками доступные точки $\Rightarrow$ КПВ – нижняя огибающая.

$$y(x)=\begin{cases}120-\frac{1}{2}x;\ x\in[0;60]\\ 120-\frac{1}{120}x^2;\ x\in[60;120].\end{cases}$$

~~$y=x$ – линия предпочтения. $x=120-\frac{1}{2}x;\ \frac{3}{2}x=120;\ x=80\notin[0;60)\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow x=120-\frac{1}{120}x^2;\ \frac{1}{120}x^2+x-120=0;\ x^2+120x-120^2=0;\ D=120^2+4\cdot120^2=5\cdot120^2=$~~

~~$=(120\sqrt5)^2;\ \left[\begin{array}{l}x_1=\frac{-120+120\sqrt5}{2}\\ x_2<0\end{array}\right.$ $x=60(\sqrt5-1)$ – кол-во комплектов; $60(\sqrt5-1)$ vs 60~~

~~$\sqrt5-1$ vs 1~~

~~$\sqrt5$ vs 2~~

~~$5 > 4$~~

~~$U=L-L_x-L_y=240-x-2y=240-3\cdot60(\sqrt5-1)=$~~

$]z$ – кол-во наборов; $z=x;\ z=\frac{1}{2}y;\ x=\frac{1}{2}y;\ y=2x$ – линия предпочтений;

$2x=120-\frac{1}{2}x;\ 2{,}5x=120;\ x=48\in[0;60]$; т.е. 48 наборов.

$U=L-L_x-L_y=240-x-2y=240-5\cdot48=0.\ U=0.$

Б. А.ц. x [при межд. торг.] $=2$. Мы будем производить x, пока А.ц. меньше междунар.;

$-y'(x)=2$; пусть $x\in[60;120]$. $-\frac{1}{60}x=-2;\ x=120$, на другом участке ед угла накл. $\frac{1}{2}$ а ед угла наклона кривой при межд. торг. $=\frac{P_x}{P_y}=2\Rightarrow$ надо смещаться максимально вправо в точку на другом участке, а эту точку мы уже рассмотрели $\Rightarrow x=120\Rightarrow$

$\Rightarrow$ производим только x.

Новое ограничение по товарам: $y = 240 - 2x$.

$U = L - L_x - L_y = 240 - 120 = 120$; $u = \frac{1}{2}$, т.е. уровень безраб. 50%.

~~В. ТS~~ $2x = 240 - 2x$; $x = 60$, т.е. 60 наборов.

8/8

В. $TS = Z - c \cdot U$; $TS_A = 48$; $TS_Б = 60 - c \cdot \frac{1}{2} 120$;

$TS_A \geq TS_Б$; $48 \geq 60 - 120c$; $120c \geq 12$; ~~$c \geq \frac{120}{32} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$~~

~~$c_{min} = \frac{32}{120} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 30} = \frac{8 \cdot 4}{8 \cdot 15} = \frac{4}{15}$~~ $c_{min} = \frac{1}{10}$.

2/2

Г. ~~$TS = x - \frac{1}{10} \cdot U$. Если мы находимся на уч. КПВ $y = 120 - \frac{1}{2}x$;~~

~~$x \in [0; 60]$, то безраб. мы приходим к TS_A, но мы знаем, что~~

~~$TS_Г^* \geq TS_A$, т.к. $TS_Г$ может быть равен TS_A при $t = 0$, поэтому~~

стоит ~~рассматривать~~ Рассмотрим участок КПВ $y = 120 - \frac{1}{120}x^2$; $x \in [60; 120]$.

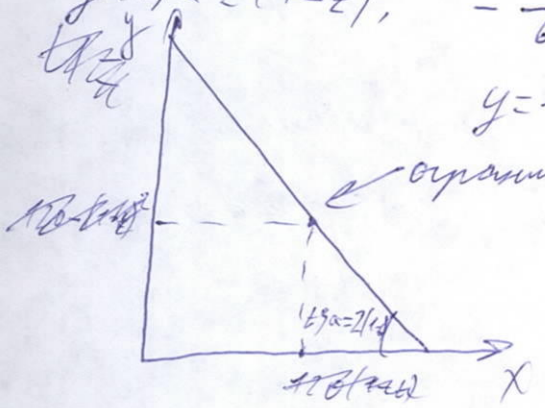
А. u_x [при международ. торговле] $= 2(1-t)$.] $x_п, y_п$ — x и y произведённые.

$-y'(x) = 2(1-t)$; $-\frac{1}{60}x = -2(1-t)$; $x_п = 120(1-t)$; ~~$y = 120(1-t)^2$~~.

$y_п = 120 - \frac{1}{120} \cdot 120^2(1-t)^2 = 120 - 120(1-t)^2$;

$y = b - 2(1-t)x$; ~~$120 - (1-t)^2 = b - 2(1-t) \cdot 120(1-t)$~~;

~~$b = 120 - (1-t)^2 + 240(1-t)^2$~~;



~~$\begin{cases} y = 120 + 239(1-t)^2 - 2(1-t)x; \\ y = 2x; \end{cases}$~~

~~$2x = 120 + 239(1-t)^2 - 2(1-t)x$;~~

~~$x(2 + 2(1-t)) = 120 - 2(1-t) + 239(1-t)^2$;~~

~~$x = \frac{120 - 2(1-t) + 239(1-t)^2}{2 + 2(1-t)}$;~~

~~$U = 240 - x - 2 \cdot 2x = 240 - 5 \cdot x$;~~

~~$TS = x - \frac{4}{15}(240 - 5x) = x - 64 + \frac{4}{3}x = \frac{7}{3}x - 64 \to max \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \frac{7}{3}x \to max \Rightarrow x \to max \Rightarrow 120 - 2(1-t$~~

