

**8 класс.**

Ответы во всех заданиях запишите в виде числа без пробелов, без единиц измерения и каких-либо знаков.

Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби, например, «0,15». Приведённые в задачах баллы в других вариантах могут измениться. Баллы могут отражать не только сложность задачи, но и её важность с точки зрения жюри.

- 1** Петя и Вася принесли одинаковое количество  $N$  наборов плюшек к чаю. Каждый набор содержал либо 3, либо 5 плюшек. Когда каждый распаковал свои плюшки и выложил на тарелку, оказалось, что Петя принёс всего 25 плюшек, а Вася — 35. Найдите число  $N$  наборов, принесённых каждым из мальчиков.

*Ответ:* 7. [8 баллов]

- 2** В пельменной можно заказать пельмени порциями по 6, 9 и 20 штук. Таким образом, не всякое число пельменей можно заказать этими наборами, например 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 нельзя купить. Какое самое большое число пельменей нельзя заказать в пельменной?

*Ответ:* 43. [8 баллов]

- 3** Найти наибольшее такое  $z$ , что существуют  $x$  и  $y$ , такие что

$$4x^2 + 4y^2 + z^2 + xy + yz + xz = 8.$$

*Ответ:* 3. [8 баллов]

- 4** Сколькими способами можно раскрасить грани кубика в 6 цветов таким образом, чтобы каждый цвет встречался ровно один раз? Два раскрашенных кубика считаются одинаковыми, если их можно совместить поворотами, то есть если их можно перепутать, повертев в руках.

*Ответ:* 30. [12 баллов]

- 5** Сколько пар взаимно простых чисел среди  $1, 2, 3, \dots, 30$ ? Напомним, что два целых числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих натуральных делителей, отличных от единицы.

*Ответ:* 288. [8 баллов]

- 6** Рассмотрим угловой сектор на плоскости с вершиной в начале координат и углом 30 градусов. Положим на одну из сторон

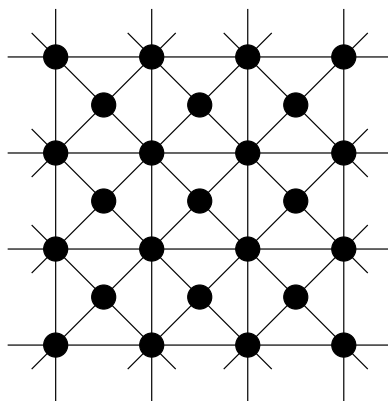
угла (луч) шарик (материальную точку, нулевого диаметра) и выпустим его с равномерной скоростью внутрь сектора под углом  $110$  градусов к рассматриваемому лучу. Шарик будет лететь по сектору, отражаясь упруго от его сторон с сохранением модуля скорости: угол падения равен углу отражения. Сколько раз он ударится о стенки сектора прежде, чем улететь окончательно на бесконечность? *Ответ: 3. [10 баллов]*

**7** Найти наименьшее натуральное число, начинающееся в десятичной записи с пятёрки, которое уменьшается в четыре раза, если эту пятёрку стереть из начала его десятичной записи и дописать в её конец. *Ответ: 521820. [13 баллов]*

**8** В равнобедренном треугольнике  $ABC$ ,  $AB = AC$ , на сторонах  $AB$  и  $BC$  взяты точки  $P$  и  $Q$ , соответственно, так что  $P$  — середина стороны  $AB$ , а углы  $PQB$  и  $AQC$  равны. Пусть  $M$  — основание высоты треугольника  $BPQ$ , проведенной из вершины  $P$ . Найдите отношение длин отрезков  $CQ$  к  $QM$ . *Ответ: 8. [10 баллов]*

**9** На параде барабанщики стоят ровным квадратным строем в  $50$  рядов по  $50$  барабанщиков. Барабанщики одеты либо в синие, либо в красные костюмы. Какое наибольшее количество барабанщиков можно одеть в синие костюмы так, чтобы каждый одетый в синее барабанщик видел только красных барабанщиков? Барабанщиков считать смотрящими во все стороны (на все  $360$  градусов) и точечными. *Ответ: 625. [10 баллов]*

**10** Рассмотрим волейбольную сетку со сторонами  $10$  и  $20$ , разбитую на  $10 \times 20$  квадратных ячеек, где каждая ячейка разбита на четыре треугольных ячейки диагоналями: вершины ячейки соединены верёвочками с центром ячейки. Узлами сетки являются вершины и центры ячеек, см. рисунок. Какое наибольшее число верёвочек, соединяющих соседние узлы сетки, можно разрезать так, чтобы сетка не распалась на отдельные куски?



Ответ: 800. [13 баллов]