

10 класс.

Ответы во всех заданиях запишите в виде числа без пробелов, без единиц измерения и каких-либо знаков.

Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби, например, «0,15». Приведённые в задачах баллы в других вариантах могут измениться. Баллы могут отражать не только сложность задачи, но и её важность с точки зрения жюри.

1 На складе имеются баскетбольные и футбольные мячи. Все баскетбольные мячи одинаковы, и все футбольные тоже одинаковы. Известно, что 5 баскетбольных мячей тяжелее чем 3 футбольных, но 13 баскетбольных мячей легче чем 8 футбольных. Найти такое натуральное n , что 47 баскетбольных мячей тяжелее чем n , но легче чем $n + 1$ футбольных мячей.

Ответ: 28. [8 баллов]

2 Сумма двух положительных несократимых дробей равна $\frac{79}{55}$. Чему равна сумма числителей этих дробей, если их знаменатели меньше 55?

Ответ: 11. [12 баллов]

3 За круглым столом сидят 100 человек. У 33 мужчин правым соседом является мужчина, а у 37 женщин правым соседом является женщина. Сколько женщин за столом?

Ответ: 52. [8 баллов]

4 Дан треугольник T_1 со сторонами 3000, 4000, 5000. В него вписана окружность. В неё вписан треугольник T_2 со сторонами, параллельными сторонам T_1 . В него также вписана окружность. В неё вписан треугольник T_3 со сторонами, параллельными сторонам T_2 и т. д. Найти периметр треугольника T_5 . Если ответ не целый, запишите его в виде десятичной дроби.

Ответ: 307,2. [9 баллов]

5 Сколько целых чисел от 0 до 99999 не содержат двух цифр 5 подряд в своей десятичной записи?

Ответ: 96309. [10 баллов]

6 Вершина A равностороннего треугольника ABC лежит в некоторой плоскости α , а его сторона AB перпендикулярна плоскости α . Найти расстояние от точки C до плоскости α , если

$$AC = 2018.$$

Ответ: 1009. [10 баллов]

- 7** Все делители натурального числа n , включая 1 и n , выписали в порядке возрастания:

$$1, d_1, d_2, \dots, d_k, n,$$

т. е. d_1 — наименьший делитель после 1, d_k — наибольший делитель после n . Известно, что d_1 меньше d_k в 2016 раз. Найти количество делителей числа n .

Ответ: 48. [9 баллов]

- 8** Найти количество корней уравнения

$$\sin \sqrt{2016\pi^2 - x^2} = 0.$$

Ответ: 90. [8 баллов]

- 9** Найти арифметическую прогрессию максимальной длины, состоящую из простых чисел, лежащих в промежутке $[2, 200]$. В ответе укажите наибольшее число в этой прогрессии. Если таких прогрессий несколько, укажите наибольшее число в любой из них.

Ответ: 157. [13 баллов]

- 10** На плоскости дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , и прямая l , не пересекающая трапецию. Точки A, B, C, D расположены на расстояниях соответственно 15, 13, 12, 11 от прямой l . Найти расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до прямой l . Если ответ не целый, запишите его в виде десятичной дроби.

Ответ: 12,6. [13 баллов]