~~$TS = \frac{120 - 2 + 2t + 239 - 478t + 239t^2}{4 - 2t} - \frac{4}{15}(240 - 120 + 120t + 2 - 4t + 2t^2)$~~

$U = 240 - 120(1-t) - 240 + 2(1-t)^2 x$;

+2

$x_п = 120(1-t)$; $y_п = 120(1 - (1-t)^2) = 120(2-t) \cdot t$;

Огранич. по товарам: $y = b - 2(1-t) \cdot x$;

$120(1-t) = 240t - 120t^2 + 240 - 480t + 240t^2 = 120t^2 - 240t + 240$.

~~$2xy = 120t^2 - 240t + 240$~~ ~~$y = 2x$~~ ~~$2x + 2(1-t) \cdot x = 120t^2 - 240t + 240$~~;

~~$x = \frac{120t^2 - 240t + 240}{4 - 2t}$~~, ~~$TS = \frac{120t^2 - 240t + 240}{4 - 2t} - \frac{4}{15} \cdot (240 - 240t + 120(1-t)$~~

~~$240(2-t) \cdot t)$~~ [смотри доп. лист]

Задача 5

$24-p \le q(p) \le 26-p$; $p \in [0;26]$; $24 \le q(p)+p \le 26$;

$q'_p < 0$, т.к. спрос убывает; $24-q(p) \le p \le 26-q(p)$;

$(24-p)p \le TR(p) \le (26-p)p$; $24q(p)-q^2(p) \le TR(q(p)) \le 26q(p)-q^2(p)$

$\max(24p-p^2; 24q(p)-q^2(p)) \le TR(p) \le \min(26p-p^2; 26q(p)-q^2(p))$ $\quad TR(p)$

Пусть $q(p) < p$, тогда ...

$p_{max_{max}} = 26$; $p_{max_{min}} = 24$ ~~Ф~~; при линейном спросе TR_{max} при $p = \frac{p_{max}}{2}$

$\Rightarrow p^*_{монет} \in [12;13]$ – частный случай.

p^*

Дополнительный лист Задача 4.

$$\uparrow S = \frac{120t^2-240t+240}{4-2t} - \frac{4}{15}\cdot(120+120t-480t+240t^2) =$$

$$= \frac{120t^2-240t+240}{4-2t} - \frac{64t^2+96t-32}{4-2t} = \frac{120t^2-240t+240-256t^2+384t-128}{4-2t} =$$

$$= \frac{-128+128t^3-192t^2+64t}{4-2t} = \frac{128t^3-328t^2+208t+112}{4-2t} \Rightarrow \max_t$$

$$\begin{cases} y = 120t^2-240t+240-2(1-t)x; \\ y = 2x; \end{cases}$$

$$x(2+2(1-t)) = 120t^2-240t+240;$$

$$x = \frac{120t^2-240t+240}{4-2t} = \frac{120(t^2-2t+2)}{2(2-t)} = \frac{60(t^2-2t+2)}{2-t};$$

$$\uparrow S = \frac{60(t^2-2t+2)}{2-t} - \frac{1}{10}U; \quad U = 240-2y_n-x_n = 240-120(1-t)-$$

$$-2\cdot 120(2-t)\cdot t = 240-120+120t-480t+240t^2 = 240t^2-360t+120.$$

$$\uparrow S = \frac{60(t^2-2t+2)}{2-t} - 24t^2+36t-12 \Rightarrow \max_t$$

$$\uparrow S = \frac{60t^2-120t+120-48t^2+72t-24+24t^3-36t^2+12t}{2-t} = \frac{24t^3-24t^2-36t+96}{2-t}$$

$$\uparrow S'_t = \frac{(72t^2-48t-36)(2-t)+24t^3-24t^2-36t+96}{(2-t)^2} = \frac{144t^2-96t-72-72t^3+}{(2-t)^2}$$

$$+48t^2+36t+24t^3-24t^2-36t+96 = \frac{-48t^3+168t^2-96t+24}{(2-t)^2}$$

Рассмотрим участок КПВ $y = 120-\frac{1}{2}x; x\in[0;60]$.

При $2(1-t) \le \frac{1}{2}$ $y_n = 120$. $1-t \le \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4} \le t$.

Ограничение по товарам: $y = 120 - 2(1-t)x$; $t \in [\frac{3}{4}; 1]$.

$y = 2x$; $2x = 120 - 2(1-t)x$; $x(2 + 2(1-t)) = 120$;

$x = \frac{120}{4-2t}$; $TS = \frac{120}{4-2t} - \frac{1}{10} \cdot 0 = \frac{120}{4-2t}$; т.к. мы произв. y на участке, где задействован весь труд. $TS \to \max\limits_{t \in [\frac{3}{4}; 1]}$

$\frac{120}{4-2t} \to \max\limits_{t} \Rightarrow 4-2t \to \min \Rightarrow t \to \max \Rightarrow t \to 1$.

~~Эта почти вер горизонт. линия пересеч. $y = 2x$.~~

$$TS = \lim_{t \to 1^-} \frac{120}{4-2t} = 60.$$

нет.