

7 класс.

Ответы во всех заданиях запишите в виде числа без пробелов, без единиц измерения и каких-либо знаков.

Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби, например, «0,15». Приведённые в задачах баллы в других вариантах могут измениться. Баллы могут отражать не только сложность задачи, но и её важность с точки зрения жюри.

- 1** Найдите количество натуральных чисел, не превосходящих 2016 и взаимно простых с ним. Напомним, что два целых числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих натуральных делителей, отличных от единицы.

Ответ: 576. [13 баллов]

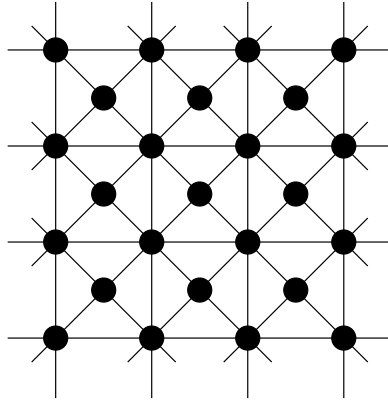
- 2** Найти наименьшее натуральное число, начинающееся в десятичной записи с пятёрки, которое уменьшается в четыре раза, если эту пятёрку стереть из начала его десятичной записи и дописать в её конец.

Ответ: 512820. [13 баллов]

- 3** Рассмотрим квадрат $ABCD$. Пусть L — точка на диагонали AC . Рассмотрим два квадрата $APLQ$ и $CMLN$, содержащиеся в исходном квадрате, с общей вершиной L , где точка P лежит на стороне AB . Пусть O — центр второго квадрата $CMLN$. Найдите угол $\angle PDO$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 45. [13 баллов]

- 4** Рассмотрим волейбольную сетку со сторонами 10 и 20, разбитую на 10×20 квадратных ячеек, где каждая ячейка разбита на четыре треугольных ячейки диагоналями: вершины ячейки соединены верёвочками с центром ячейки. Узлами сетки являются вершины и центры ячеек (см. рисунок). Какое наибольшее число верёвочек, соединяющих соседние узлы сетки, можно разрезать так, чтобы сетка не распалась на отдельные куски?



Ответ: 800. [13 баллов]

- 5** В каком минимальном количестве точек могут пересекаться 5 различных попарно непараллельных прямых, не проходящих через одну точку?

Ответ: 5. [8 баллов]

- 6** Два плотника, Иван и Никита, работают каждый со своей постоянной производительностью труда (количество балясин, производимых за час), одинаковой во все дни. В понедельник Иван работал 3 часа, Никита — 2 часа, и вместе они сделали 7 балясин. Во вторник Иван работал 5 часов, а Никита — 3 часа, и они сделали вместе 11 балясин. Сколько балясин производит Никита за один час?

Ответ: 2. [8 баллов]

- 7** Петя и Вася принесли одинаковое количество N наборов плюшек к чаю. Каждый набор содержал либо 3, либо 5 плюшек. Когда каждый распаковал свои плюшки и выложил на тарелку, оказалось, что Петя принёс всего 25 плюшек, а Вася — 35. Найдите число N наборов, принесённых каждым из мальчиков.

Ответ: 7. [8 баллов]

- 8** В пельменной можно заказать пельмени порциями по 6, 9 и 20 штук. Таким образом, не всякое число пельменей можно заказать этими наборами, например 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 нельзя купить. Какое самое большое число пельменей нельзя заказать в пельменной?

Ответ: 43. [8 баллов]

- 9** В каком максимальном числе точек могут пересекаться 4

окружности?

Ответ: 12. [8 баллов]

10

Сколькими способами можно раскрасить грани кубика в 6 цветов таким образом, чтобы каждый цвет встречался ровно один раз? Два раскрашенных кубика считаются одинаковыми, если их можно совместить поворотами, то есть если их можно перепутать, повертев в руках.

Ответ: 30. [8 баллов]